



Короткопериодный отклик верхнего слоя океана средних широт на атмосферное воздействие

Н.А. Дианский

**Институт вычислительной математики
Российской академии наук
(ИВМ РАН)**

CITES-2013

План

1. Роль океана во взаимодействии с атмосферой.
2. Модели Верхнего слоя океана.
3. Метод SVD для анализа гидрометеополей.
4. Изучение временных связей и пространственных форм совместных мод аномалий высоты изобарической поверхности 500мб (H500) и температуры поверхности океана (ТПО) зимой в Северной Атлантике.

Роль океана во взаимодействии с атмосферой.

1. Hasselman (1976), (Frankignoul and Hasselman 1977). Океан относительно пассивно интегрирует атмосферные воздействия, спектр которых близок к белому шуму. В этом случае океанический отклик имеет вид красного шума, т.е. спектра с концентрацией большей части энергии в области низких частот. Времена менее первых нескольких лет.
2. Stommel (1961). Принципиальная роль океана в генерации низкочастотных климатических колебаний. Существуют механизмы десятилетней и междесятилетней изменчивости климата, обусловленной колебаниями в термохалинной циркуляции океана. Спектры океанических полей характеризуются пиками в области низких частот: квазидекадные и 50-60-ти летние колебания.
3. Vjerknes (1969). Крупномасштабное взаимодействие океана и атмосферы на низких частотах с формированиями связанных мод в совместной системе океан-атмосфера. Спектры океанических и атмосферных полей характеризуются пиками в области низких частот. Наиболее яркий пример: Эль-Ниньо-Южное колебание (ЭНЮК) с периодами 5-9 лет.

North Atlantic Simulations in Coordinated Ocean-ice Reference Experiments phase II (CORE-II). Part I: Mean States

Gokhan Danabasoglu^{a,*}, Steve G. Yeager^a, David Bailey^a, Erik Behrens^b, Mats Bentsen^c, Daohua Bi^d, Arne Biastoch^b, Claus Böning^b, Alexandra Bozec^e, Vittorio M. Canuto^f, Christophe Cassou^g, Eric Chassignet^h, Andrew C. Cowardⁱ, Sergey Danilov^j, Nikolay Diansky^j, Helge Drange^k, Riccardo Farneti^l, Elodie Fernandez^g, Pier Giuseppe Fogli^m, Gael Forgetⁿ, Yosuke Fujii^o, Stephen M. Griffies^p, Anatoly Gusev^j, Patrick Heimbachⁿ, Armando Howard^{l,q}, Thomas Jung^l, Maxwell Kelley^l, William G. Large^a, Anthony Leboissetier^f, Jianhua Lu^o, Gurvan Madec^f, Simon J. Marsland^d, Simona Masina^{m,s}, Antonio Navarra^{m,s}, A. J. George Nurser^h, Anna Pirani^t, Davis Salas y Méliá^u, Bonita L. Samuels^p, Markus Scheinert^b, Dmitry Sidorenko^l, Anne-Marie Treguier^r, Hiroyuki Tsujino^o, Petteri Uotila^d, Sophie Valcke^g, Aurore Voldoire^u, Qiang Wang^l

^aNational Center for Atmospheric Research (NCAR), Boulder, CO, USA

^bHelmholtz Center for Ocean Research, GEOMAR, Kiel, Germany

^cUni Climate, Uni Research Ltd., Bergen, Norway

^dCentre for Australian Weather and Climate Research, a partnership between CSIRO and the Bureau of Meteorology, Commonwealth Scientific and Industrial Research Organisation (CSIRO), Melbourne, Australia

^eCenter for Ocean-Atmospheric Prediction Studies (COAPS), Florida State University, Tallahassee, FL, USA

^fNASA Goddard Institute for Space Studies (GISS), New York, NY, USA

^gCentre Européen de Recherche et de Formation Avancée en Calcul Scientifique (CERFACS), Toulouse, France

^hNational Oceanography Centre Southampton (NOCS), Southampton, UK

ⁱAlfred Wegener Institute for Polar and Marine Research (AWI), Bremerhaven, Germany

^jInstitute of Numerical Mathematics, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

^kUniversity of Bergen, Bergen, Norway

^lInternational Centre for Theoretical Physics (ICTP), Trieste, Italy

^mCentro Euro-Mediterraneo sui Cambiamenti Climatici (CMCC), Bologna, Italy

ⁿMassachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA, USA

^oMeteorological Research Institute (MRI), Japan Meteorological Agency, Tsukuba, Japan

^pNOAA Geophysical Fluid Dynamics Laboratory (GFDL), Princeton, NJ, USA

^qMedgar Evers College of the City University of New York, Brooklyn, NY, USA

^rIPSL/LOCEAN, CNRS-IRD-UPMC, Paris, France

*Corresponding author. Tel.: +1 303 497 1604; fax: +1 303 497 1700.
Email address: gokhan@ucar.edu (Gokhan Danabasoglu)

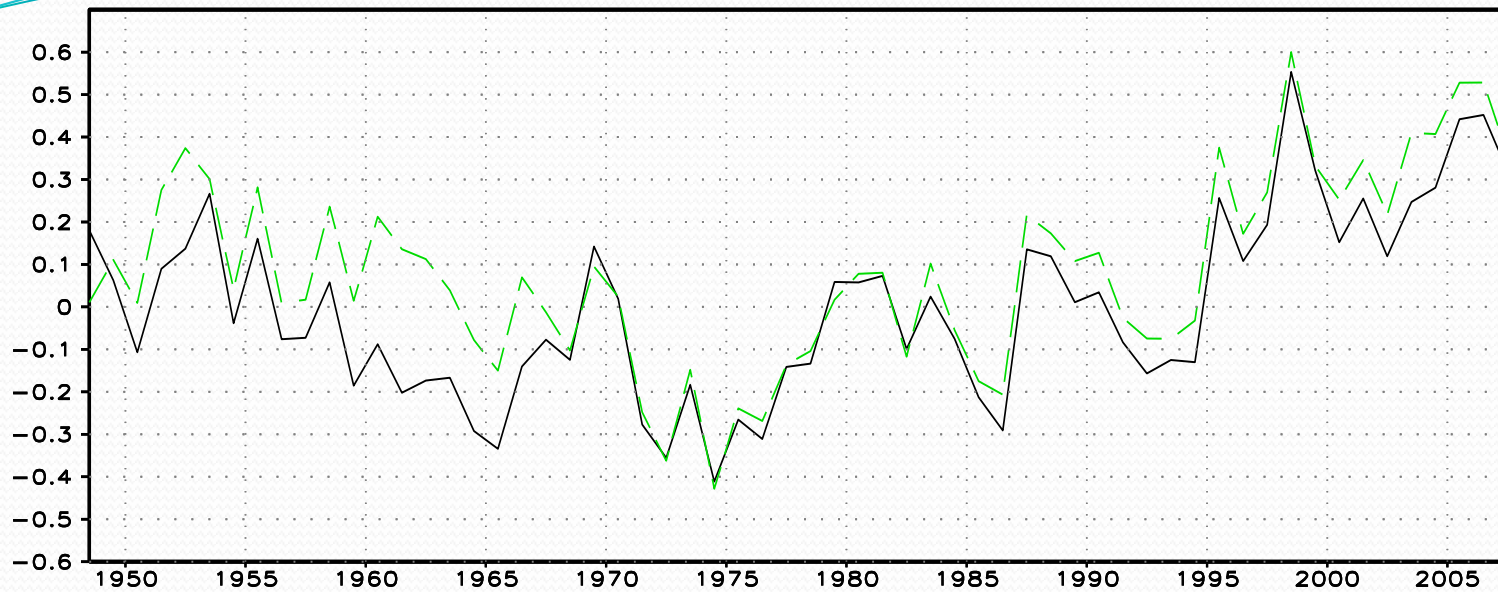
Abstract

Simulation characteristics from eighteen global ocean – sea-ice coupled models are presented with a focus on the mean Atlantic meridional overturning circulation (AMOC) and other related fields in the North Atlantic. These experiments use inter-annually varying atmospheric forcing data sets for the 60-year period from 1948 to 2007 and are performed as contributions to the second phase of the Coordinated Ocean-ice Reference Experiments (CORE-II). The protocol for conducting such CORE-II experiments is summarized. Despite using the same atmospheric forcing, the solutions show significant differences. As most models also differ from available observations, biases in upper-ocean potential temperature and salinity distributions, mixed layer depths, and sea-ice cover in the Labrador Sea region are identified as contributors to differences in AMOC. These differences in the solutions do not suggest an obvious grouping of the models based on their ocean model lineage, their vertical coordinate representations, or surface salinity restoring strengths. Thus, the solution differences among the models are attributed primarily to use of different subgrid scale parameterizations and parameter choices as well as to differences in horizontal and vertical grid resolutions in the ocean models. Use of a wide variety of sea-ice models with diverse snow and sea-ice albedo treatments also contributes to these differences. Based on the diagnostics considered, the majority of the models appear suitable for use in studies involving the North Atlantic, but some models require dedicated development effort.

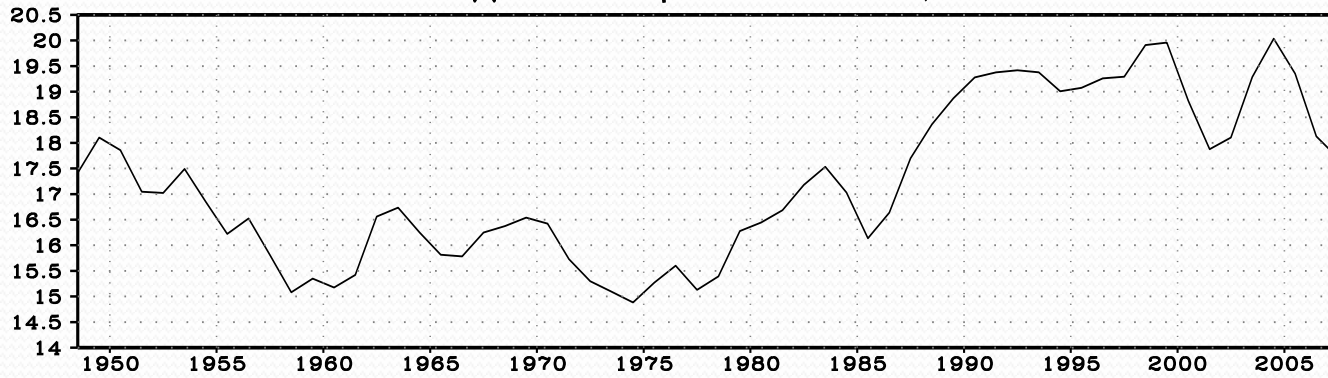
Keywords:

Global ocean – sea-ice modelling, Ocean model comparisons, Atmospheric forcing, Experimental design, Atlantic meridional overturning circulation, North Atlantic simulations

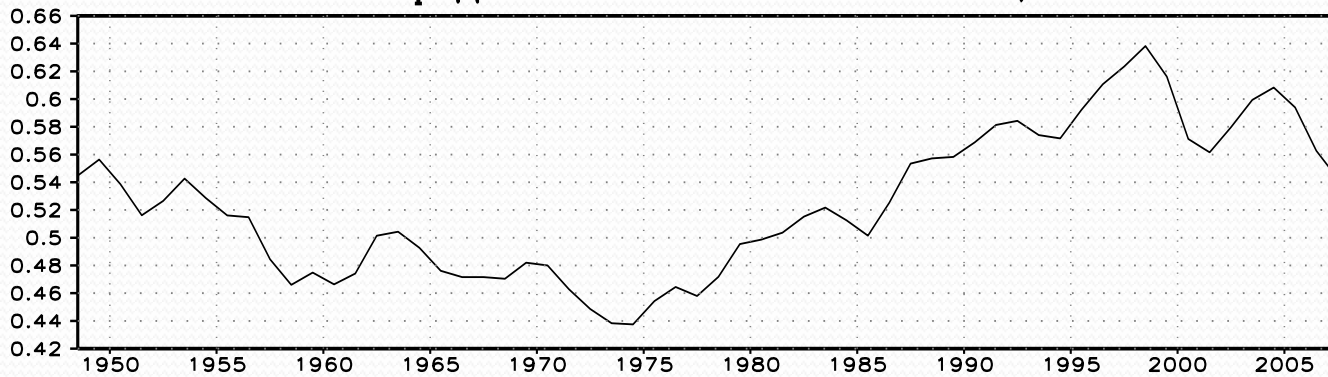
Индекс АМО за 1948–2007
Сплошная – модель, пунктир – наблюдения



