

**Молодежная** школа посвящена 90-летию со дня рождения  
академика Г.И. Марчука

## **Вода в атмосфере**

### **Динамика бароклинных вихрей во влажной атмосфере**

**В. Крупчатников**

([vkрупчатников@yandex.ru](mailto:vkрупчатников@yandex.ru))

# Содержание

**Часть 1. Вода в атмосфере**

**Часть 2. Динамика бароклинических вихрей во влажной атмосфере**

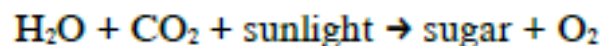
## История формирования атмосферы Земли

Атмосфера определяется как газовая оболочка окружающая небесные тела. Планета Земля как и другие планеты солнечной системы, имеет атмосферу, которая удерживается гравитационным притяжением и, в основном, вращается вместе с Землей. По сравнению с радиусом Земли, атмосферная оболочка очень тонкая. 99% ее массы лежит ниже 30 км слоя (0.5% ее радиуса).

Установлено, что Земля образовалась, **примерно, 4.5 млрд.** лет назад. В этот период атмосферы не было. Атмосфера образовалась в результате мощных вулканических процессов, когда из недр Земли выбрасывались огромные массы суспензии, которая содержала, в основном **водяной пар, углекислый газ, азот и серу.**

Так как атмосфера может удерживать определенное количество водяного пара, его избыток конденсировался и выпадал на поверхность планеты, формируя океаны.

Принято считать, что первая стадия эволюции жизни началась, примерно, 4 млрд. лет назад и для этого требовался свободный кислород. К этому времени примитивные формы растительной жизни, образовавшиеся в океане, обладали способностью запускать процессы фотосинтеза, как показано в уравнении



Это дало возможность сформировать **озоновый слой**, приблизительно в 8-30 км слое над поверхностью, который поглощал значительную часть ультрафиолетового спектра солнечной радиации. Поскольку уровень ультрафиолетовой части солнечной радиации понизился, **растительная жизнь океана стала занимать все на более высокие уровни в океане**, ближе к поверхности. Это способствовало усилению процесса фотосинтеза и , тем самым, увеличению массы свободного кислорода, что привело к **дальнейшей эволюции живых организмов на Земле.**

## Состав атмосферы.

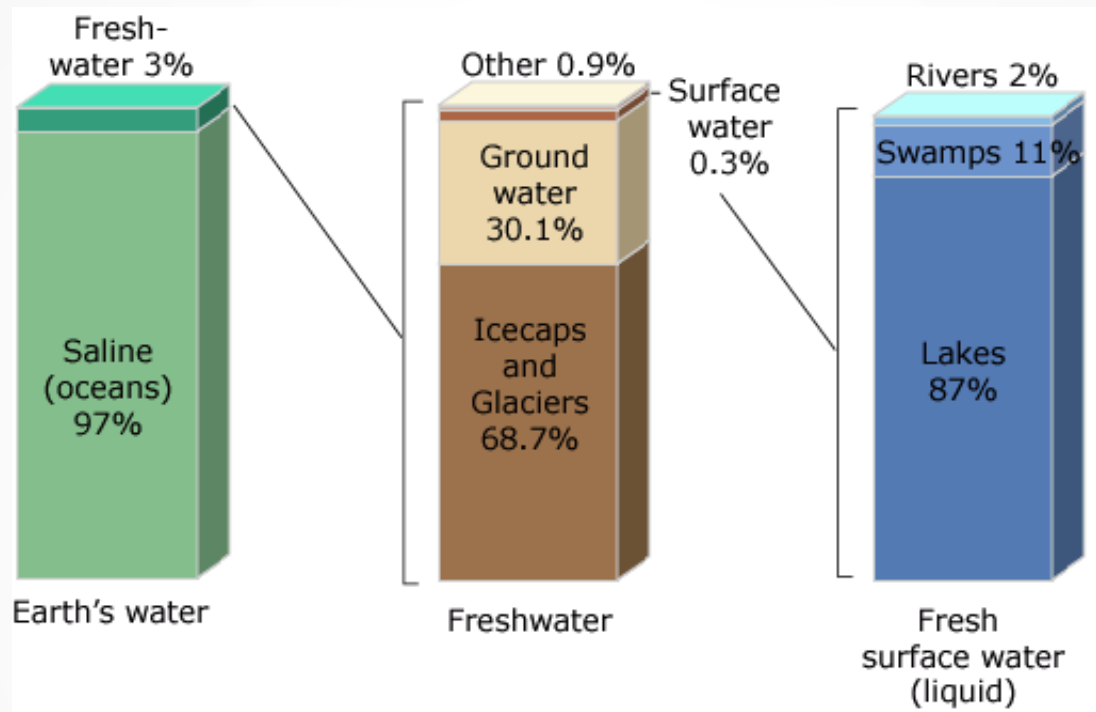
Атмосфера является хорошо перемешанным слоем ниже 100 км, и, за исключением очень изменчивых ее компонентов (**водяной пар**, озон), ее процентный состав представлен в таблице (кроме аэрозолей).