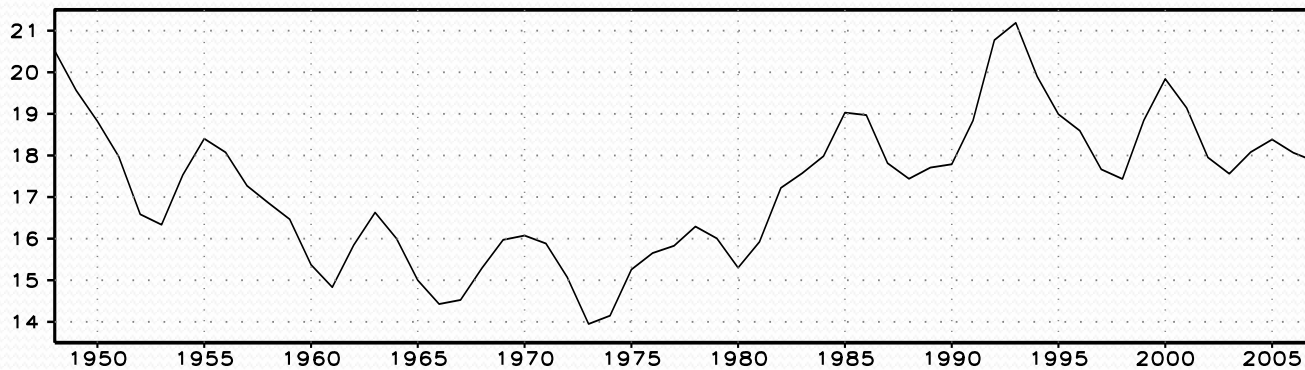
Индекс АТХЦ в Атлантике, Св



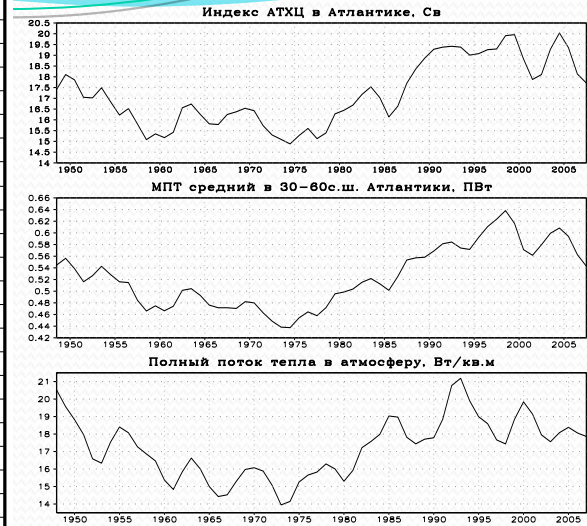
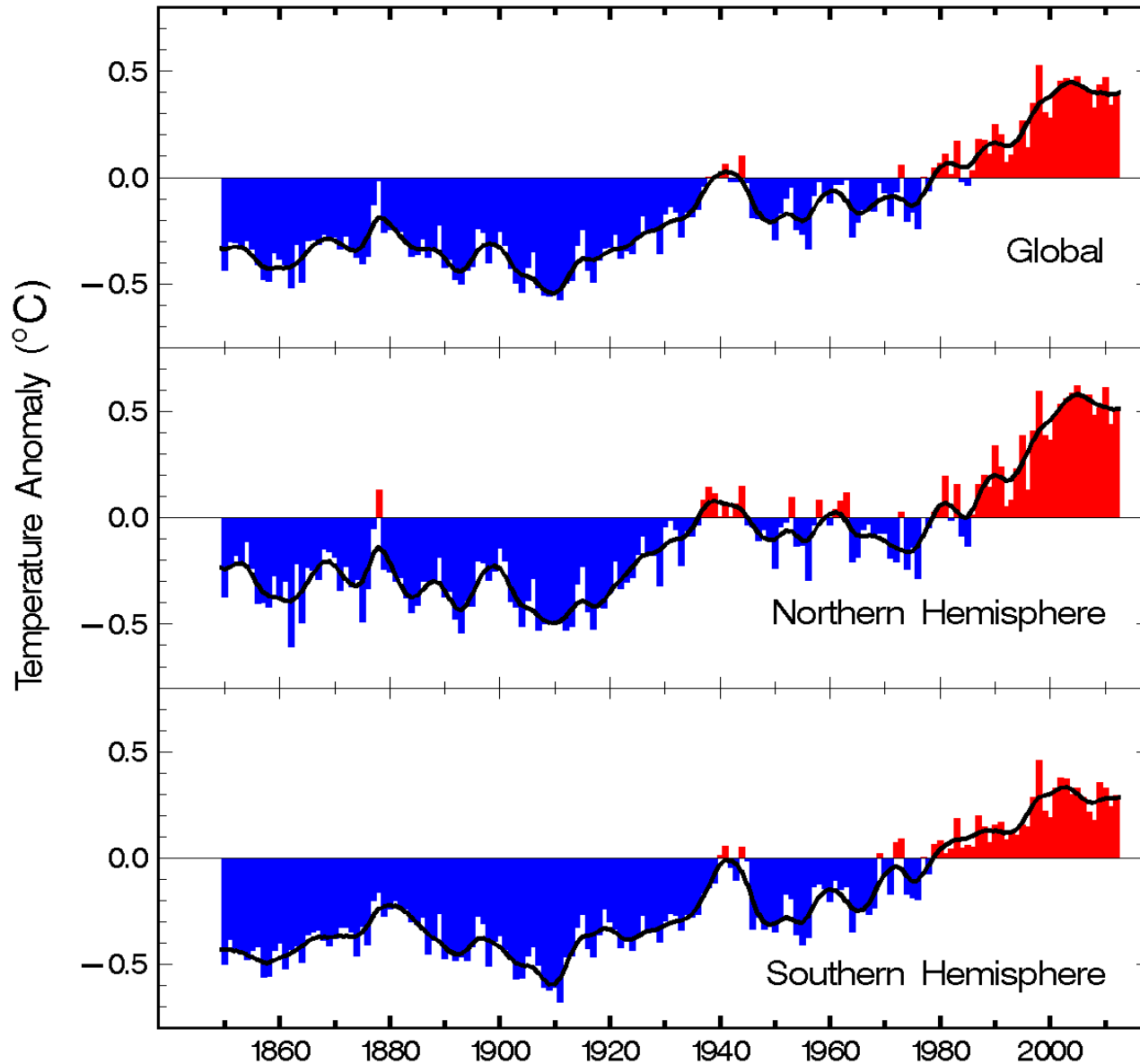
МПТ средний в 30–60с.ш. Атлантики, ПВт



Полный поток тепла в атмосферу, Вт/кв.м



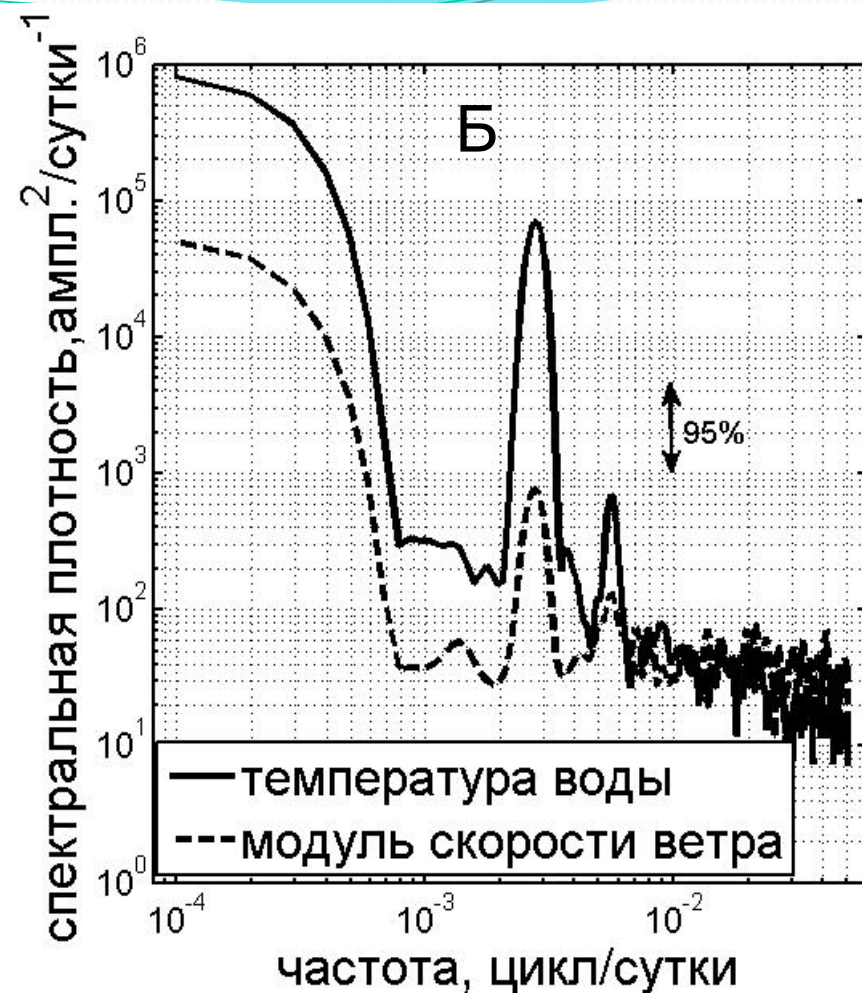
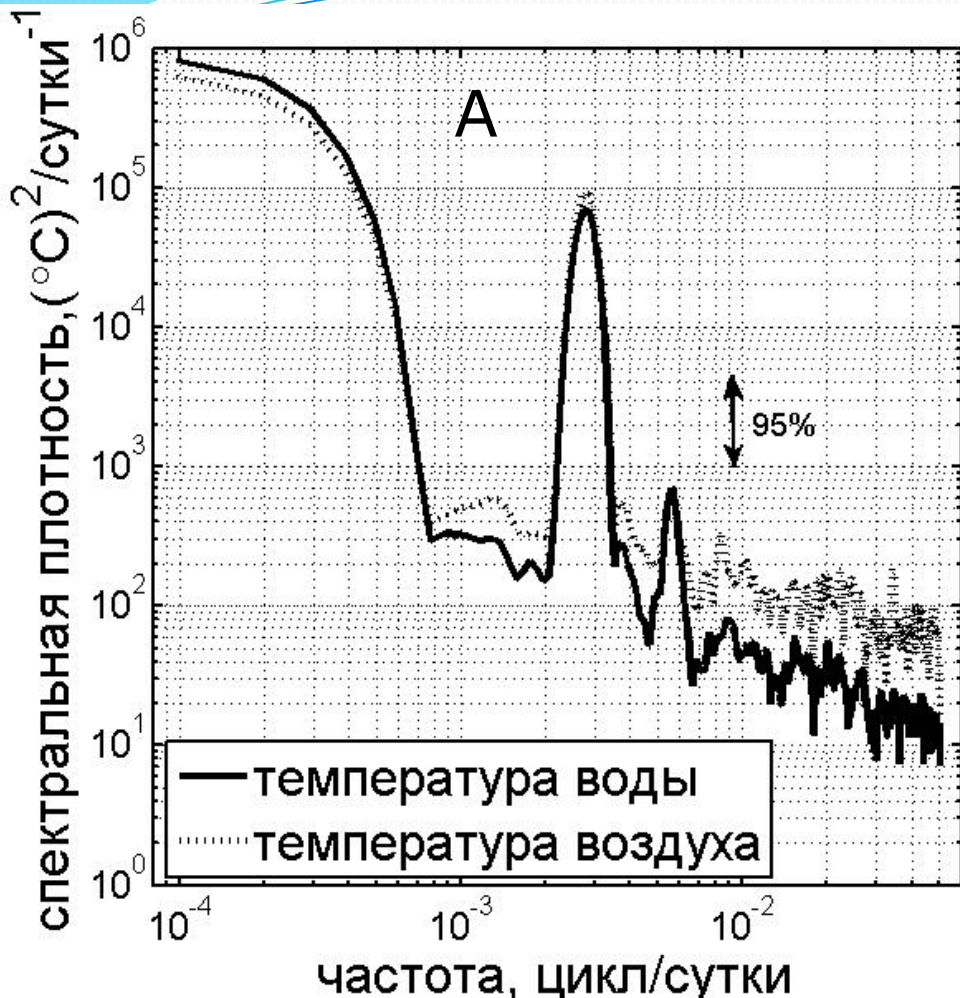
Global and Hemispheric Annual Temperature Anomalies 1850—2012



Source: P. D. Jones, T. J. Osborn, and K. R. Briffa
University of East Anglia, Norwich, UK
D. E. Parker, Met. Office, Bracknell, Berkshire, UK

1. Hasselman (1976), (Frankignoul and Hasselman 1977). Океан относительно пассивно интегрирует атмосферные воздействия, спектр которых близок к белому шуму. В этом случае океанический отклик имеет вид красного шума, т.е. спектра с концентрацией большей части энергии в области низких частот. Времена менее первых нескольких лет.

Станция наблюдений в Голубой бухте Черного моря.
ИОРАН, Южное отделение.



Автоспектры : А-температуры поверхности моря и температуры воздуха;
Б-температуры воды и модуля скорости ветра; оба спектра по 10-
дневным данным в период 1938-2009 гг. Дисперсии ТПМ, температуры
воздуха и модуля скорости ветра – $40.3 (^{\circ}\text{C})^2$, $55.9 (^{\circ}\text{C})^2$, $2.8 (\text{м/сек})^2$,
соответственно.

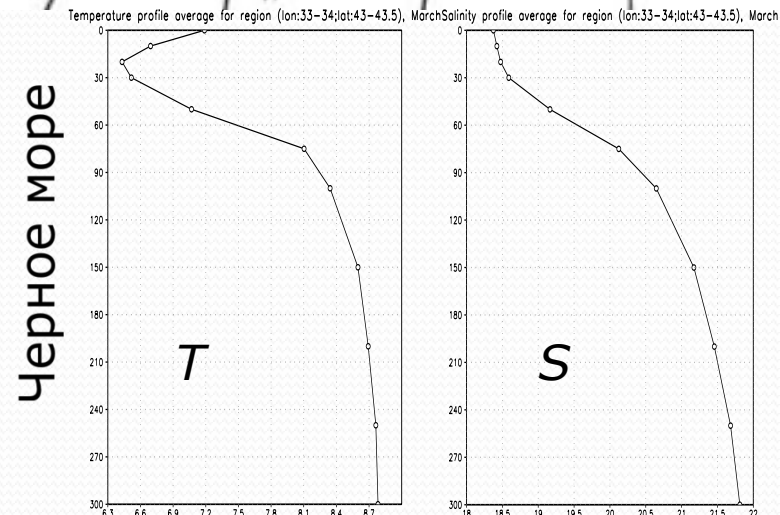
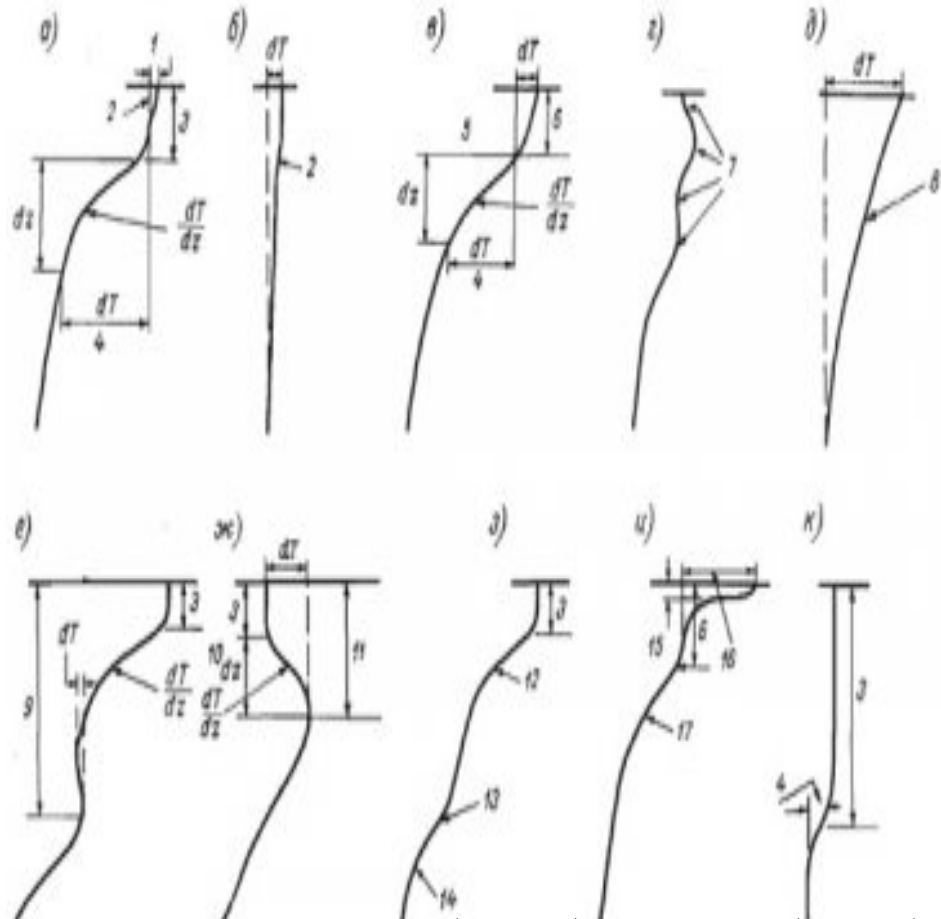
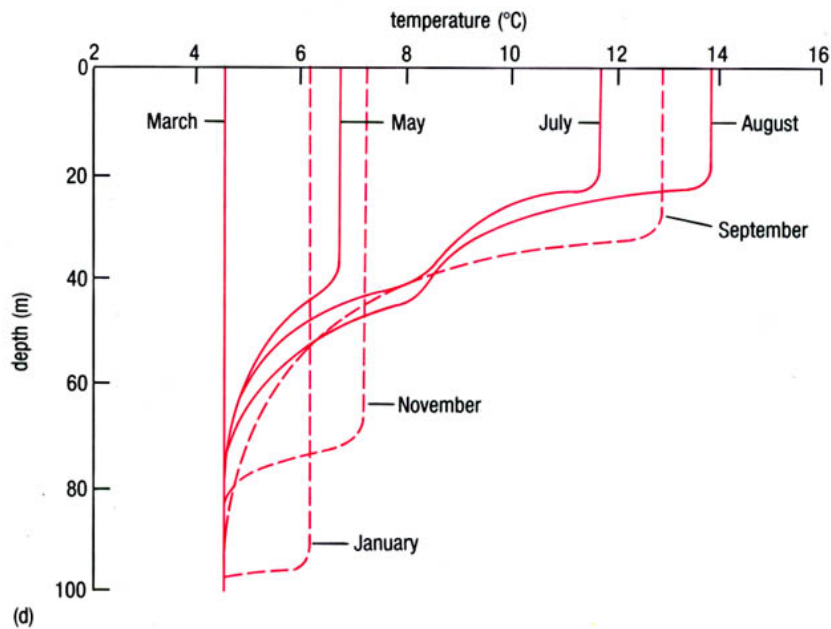
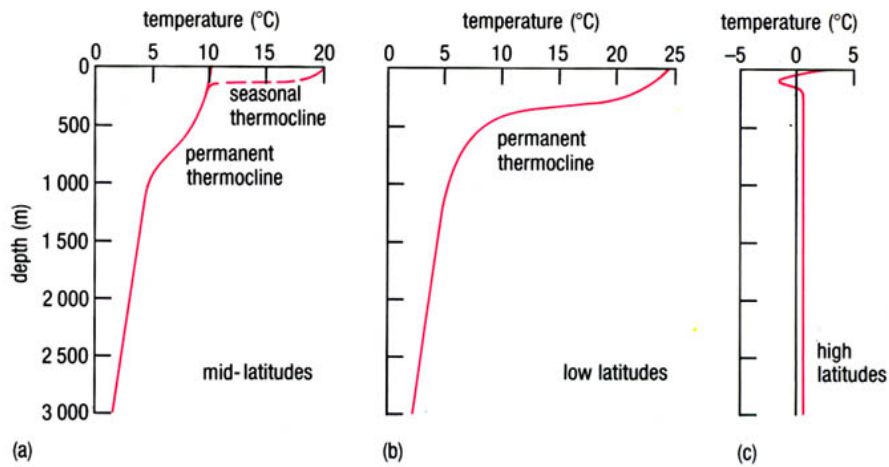


Figure 2.7 (a)–(c) Typical mean temperature profiles for different latitude belts in the open oceans. Note that the otherwise vertical profile (c) for high latitudes shows a layer of colder water at 50–100 m, depth. (d) A succession of temperature profiles to show the growth (solid lines) and decay (broken lines) of a seasonal thermocline in the Northern Hemisphere. Note the very different scales compared to (a)–(c).

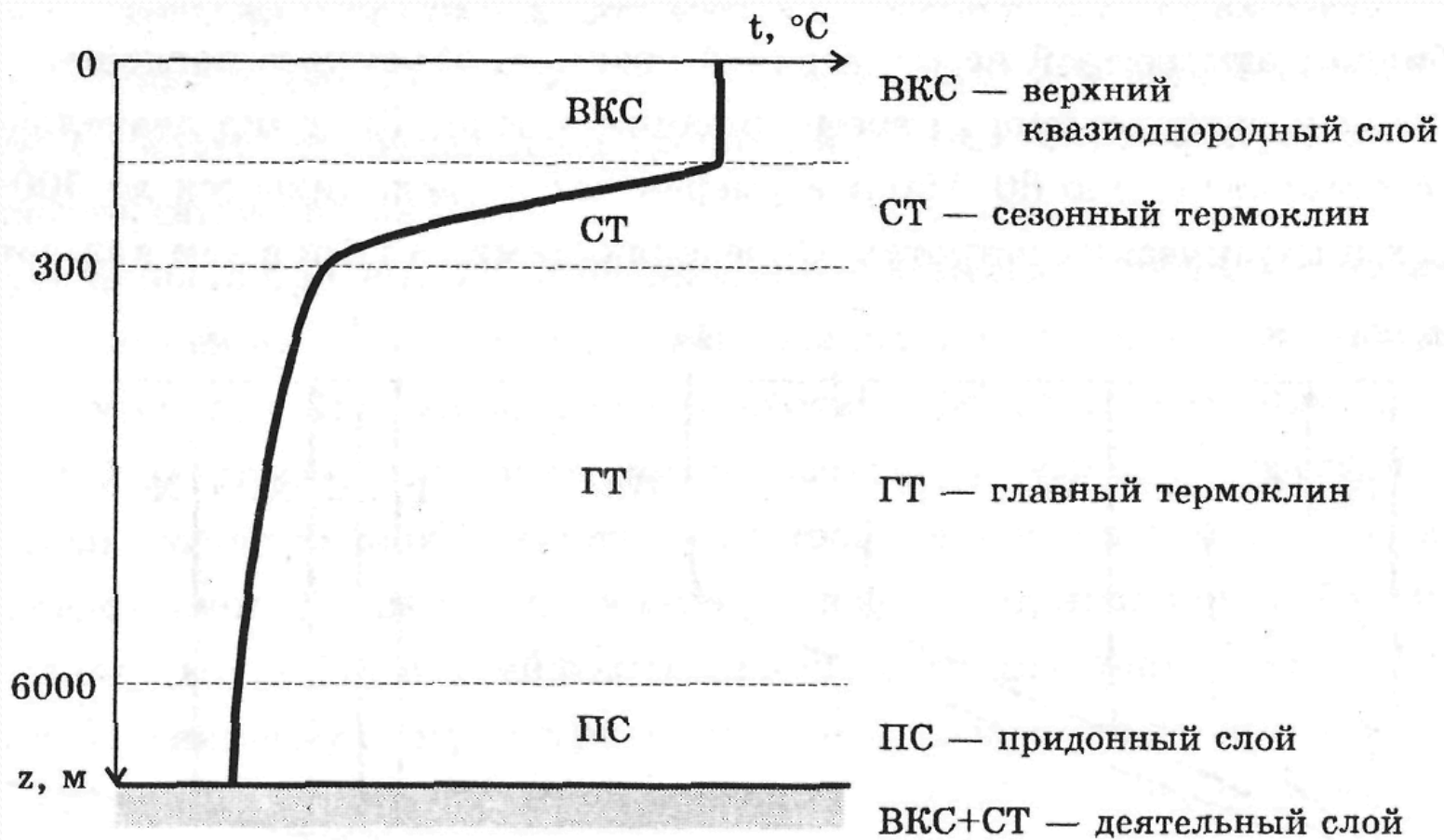


Рис.3.1.1. Осредненное вертикальное распределение температуры в океане

Уравнение для температуры океана

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} = \text{div}(\mu \nabla T) + \frac{\partial}{\partial z} \nu \frac{\partial T}{\partial z} - \frac{\partial I}{\partial z},$$

граничные условия при $z = 0$: $\nu \frac{\partial T}{\partial z} = -\frac{Q_0}{c_p \rho_0}$

Интегральные модели

Дифференциальные модели

Считаем, что верхняя часть деятельного слоя, толщиной $h \leq H$, всегда охвачена зоной развитой турбулентности, ниже которой энергия турбулентности пренебрежимо мала. Будем называть турбулентную зону верхним перемешанным слоем (ВПС). Здесь температура, соленость и плотность воды не зависят от глубины вследствие интенсивного перемешивания. Учитывая это, запишем выражения для перечисленных характеристик:

$$\begin{aligned}
 Q(t) &= c_p \rho_* \int_0^H T(z, t) dz = c_p \rho_* \left(T_0(t)h(t) + \int_h^H T(z, t) dz \right), \\
 C(t) &= \int_0^H S(z, t) dz = S_0(t)h(t) + \int_h^H S(z, t) dz, \\
 P(t) &= g \int_0^H \rho(z, t) z dz = g \left(\frac{\rho_0(t)h^2(t)}{2} + \int_h^H \rho(z, t) z dz \right), \\
 E(t) &= \int_0^H e(z, t) dz = \int_0^h e(z, t) dz, \\
 M(t) &= \int_0^H \rho(z, t) dz = \rho_0(t)h(t) + \int_h^H \rho(z, t) dz,
 \end{aligned} \quad (C.1)$$

где c_p – удельная теплоемкость воды; ρ_* – средняя плотность воды в деятельном слое; $T(z, t)$, $S(z, t)$ и $\rho(z, t)$ – вертикальные профили температуры, солености и плотности воды; а T_0 , S_0 и ρ_0 – температура, соленость и плотность воды в ВПС; g – ускорение свободного падения; $e(z)$ – кинетическая энергия турбулентности в единице объема воды в ВПС; z – глубина; t – время.

Для определения плотности воды используется нелинейное уравнение состояния [268]:

$$\rho = \rho(T, S). \quad (C.2)$$

Балансовые соотношения для выбранных характеристик имеют вид:

$$dQ(t)/dt = Q_0(t) + Q_r(t) + Q_{adv}(H, t), \quad (C.3)$$

$$dC(t)/dt = Q_0^S(t) + Q_{adv}^S(H, t), \quad (C.4)$$

$$dP(t)/dt + dE(t)/dt = \frac{1}{2}gh\chi(dM/dt), \quad (C.5)$$

где $Q_0 = LE + Q_T + Q_{LW}$ – поток тепла на поверхности океана представляющий собой сумму потоков скрытого LE , явного Q_T тепла и эффективного длинноволнового излучения Q_{LW} соответственно; Q_r – коротковолновая проникающая солнечная радиация; Q_0^S – поток соли на поверхности океана за счет разности осадки минус испарение; $Q_{adv}(H, t)$ и $Q_{adv}^S(H, t)$ – адвективные притоки тепла и соли, проинтегрированные в слое $[0, H]$; $\chi(x) = 1$ при $x > 0$ и $\chi(x) = 0$ при $x \leq 0$ – функция детектирования, введенная для удобства записи.

Соотношение (C.5) представляет собой баланс механической энергии деятельного слоя океана без учета средних движений. В правой части (C.5) записан источник энергии, возникающий при увеличении плотности воды в деятельном слое океана, например в процессе выхолаживания с поверхности. Уравнение (C.5) применяется для определения толщины ВПС h .

Для замыкания системы используются параметризации dE/dt , обобщенные, например, в работе [106], модифицированные на случай учета подсеточной изменчивости ветрового воздействия на океан [40]:

$$dE/dt = \rho_0 \chi [c_g(v_*^3 + 3v_*v_d^2) - c_1 h(v_*^2 + v_d^2)] + \frac{1}{2}(1 - h/H)^{c_2} gh\chi(dM/dt), \quad (C.6)$$

Moshonkin S.N., Diansky N.A. Upper mixed layer temperature anomalies at the North Atlantic storm-track zone // Ann. Geophysicae. 1995. V. 13. P. 1015-1026.