Таблица 1. Состав атмосферы.

Состав атмосферы			
Газ	Символ	% по весу	% объему
Nitrogen	N <sub>2</sub>	75.52	78.09
Oxygen	O <sub>2</sub>	23.15	20.95
Argon	A	1.28	0.93
Carbon dioxide	CO <sub>2</sub>	0.046	0.035
Neon	Ne	0.012	0.0018
Helium	He	0.0007	0.0005
Methane	CH <sub>4</sub>	0.0008	0.00015
Krypton	Kr	0.003	0.0001
Ozone	O <sub>3</sub>	0-0.01	Переменная
Water vapour	H <sub>2</sub> O	0-4	переменная

<b>Альbedo (%)</b>	
<b>Тип поверхности</b>	<b>Альbedo</b>
Вода (склонение солнца 90°)	3
Вода (склонение солнца 30°)	7
Вода (склонение солнца 10°)	24
Морской лед	30-40
Свежий снег	75-95
Старый снег	55
Лес	5-10
Сухой песок	20-30
Темный песок	5-15
Трава	15-20
Тонкие облака	35-50
Мощные облака	70-90

# Вода на Земле



( Из J. Cherry Physics of Water in the Climate System, 2009)

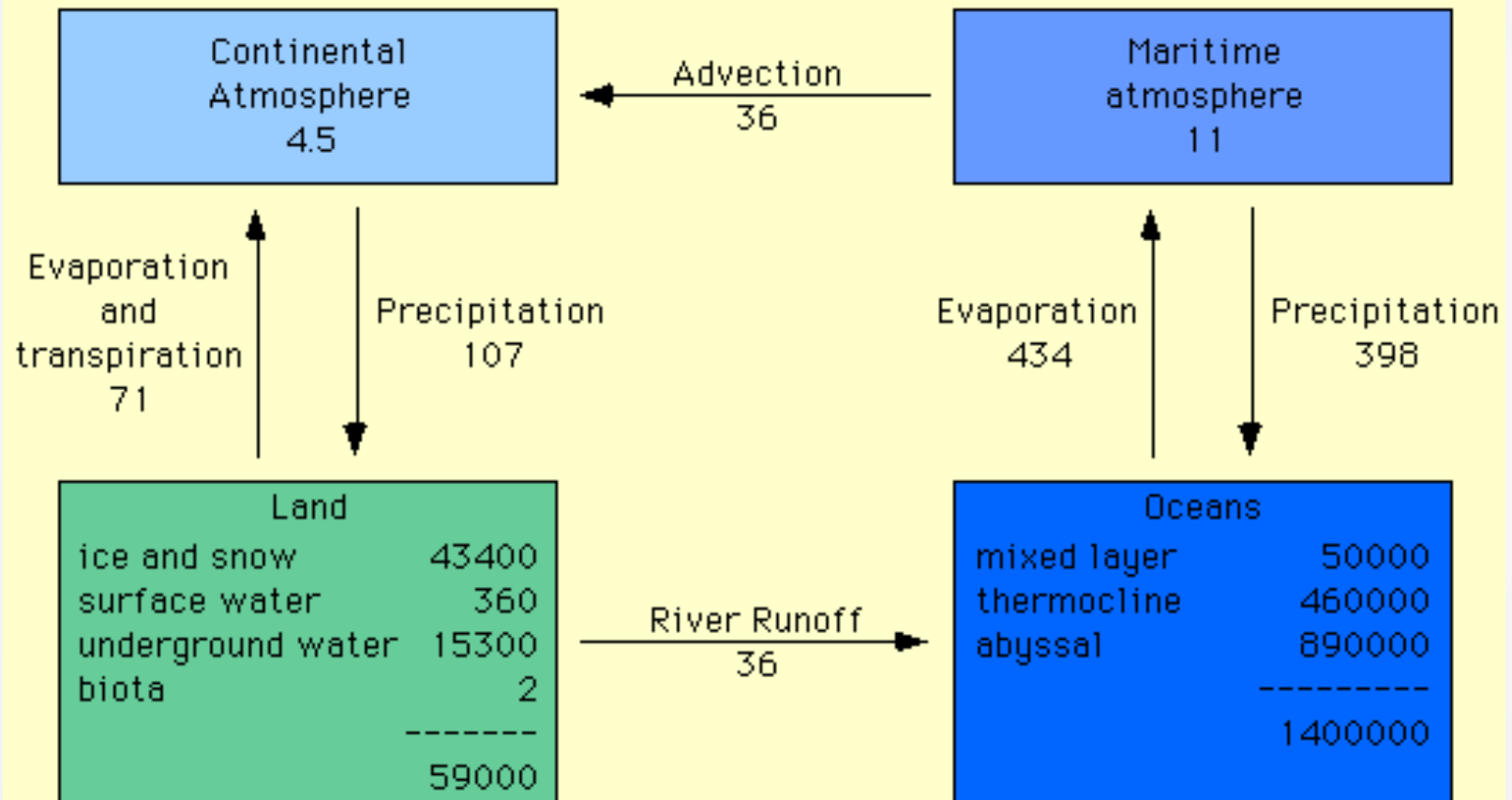
## Резидентное время молекул воды в различных водных пулах