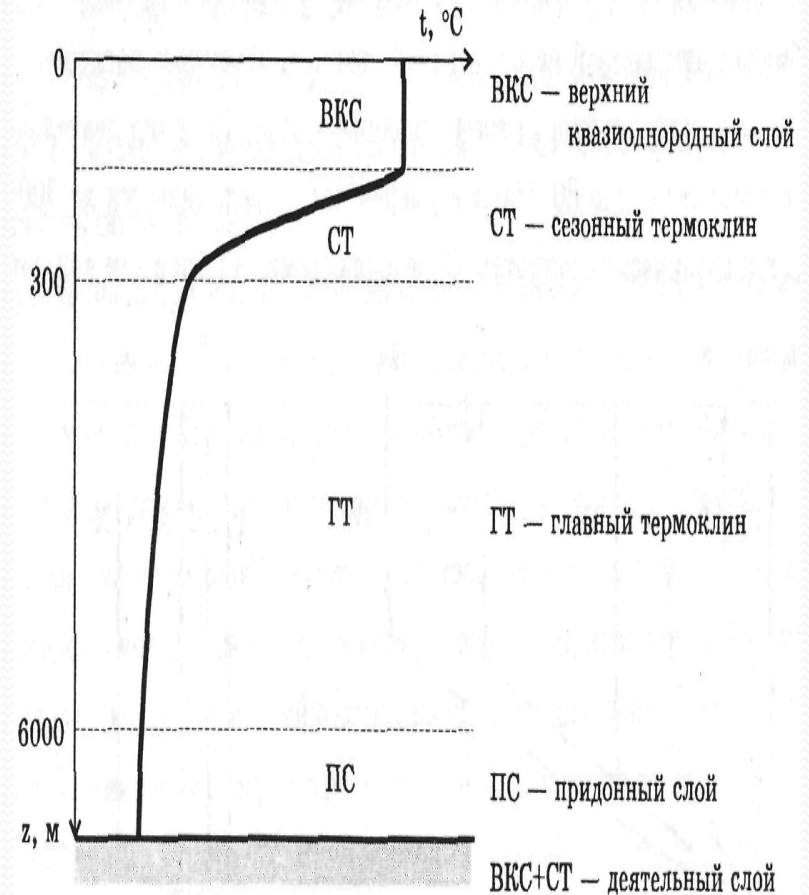
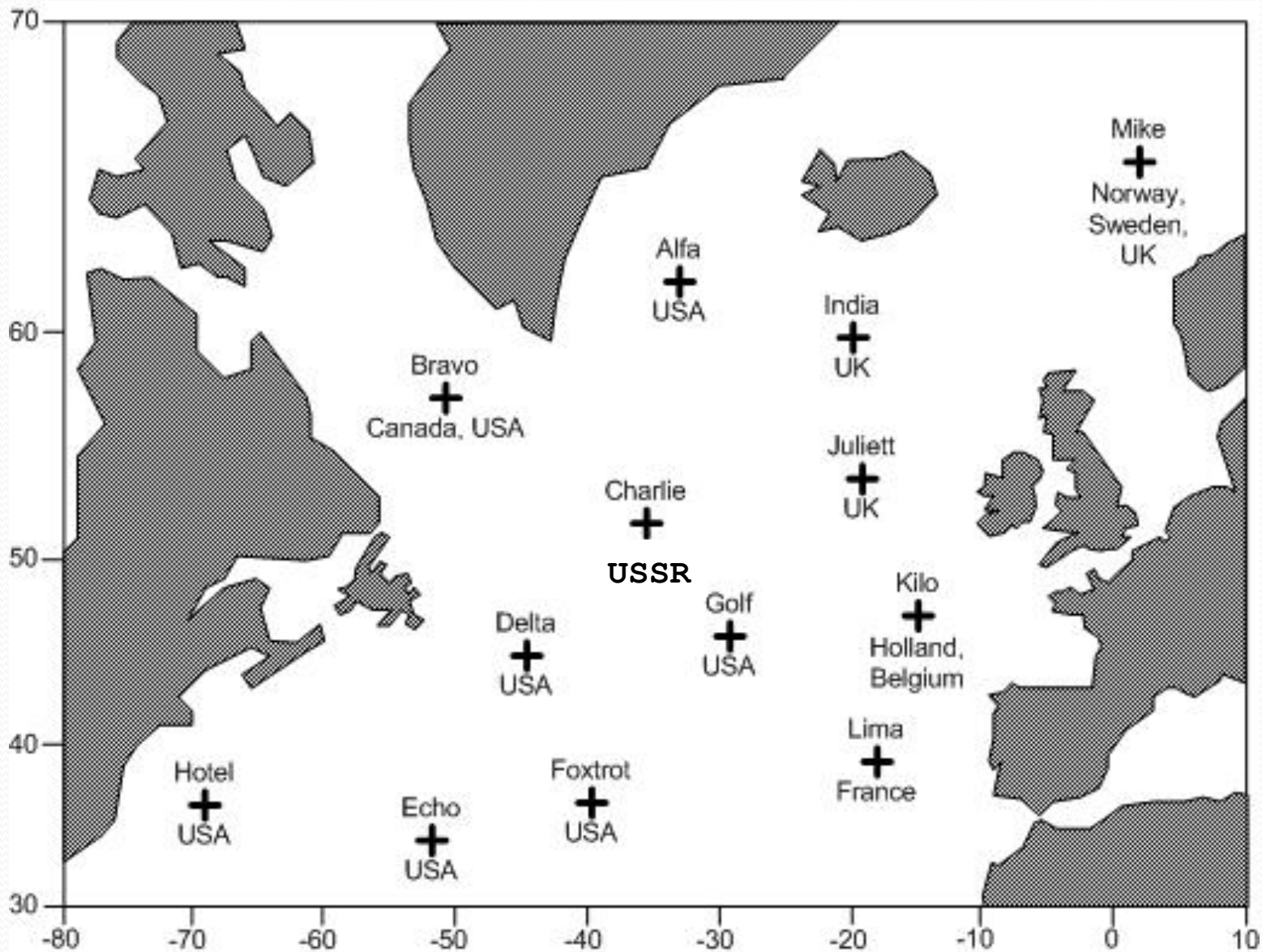
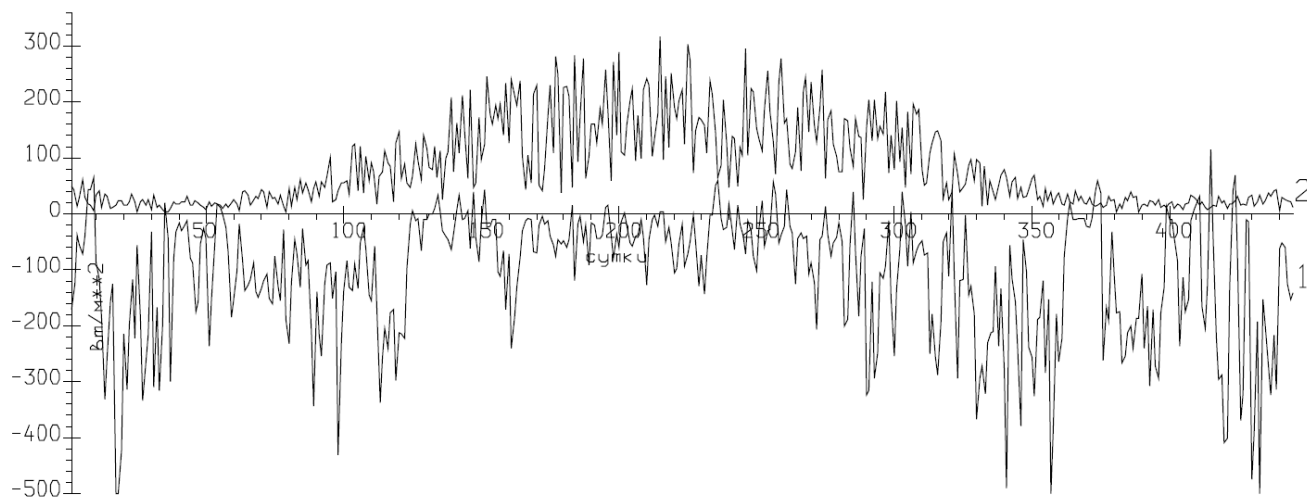


Рис.3.1.1. Осредненное вертикальное распределение температуры в океане

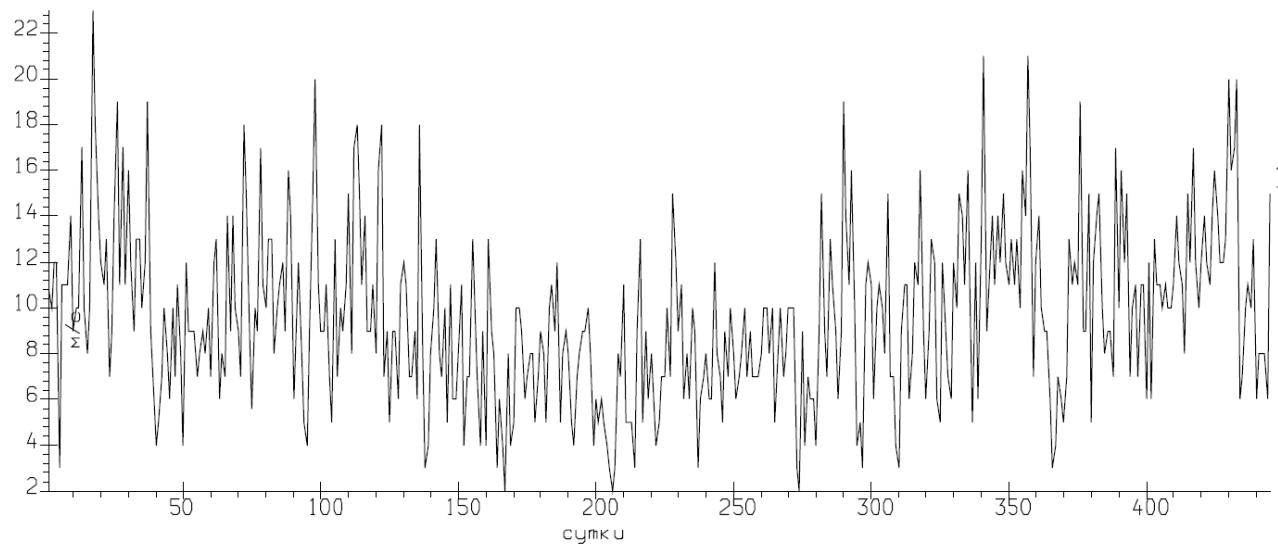
Станции погоды, где постоянно дежурили НИС (~1950 – ~1990)



Воспроизведение годового хода характеристик верхнего слоя океана на станции погоды "С"



а) Потoki тепла (1) и коротковолновая радиация (2), ст. погоды "С".

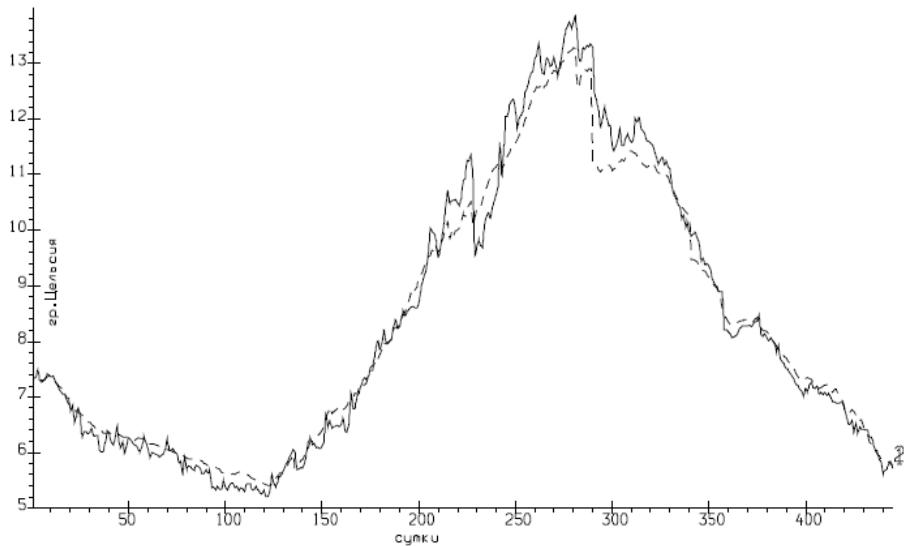


б) Скорость ветра на 27м (15.11.76-02.02.1978, "С")

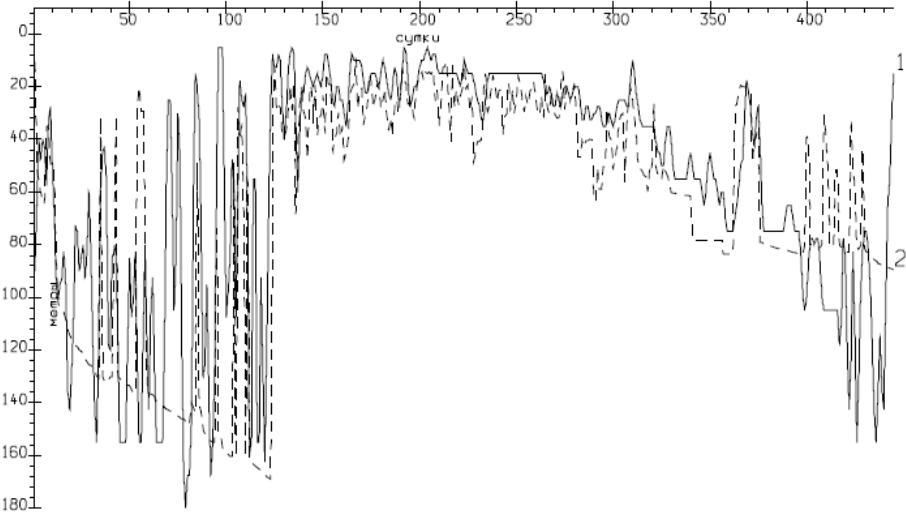
(а) Потoki тепла $Q_0(1)$ и $Q_r(2)$ и (б) – модуль скорости ветра на 27 м на ОСП "С" с 15.11.1976 по 02.02.1978, шаг –1 сутки.

Воспроизведение годового хода характеристик верхнего слоя океана на станции погоды "С"

Временной ход температуры (а) и нижней границы (б) ВПС по данным наблюдений (1) и модельному прогнозу (2) ($c_g = 8$, $c_1 = 35$, $c_2 = 8$, $\lambda = 0.052-1$, $H = 300\text{м}$). Станция погоды "С 15.11.1976–02.02.1978, шаг –1 сутки.



а) Временной ход ТПО в точке "С", 1-наблюдения, 2-модель.



б) Временной ход глубины ВПС в точке "С", 1-наблюдения, 2-модель.

Воспроизведение синоптических аномалий температуры в верхнем слое океана с помощью метода многолетнего моделирования

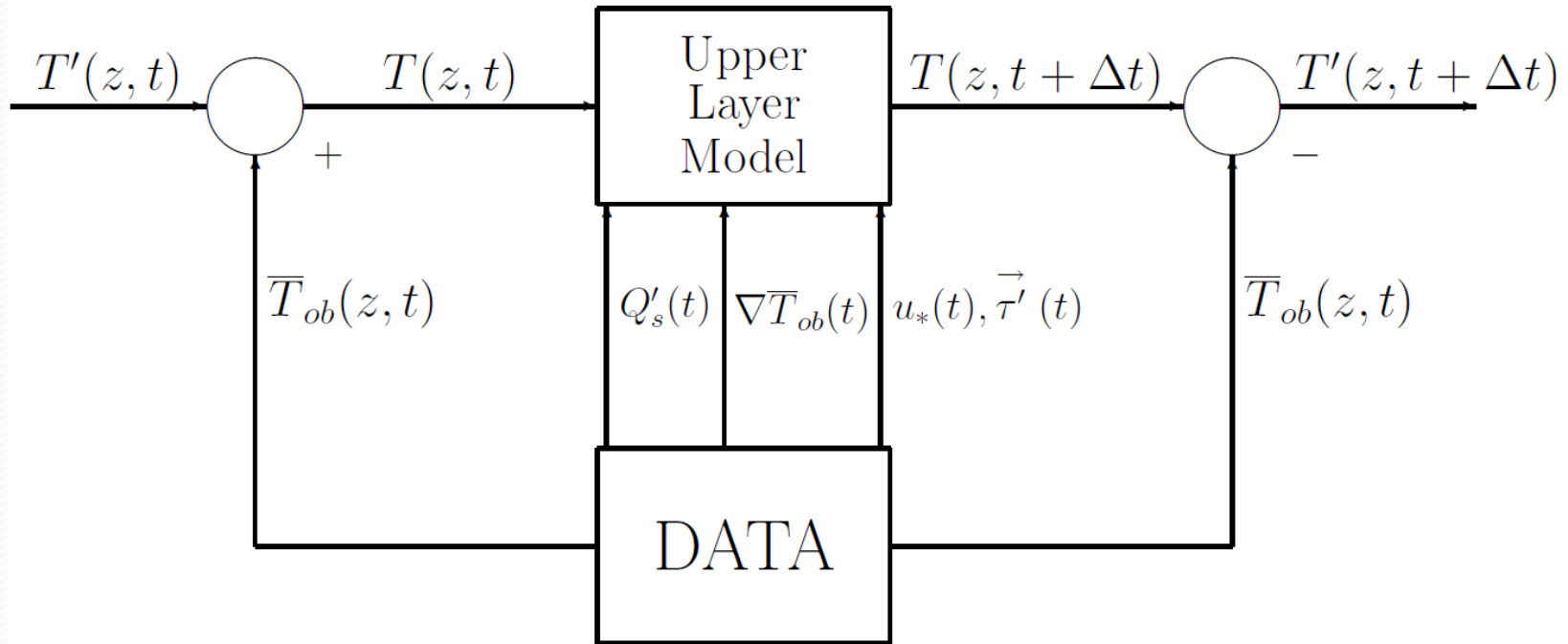
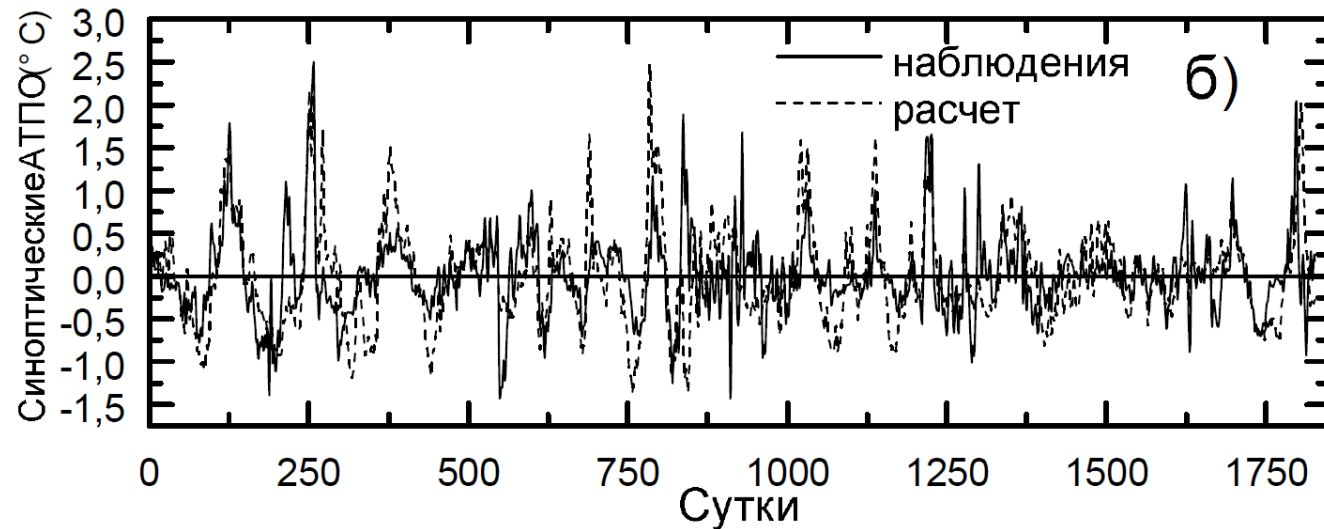
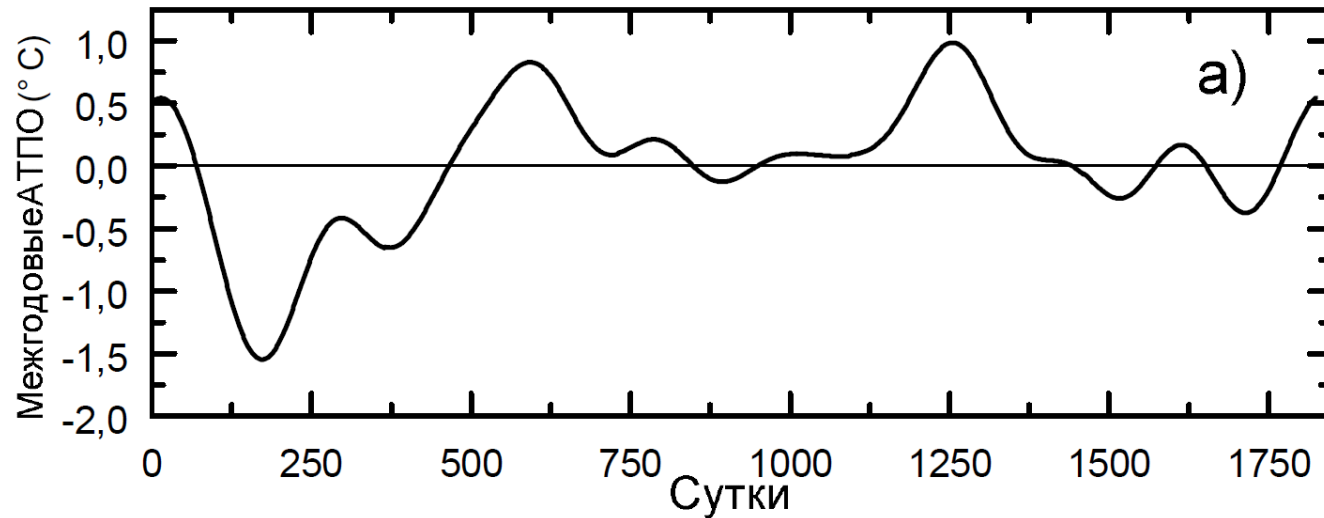
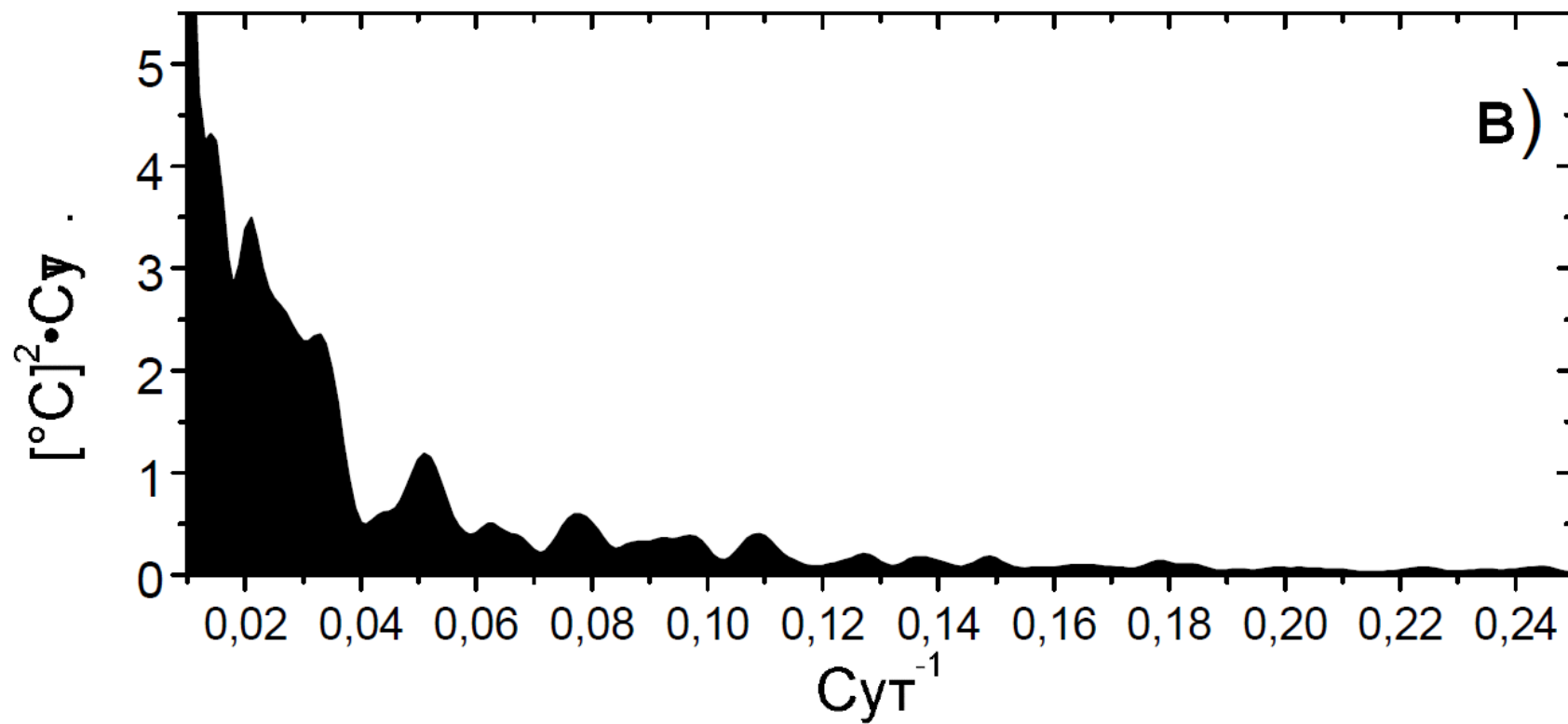


Схема многолетнего моделирования внутрисезонных аномалий характеристик верхнего слоя океана.

Временной ход межгодовых (а) и внутрисезонных (б) аномалий ТПО по данным наблюдений (сплошная линия) на станции погоды "С" за период с 1.01.1976 г. По 31.12.1980 г. (1827 суток). На (б) показаны воспроизведенные аномалии ТПО с помощью локальной модели верхнего слоя океана (пунктир) с учетом реального среднего годового хода температуры и солёности в слое 0–300 м.



Спектральная плотность внутрисезонных аномалий ТПО



Параметризация турбулентного вертикального перемешивания в современных моделях общей циркуляции океана

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial x} - lv = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial x} + \text{div}(\mu_u \nabla u) + \frac{\partial}{\partial z} v \frac{\partial u}{\partial z},$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial x} + lu = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial y} + \text{div}(\mu_u \nabla v) + \frac{\partial}{\partial z} v \frac{\partial v}{\partial z},$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial x} = \text{div}(\mu_T \nabla T) + \frac{\partial}{\partial z} v_S \frac{\partial T}{\partial z} - \frac{\partial I}{\partial z}.$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} + u \frac{\partial S}{\partial x} + v \frac{\partial S}{\partial y} + w \frac{\partial S}{\partial x} = \text{div}(\mu_S \nabla S) + \frac{\partial}{\partial z} v_T \frac{\partial S}{\partial z},$$

INMOM: основная параметризация Pacanovsky and Philander (1981):

$$v_T = \frac{v_T^{\max}}{(1 + 5Ri)^3} + v_T^{\min}, \quad v_u = \frac{v_u^{\max}}{(1 + 5Ri)^2} + v_u^{\min}, \quad Ri = \frac{g \frac{\partial \rho}{\partial z}}{\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)^2}, \quad Ri_{cr} \approx 0.2.$$

GOTM. KPP параметризация

Турбулентный поток:

$$\overline{w'X'} = -Kx \frac{dX}{dz}$$

X- температура, соленость или скорость; Kx – коэффициент вязкости или диффузии

$$Kx = hw_x(\sigma)G(\sigma)$$

где h – глубина пограничного слоя; $\sigma = \frac{d}{h}$, d – расстояние от свободной поверхности;

$$G(\sigma) = \sigma(1 + a_2\sigma + a_3\sigma^2) \quad \text{– безразмерная объемная функция}$$

Глубина пограничного слоя зависит от числа Ричардсона:

$$Ri_b = \frac{(B_r - B)d}{(U_r - U)^2 + (V_r - V)^2 + V_t^2}, \quad \text{где } Br \text{ – средняя плавучесть, } (U_r, V_r) \text{ – средние скорости}$$

При $Ri_b = Ric$ – глубина достигает глубины пограничного слоя h.
 Ric принимает значения от 0.25 до 0.3.

GOTM. Параметризация Меллора-Ямады 2.5

- 1) для кинетической энергии турбулентности
- 2) макромасштаба турбулентности (2).

$$\frac{de^2}{dt} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu_V \frac{\partial e^2}{\partial z} \right) + 2\nu_V \left[\left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \right] + \frac{2g}{\rho_0} k_V \frac{\partial \rho}{\partial z} - \frac{2e^3}{B_1 l}$$

$$\frac{d(e^2 l)}{dt} = \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu_V \frac{\partial (e^2 l)}{\partial z} \right] + l E_1 \nu_V \left[\left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \right] + \frac{l E_3 g}{\rho_0} \frac{\partial \rho}{\partial z} - \frac{e^3}{B_1} H$$

эмпирическая функция, E_1 , E_3 , B_1 - эмпирические константы

Коэффициенты вязкости и диффузии:

$$\nu_V = l e S_h;$$

$$k_V = l e S_M$$

$e^2 / 2$ кинетическая энергия турбулентности, l – макромасштаб турбулентности, S_M, S_h - функции устойчивости

Перспективная модель параметризации турбулентного Перемешивания для INMOM

The popular two-equation turbulence model discussed here rely on a local, time-varying kinematic eddy viscosity that parameterizes turbulence (local Reynolds stresses) in terms of mean-flow quantities (vertical shear) as

$$\overline{u'w'} = -\nu_u \frac{1}{H} \frac{\partial u}{\partial \sigma}, \quad \overline{v'w'} = -\nu_u \frac{1}{H} \frac{\partial v}{\partial \sigma}$$

Turbulence Model

$$\frac{dk}{dt} = \frac{1}{H^2} \cdot \frac{\partial}{\partial \sigma} \left(\frac{\nu_u}{\sigma_k} \cdot \frac{\partial k}{\partial \sigma} \right) + \nu_u \cdot G^2 - \nu_\rho \cdot N_z^2 - (c_S^0)^4 \cdot \omega \cdot k$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{H^2} \cdot \frac{\partial}{\partial \sigma} \left(\frac{\nu_u}{\sigma_\omega} \cdot \frac{\partial \omega}{\partial \sigma} \right) + \frac{\omega}{k} \cdot \left(c_1^\omega \cdot \nu_u \cdot G^2 - c_3^\omega \cdot \nu_\rho \cdot N_z^2 - c_2^\omega \cdot (c_S^0)^4 \cdot k \cdot \omega \right)$$

$$\nu_u = \frac{C_S^U}{c_S^0} \cdot \frac{k}{\omega},$$

$$\nu_\rho = \frac{C_S^Q}{c_S^0} \cdot \frac{k}{\omega}$$

$$k = \overline{(u')^2 + (v')^2 + (w')^2} - \text{Turbulence Kinetic Energy (TKE), } ([k] = \text{cm}^2/\text{s}^2)$$

ε - Dissipation rate of TKE (cm^2/s^3)

$$\omega = \frac{\varepsilon}{(c_s^0)^4 \cdot k} - \text{a frequency characteristic of the turbulence decay process}$$

[Suffman, 1970: Proc. R. Soc., Lond.]

$$N^2 = \frac{1}{H} \frac{g}{\rho_0} \frac{\partial \rho_{pot}}{\partial \sigma} - \text{buoyancy frequency square}$$

$$G^2 = \left(\frac{1}{H} \frac{\partial u}{\partial \sigma} \right)^2 + \left(\frac{1}{H} \frac{\partial v}{\partial \sigma} \right)^2 + \left(\frac{1}{H} \frac{\partial w}{\partial \sigma} \right)^2 - \text{Shear frequency square}$$

$$\sigma = (Z - \xi) / (H - \xi) - \text{Isobathic coordinate, } H - \text{ocean depth,}$$

ξ - sea level

Main parameters

$c_S^0 = 0.5562$ - stability coefficient based on experimental data for unstratified channel flow with a log-layer solution

$$c_1^\omega = 0.555 \quad c_2^\omega = 0.833 \quad c_3^\omega = \begin{cases} -0.6 \text{ } npu & N^2 > 0 \\ 1.0 \text{ } npu & N^2 \leq 0 \end{cases}$$

$\sigma_k = 2.0$ $\sigma_\omega = 2.0$ - Schmidt numbers for the k and ω

First variant:

$$C_S^U = c_S^0, \quad C_S^Q = C_S^U / \text{Pr}, \quad \text{Pr} = \begin{cases} 1, & Ri \leq 0.2 \\ 5 \cdot Ri, & 0.2 < Ri < 2, \\ 10, & Ri \geq 2 \end{cases}, \quad Ri = \frac{N_z^2}{G^2}$$

Stability functions are derived algebraically from the transport equations for the Reynolds stresses and turbulent fluxes after parameterizations of third-order moments and pressure strain correlations.

Simple view with assumption $\nu_u \cdot G^2 - \nu_\rho \cdot N_z^2 = \varepsilon$ (Galperin, B., L.H. Kantha, S. Hassid, and A. Rosati: A quasi-equilibrium turbulent energy model for geophysical flows. [J. Atmos. Sci., 1988. vol. 45, pp. 55-62]) :

$$C_S^U = \frac{c_S^0 + 2.182 \cdot \alpha_N}{1 + 20.40 \cdot \alpha_N + 53.12 \cdot \alpha_N^2}, \quad C_S^Q = \frac{0.6985}{1 + 17.34 \cdot \alpha_N}$$

$$\alpha_N = \frac{l^2}{k} \cdot N_z^2 = (c_S^0)^{-2} \cdot \frac{N_z^2}{\omega^2}, \quad (\alpha_{N_{\max}} = 0.56 > \alpha_N > \alpha_{N_{\min}} = -0.0466)$$

More complete variant with **shear factor** (Warner J.C., Sherwood C.R., Arango H.G., Signell R.P. 2005. Performance of four turbulence closure models implemented using a generic length scale method// [Ocean Modelling](#). 2005. V. 8. № 1 - 2. P. 81 - 113.):

$$\alpha_G = (c_S^0)^{-2} \cdot \frac{G^2}{\omega^2}$$

splitting method for *turbulence model equations*

(Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. Москва: Наука, 1980. 536с)

All the required grid functions have been solved by circulation model at the time moment + 1. Using the splitting method, it is now necessary to solve a set of equations for the turbulent exchange with assumptions:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial v}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

And initial conditions: $u, v, w = (u, v, w)^{j+1}$, $\rho = \rho(T^{j+1}, S^{j+1})$, $k, \omega = (k, \omega)^{j+1}$.

First stage of splitting = transport and vertical diffusion:

$$D_t k = \frac{1}{H} \frac{\partial}{\partial \sigma} \nu_u \frac{\partial k}{\partial \sigma} \quad D_t \omega = \frac{1}{H} \frac{\partial}{\partial \sigma} \nu_u \frac{\partial \omega}{\partial \sigma}$$

Boundary Conditions for **First stage of splitting** :

$$\sigma = 0: \quad \frac{\nu_u}{\sigma_k} \frac{1}{H} \frac{\partial k}{\partial \sigma} = -C_g \cdot (u_*^S)^3, \quad u_*^S = (\sqrt{\tau_{ax}^2 + \tau_{ay}^2} / \rho_w)^{1/2} \quad (\text{Заславский и др. Океанология, 2006. №2})$$

$$\omega_0 = \frac{\epsilon_0}{(c_S^0)^4 \cdot k_0} \quad \epsilon_0 = (0.7 \cdot u_*^S)^3 / (\chi \cdot z_0) \quad (\text{Соловьёв ФАО. 1986. том 22, No. 4}).$$

$$\sigma = 1: \quad k_H = \left(\frac{G_H \cdot L_H}{c_S^0} \right)^2 \quad (\text{Smith, McLean, 1977: J. Geophys. Res. 1977})$$

$$\omega_H = G_H / (c_S^0)^2, \quad L_H = \chi \cdot (z_0 + z_p)$$

Second Stage of Splitting : generation – dissipation TKE

$$\frac{d\omega}{dt} = B - C \cdot \omega^2, \quad \frac{dk}{dt} = \left(\frac{A}{\omega} - D \cdot \omega \right) \cdot k \quad (1)$$

$$A = (c_s^0)^{-1} \cdot (C_s^U \cdot G^2 - C_s^Q \cdot N^2), \quad B = (c_s^0)^{-1} \cdot (c_1^\omega \cdot C_s^U \cdot G^2 - c_3^\omega \cdot C_s^U \cdot N^2),$$

$$C = c_2^\omega \cdot (c_s^0)^4, \quad D = (c_s^0)^4$$

Analytical solution for (1):

$$\omega = -\sqrt{\frac{B}{C}} \cdot \frac{1 + C^\omega \exp(2\sqrt{B \cdot C} \cdot t)}{1 - C^\omega \exp(2\sqrt{B \cdot C} \cdot t)},$$

$$C^\omega = \frac{\omega^0 + \sqrt{B/C}}{\omega^0 - \sqrt{B/C}}$$

$$k = k^0 \cdot \left[\frac{\left(1 + C^\omega \exp(2\sqrt{B \cdot C} \cdot t)\right)^2}{\left(1 + C^\omega\right)^2 \exp(2\sqrt{B \cdot C} \cdot t)} \right]^{A/(2B)} \cdot \left[\frac{\left(1 - C^\omega\right)^2 \exp(2\sqrt{B \cdot C} \cdot t)}{\left(1 - C^\omega \exp(2\sqrt{B \cdot C} \cdot t)\right)^2} \right]^{D/(2C)}$$

Case of the extinction for solution at the second stage of splitting ->

$(N^2, G^2) \rightarrow 0 \Rightarrow (A, B) \rightarrow 0 \Rightarrow$: Система (1) -> (1a) :

$$\frac{d\omega}{dt} = -C \cdot \omega^2, \quad \frac{dk}{dt} = -D \cdot \omega \cdot k, \quad (1a)$$

Solution for (1a):

$$\omega = \frac{\omega_0}{1 + C \cdot \omega_0 \cdot \tau_t},$$
$$k = \frac{k_0}{(1 + C \cdot \omega_0 \cdot \tau_t)^{D/C}}.$$

$$\omega_{\min} = \varepsilon_{\min} / k_{\min} / (c_S^0)^4, \quad k_{\min} = 0.03 \text{ cm}^2/\text{c}^2, \quad \varepsilon_{\min} = 5 \cdot 10^{-6} \text{ cm}^2/\text{c}^3$$

(Burchard H., Bolding K., Villarreal M.R. GOTM, a General Ocean Turbulence Model. Theory, implementation and test case. Space Application Institute; Marine Environmental Unit; Joint Research Centre European Commission. 1999. 104 p.)

$$(N^2, G^2) < (N^2, G^2)_{\text{crit}}, \quad (N^2, G^2)_{\text{crit}} = 0.5 \cdot 10^{-5} \text{ Hz}^2 \quad \text{— Practical definition for conversion (1) to (1a)}$$

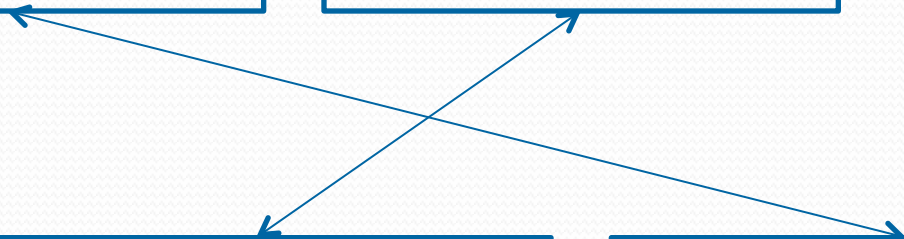
SVD анализ. (Дымников, Филин, 1985)

$$\begin{matrix} N_x & & N_t & & N_y & & N_x \\ \boxed{X = \{x_{ij}, i=1, \dots, N_x, j=1, \dots, N_t\}} & \times & \boxed{Y^T = \{y_{ij}, i=1, \dots, N_y, j=1, \dots, N_t\}^T} & = & \boxed{Cov = \{c_{ij}, i=1, \dots, N_x, j=1, \dots, N_y\}} & \\ & & & & N_t & & \end{matrix}$$

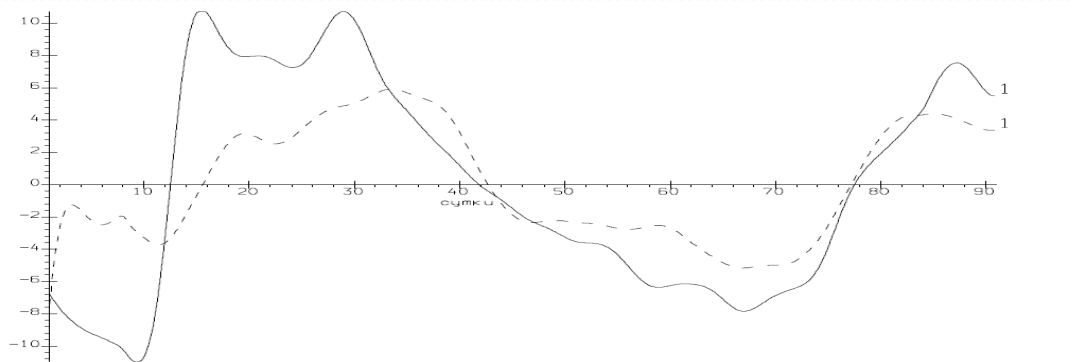
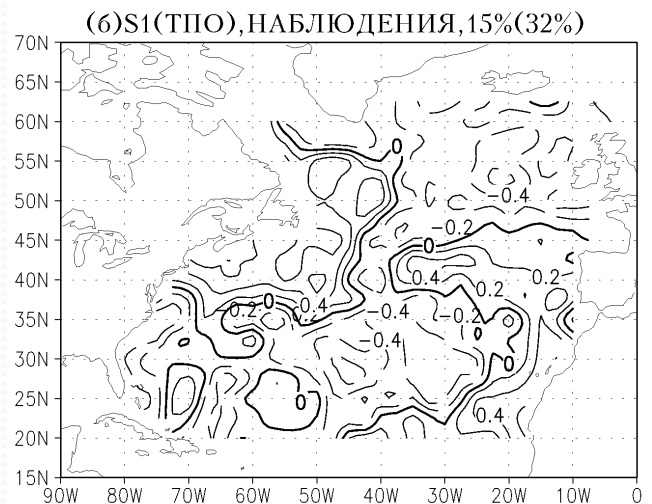
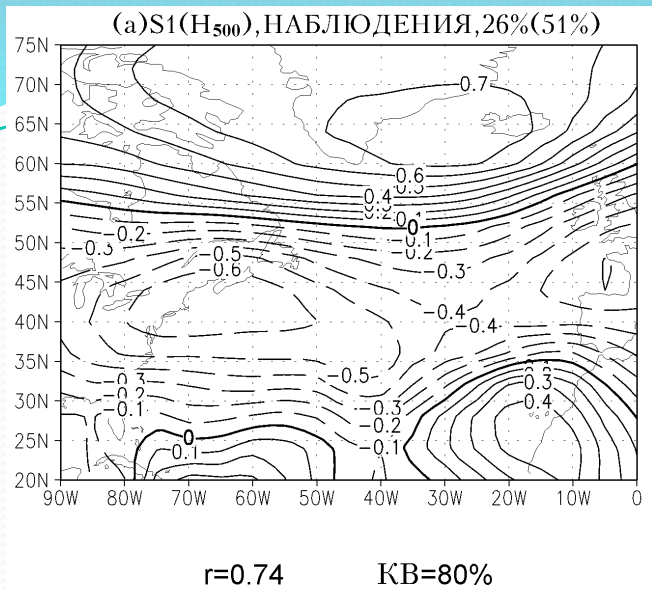
SVD разложение матрицы C

$$\boxed{Cov(N_x \times N_y)} = \boxed{U(N_x \times N_x)} \times \boxed{\Lambda(N_x \times N_y)} \times \boxed{V(N_y \times N_y)}$$

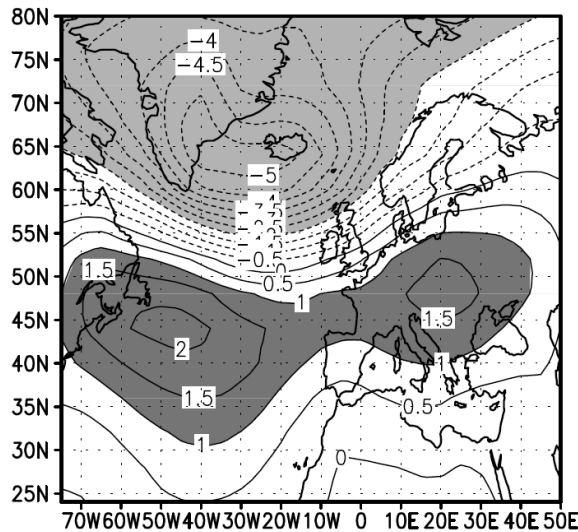
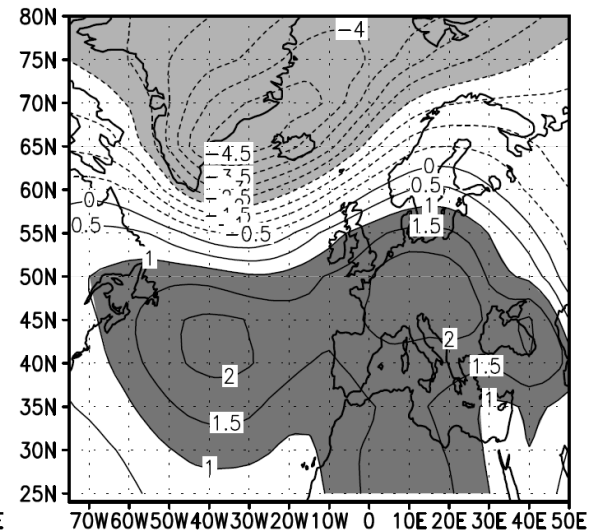
SVD анализ. Переход в пространство Фурье-коэффициентов.
Гетерогенные корреляционные векторы.

$$U(N_x \times N_x) \times X(N_x \times N_t) = C_x(N_x \times N_t)$$


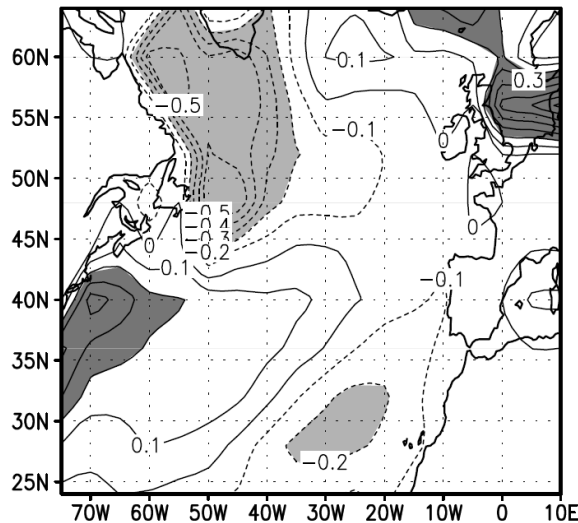
$$V(N_y \times N_y) \times Y(N_y \times N_t) = C_y(N_y \times N_t)$$



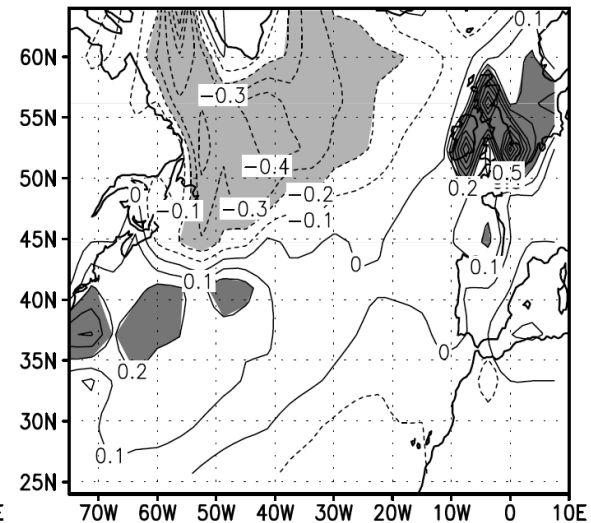
Первая мода SVD для аномалий H500 и ТПО из данных ПГЭП за период с 01.12.1978 г. по 02.03.1979 г.

42% $C=0.38$ 34% $C=0.51$ 

12%



14%



Первые SVD-моды давления на уровне моря (вверху) и ТПО (внизу) в районе северной Атлантики по данным модели (слева) и реанализа NCEP (справа) (в безразмерных единицах). В % показан вклад в полную дисперсию, делаемый соответственной SVD модой, и коэффициент корреляции между коэффициентами Фурье для ДУМ и ТПО.

Временные связи и пространственные формы совместных мод аномалий высоты изобарической поверхности 500мб и температуры поверхности океана зимой в Северной Атлантике

Дианский Н.А. Временные связи и пространственные формы совместных мод аномалий высоты изобарической поверхности 500 мб и температуры поверхности океана зимой в Северной Атлантике // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 1998. Т. 34. № 2. С. 197-213.

Среднемесячные данные 1946-1987: ТПО из COADS (2x2), H500 из NMC (5x2.5).

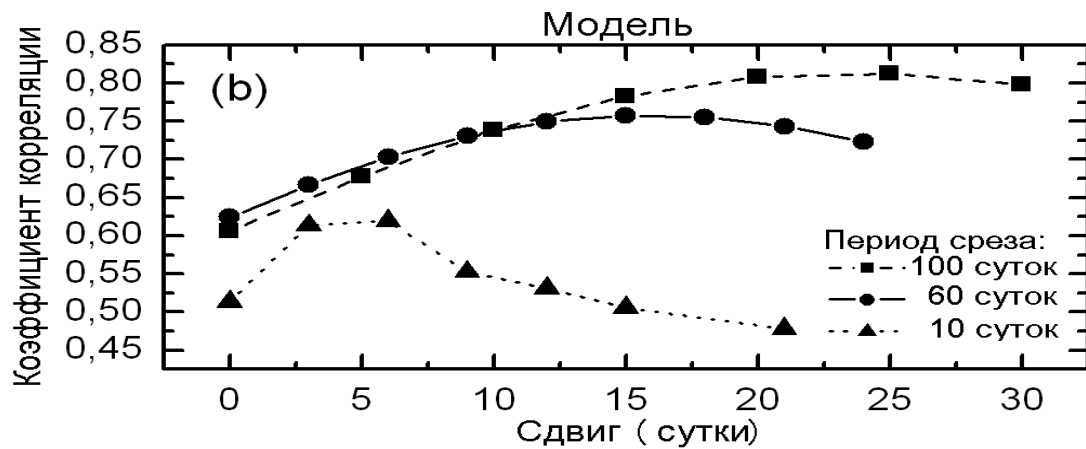
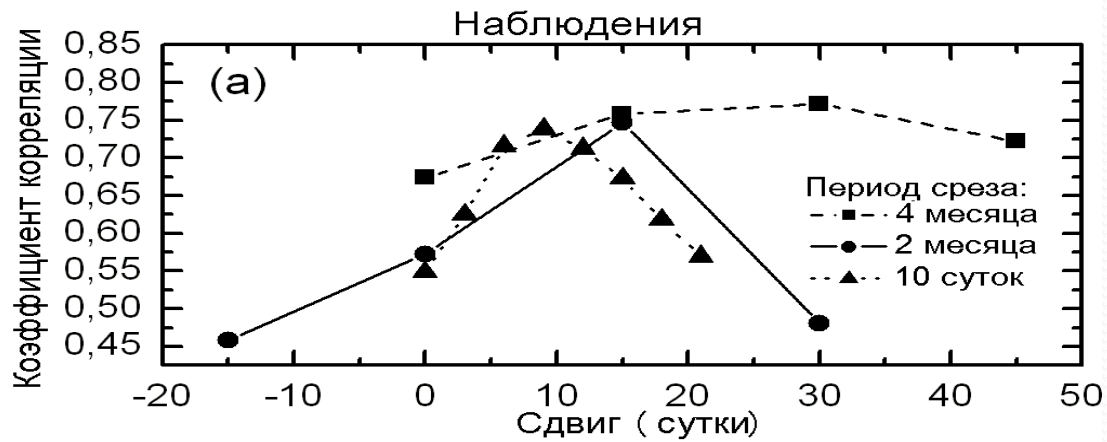
Суточные данные с 01.31.1978-03.03.1979: ТПО и H500 из ПГЭП.

Результаты моделирования с совместной моделью атмосферы и верхнего слоя океана.

Таблица 4.1. Значения величин корреляции между коэффициентами Фурье и вкладов в полную дисперсию (ПД) векторов для главных мод SVD, рассчитанных по средним месячным рядам наблюдений H₅₀₀ и ТПО при различных сдвигах по времени между ними.

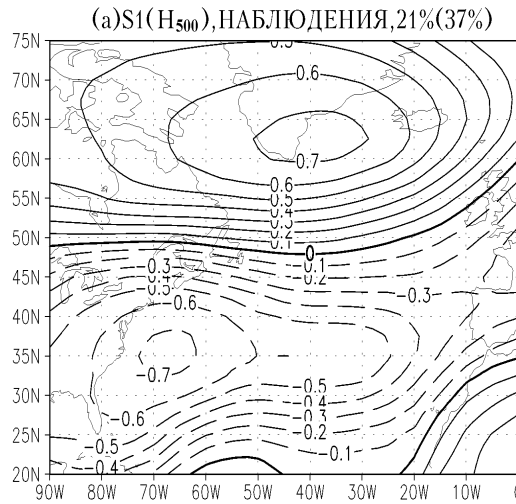
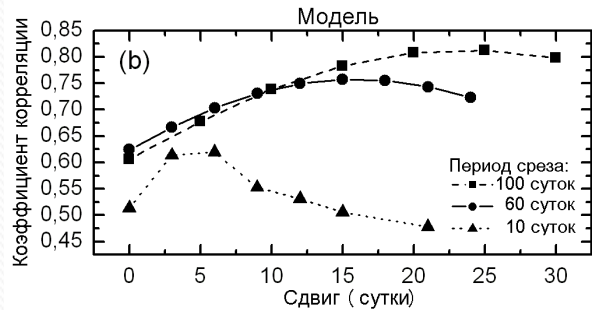
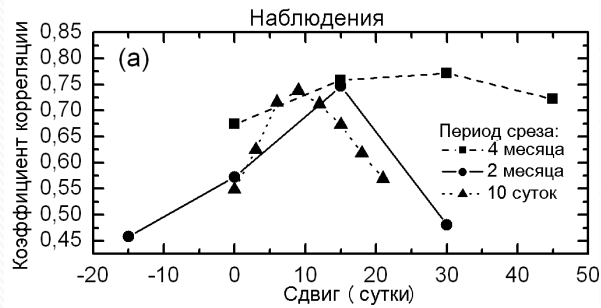
№	Сдвиг -0.5 месяца			Без сдвига			Сдвиг +0.5 месяца		
	Корреляция	Вклад в ПД(%)		Корреляция	Вклад в ПД(%)		Корреляция	Вклад в ПД(%)	
		H ₅₀₀	ТПО		H ₅₀₀	ТПО		H ₅₀₀	ТПО
1	0.46	37.5	10.9	0.57	35.8	12.6	0.75	36.9	12.9
2	0.52	15.9	11.4	0.60	18.4	10.9	0.72	19.2	11.4
3	0.49	8.5	4.9	0.49	9.1	5.6	0.64	7.6	5.2
4	0.56	8.3	3.4	0.52	7.2	4.2	0.60	5.9	5.1
5	0.50	6.1	3.8	0.61	7.4	2.1	0.59	9.2	3.0

Зависимости от временного сдвига значения корреляций между соответствующими коэффициентами Фурье первых мод SVD для аномалий H500 и ТПО с различными периодами срезов: (а) -- для данных наблюдений, (б) – для результатов моделирования.

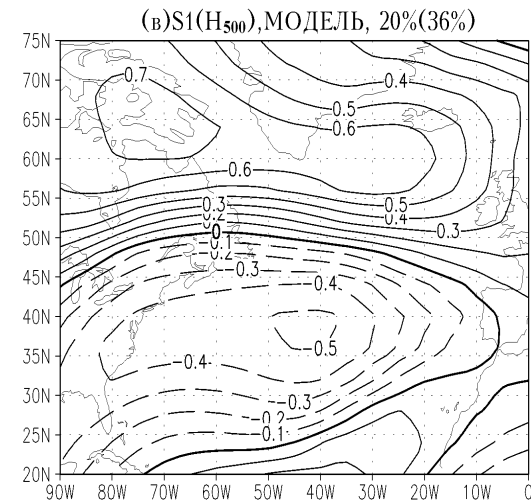


Гетерогенные корреляционные карты S1(H) и S1(ТПО) для среднемесячных данных наблюдений (а, б) и соответствующих им модельных данных (в,г). Над каждой картой в процентах показан гетерогенный вклад в изменчивость соответствующего поля, а в скобках - исходный вклад в дисперсию как SVD векторов. Между парными картами одной и той же моды приведены коэффициент корреляции между их коэффициентами разложения (r) и ковариационный вклад (КВ), производимый этой модой SVD.

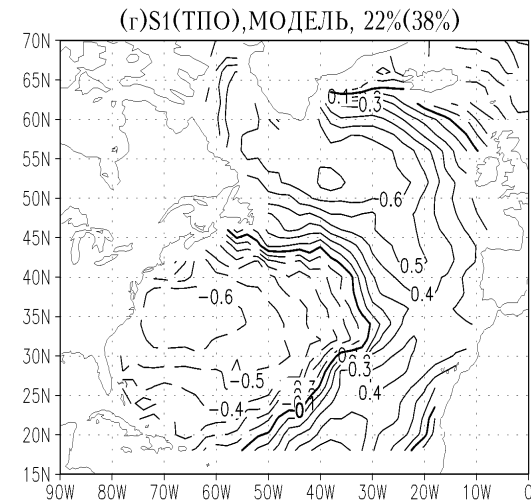
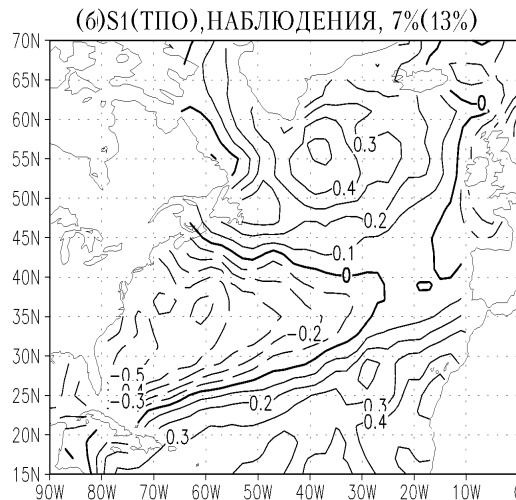
Зависимости от временного сдвига значения корреляций между соответствующими коэффициентами Фурье первых мод SVD для аномалий H500 и ТПО с различными периодами срезов: (а) -- для данных наблюдений, (б) – для результатов моделирования.



$r=0.75$ КВ=61%



$r=0.76$ КВ=66%



Простая модель аномалий ТПО (Франкиньюль, Хассельман 1977; Мошонкин, Дианский 1994):

$$\frac{\partial T'_w}{\partial t} = \frac{c_p \rho_a C_D |V| (1 + Bo)}{c_w \rho_w \bar{h}} (T'_a - T'_w).$$

Амплитудная и фазовая частотные характеристики передаточной функции $W(f/f_0)$ простой модели аномалий ТПО:

$$2\pi i f T'_w(f) + \frac{k_{Ob}}{c_w \rho_w \bar{h}} T'_w(f) = \frac{k_{Ob}}{c_w \rho_w \bar{h}} T'_a(f),$$

$$k_{Ob} = c_p \rho_a C_D |V| (1 + Bo), f_0 = (2\pi c_w \rho_w \bar{h})^{-1} k_{Ob},$$

$$T'_w(f) = \frac{1}{(1 + i f/f_0)} T'_a(f) = W(f/f_0) T'_a(f),$$

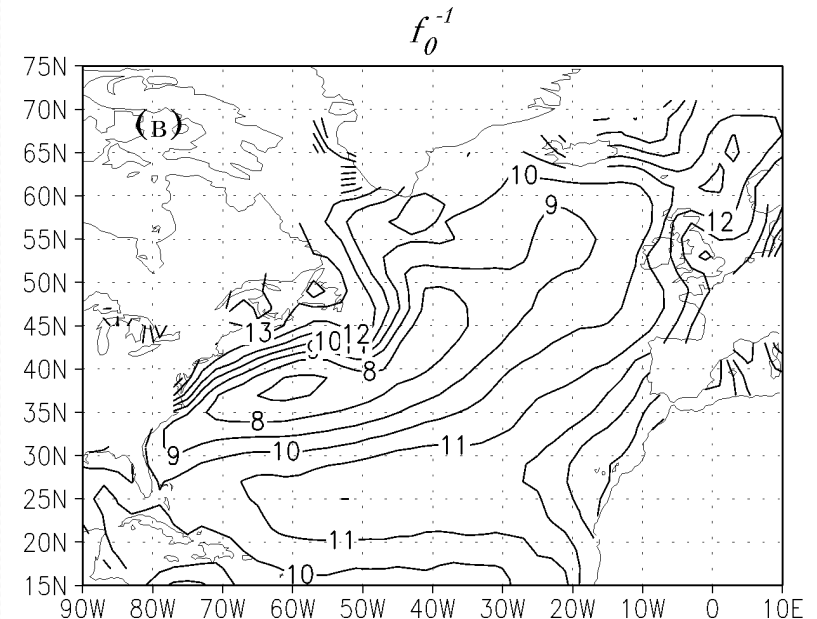
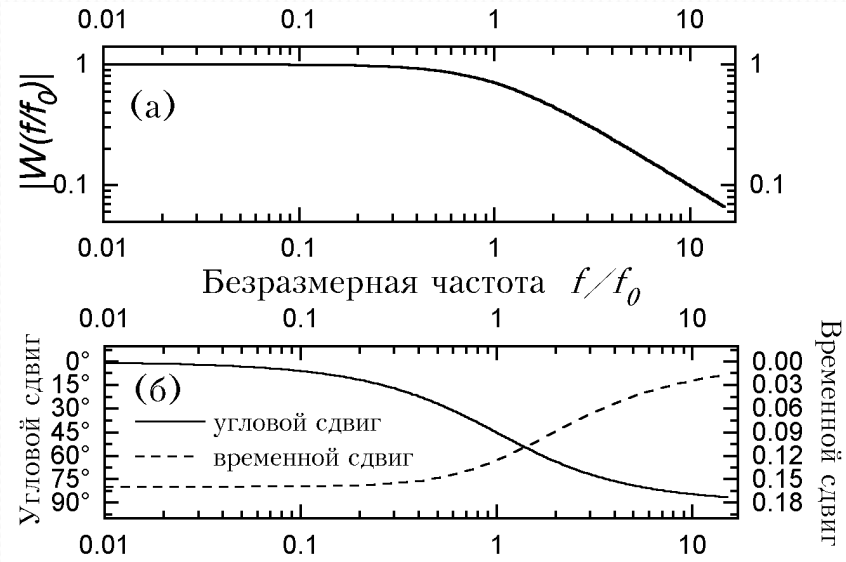
$$W(f/f_0) = 1/(1 + i f/f_0) = |W(f)| \exp(i\phi(f/f_0)),$$

$$|W(f/f_0)| = 1/\sqrt{(1 + f^2/f_0^2)}, \quad \phi(f/f_0) = -\text{artg}(f/f_0).$$

На частоте 1/(2мес) сдвиг фазы будет:

$$\phi(f/f_0) \approx -\text{artg}(6) \approx 90^\circ.$$

Графики амплитудной $|W(f/f_0)|$ (а) и фазовой $\Phi(f/f_0)$ (б) частотных характеристик $W(f/f_0)$



Зависимости от временного сдвига значения корреляций между соответствующими коэффициентами Фурье первых мод SVD для аномалий H500 и ТПО с различными периодами срезов: (а) -- для данных наблюдений, (б) – для результатов моделирования.

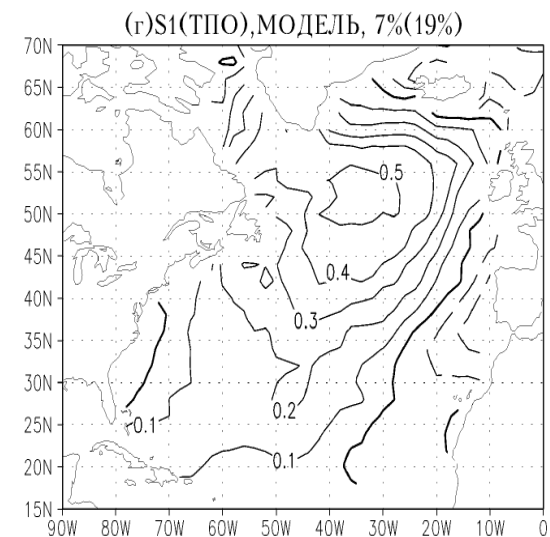
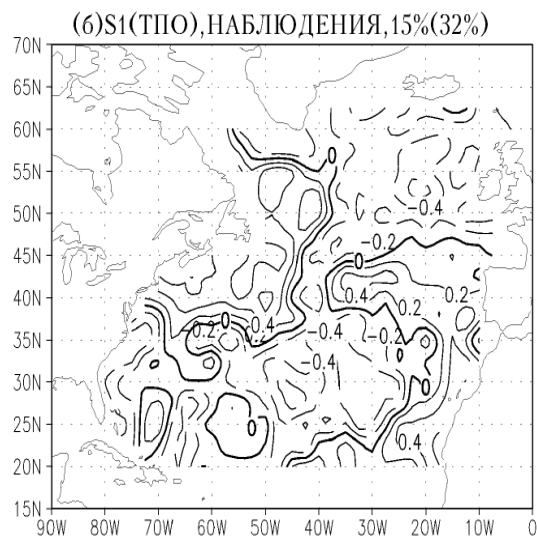
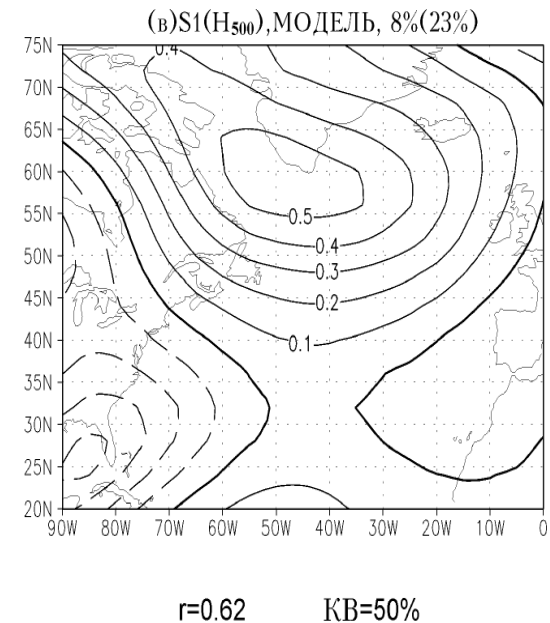
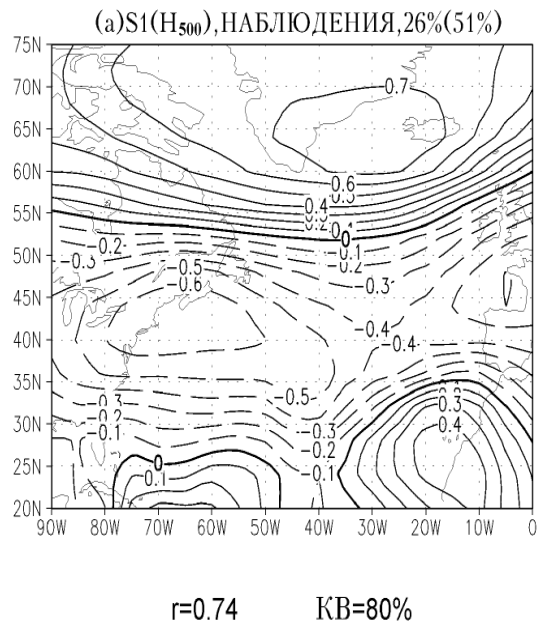
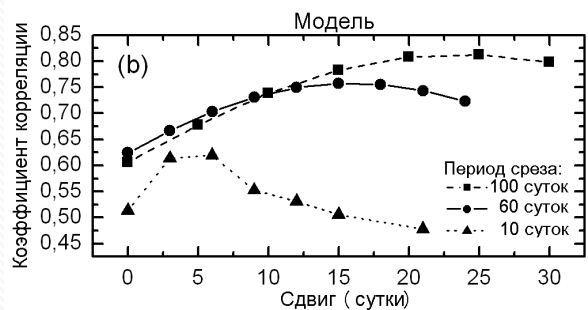
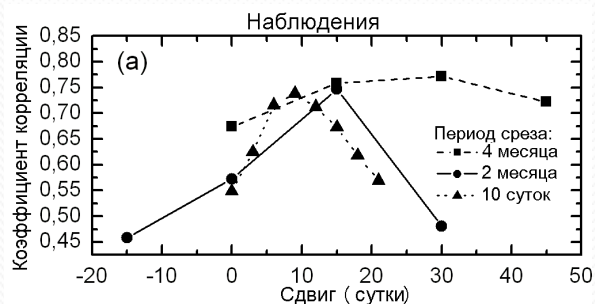
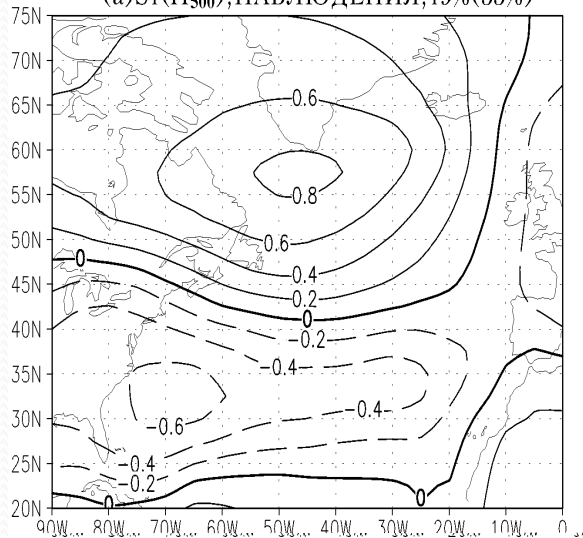


Рис. 4.4. Тоже, что и на рис. 4.3, но для данных внутри сезонного масштаба с диапазоном периодов колебаний 10–180 суток для наблюдений (а, б) и с диапазоном 10–90 суток для модели (в, г).

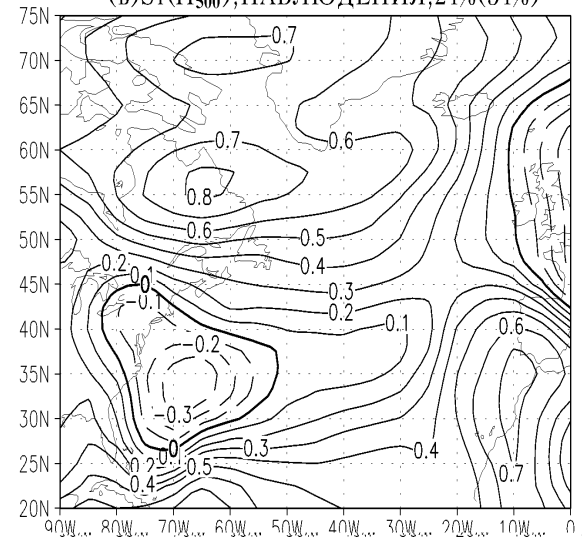
SVD моды для аномалий H500 и ТПО по наблюдаемым фильтрованным данным с периодами среза 1 год (а, б) и 7 лет (в, г).

(а) S1(H₅₀₀), НАБЛЮДЕНИЯ, 19%(33%)



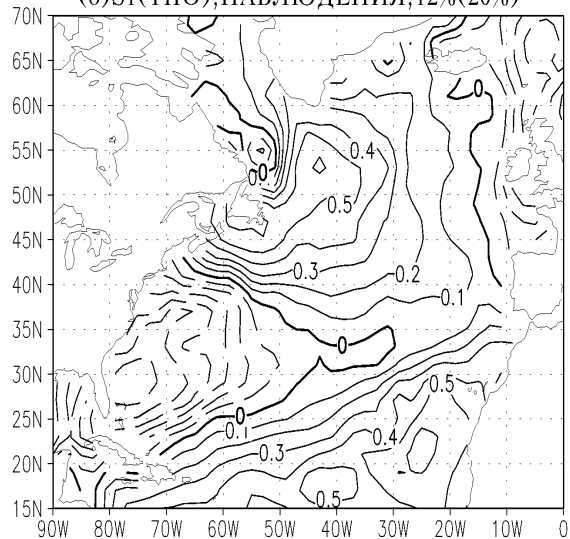
$r=0.8$ КВ=53%

(б) S1(H₅₀₀), НАБЛЮДЕНИЯ, 24%(34%)

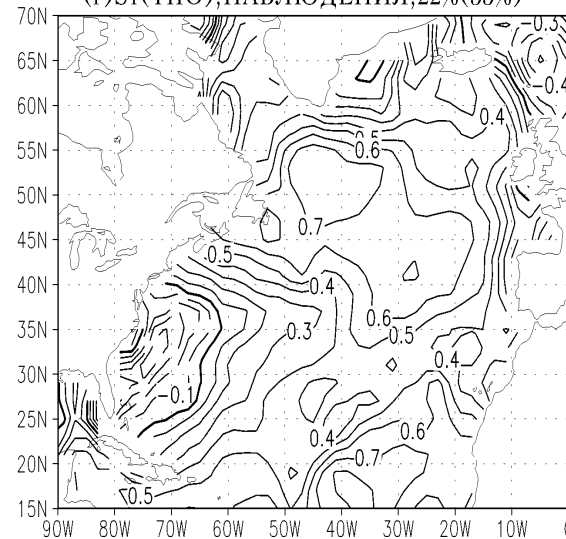


$r=0.84$ КВ=56%

(в) S1(ТПО), НАБЛЮДЕНИЯ, 12%(20%)



(г) S1(ТПО), НАБЛЮДЕНИЯ, 22%(33%)



Выводы

С помощью простой аналитической модели эволюции аномалий ТПО и привлечения аппарата исследования частотных характеристик передаточных функций показана связь величины временного запаздывания крупномасштабных аномалий ТПО в средних широтах с наиболее значимыми периодами колебаний в атмосферном воздействии, а для определения этого запаздывания предложена методика SVD анализа с временным сдвигом в исследуемых полях.

Показано, что низкочастотные SVD моды, с периодами от 5-7 лет и более, могут отражать воздействие океана на атмосферную циркуляцию.

Гипотеза Hasselman (1976), (Frankignoul and Hasselman 1977), что океан относительно пассивно интегрирует атмосферные воздействия, спектр которых близок к белому шуму. В этом случае океанический отклик имеет вид красного шума, т.е. спектра с концентрацией большей части энергии в области низких частот. Времена менее первых нескольких лет.

Спасибо за внимание!