• Океан	3,200 лет
• Ледники	20 - 100 лет
• Сезонный снег	2 - 6 месяцев
• Влага почвы	1 - 2 месяцев
• Подземная вода (мелкая)	100 - 200 лет
• Подземная вода (глубокая)	10,000 лет
• Озера	50 - 100 лет
• Реки	2 - 6 месяцев
• Атмосфера	9 дней



# Earth's Hydrologic Cycle

Reservoirs (boxes) in  $10^{15}$  kg; fluxes (arrows) in  $10^{15}$  kg/yr



Adapted from: Chahine (1992), *Nature*, 359, p 373, figure 1.

## Водяной пар и климатические изменения

Водяной пар является наиболее важной компонентой в составе атмосферы Земли.

Его распределение и перенос определяет количество осадков, и поэтому имеет большое практическое значение в сельском хозяйстве и других областях деятельности человека.

С точки зрения физики атмосферы, большое количество тепловой энергии требуется для испарения воды, и огромное количество тепла может быть выделено, когда происходит конденсация пара.

Именно этот процесс, в значительной степени отвечает за очень локализованную структуру источников нагревания в тропиках, а также, играет значительную роль в динамике шторм трексов средних широтах.

Кроме того, водяной пар и облака существенно меняют радиационный перенос в атмосфере. Однако, полученные оценки обратных связей представляют, пожалуй, **наибольшую неопределенность в современном глобальном моделировании климата.**

Влажность определяется как количество водяного пара в атмосфере. Она измеряется несколькими способами

*Удельная влажность (q) - масса водяного пара на единицу массы воздуха.*

*Отношение смеси (w) - масса водяного пара содержащейся в единице массы сухого воздуха.*

*Отношение смеси и удельная влажность связаны следующими соотношениями*

$$w = q/(1 - q)$$

и

$$q = w/(1 + w)$$

*Обе величины выражаются в граммах на килограмм (г/кг).*

*Давление пара (e) – парциальное давление вызванное водяным паром.*

**Предполагая, что уравнение состояния для идеального газа можно применить для водяного пара,** можно выразить давление водяного пара в терминах отношения смеси или удельной влажности. Уравнение состояния для пара имеет вид:

$$p\alpha_m = RT \quad \Rightarrow \quad e\alpha_w = R_{mw}T \quad \Rightarrow \quad w \equiv \frac{\rho_w}{\rho_a} = \frac{R_{ma}}{R_{mw}} \cdot \frac{e}{p - e} \equiv \varepsilon \frac{e}{p - e}$$

Ур-е состояния идеального газа

где  $\alpha_w$  удельный объем водяного пара.

CITES-15

Молекулярные массы водяного пара и сухого воздуха равны, соответственно, 18.015 и 28.97, следовательно  $\varepsilon = 0.622$ . Поскольку  $e \ll p$ ,  $w \ll 1$ , и  $q \ll 1$ , то

$$w \approx q \approx \varepsilon \frac{e}{p} \quad \text{и} \quad \frac{dw}{w} \approx \frac{de}{e}$$

Относительная влажность ( $r$ ) определяется различными способами

$$r = \frac{e}{e_s} \approx \frac{w}{w_s} \approx \frac{q}{q_s}$$

- а. [фактическое давление пара] / [упругость (парциальное давление пара) насыщения пара] (x 100%);
- б. [отношение смеси] / [отношение смеси насыщения] ( x 100%);
- с. [количество водяного пара в атмосфере (на единицу)] / [емкость водяного пара (в расчете на единицу)] (x 100%).

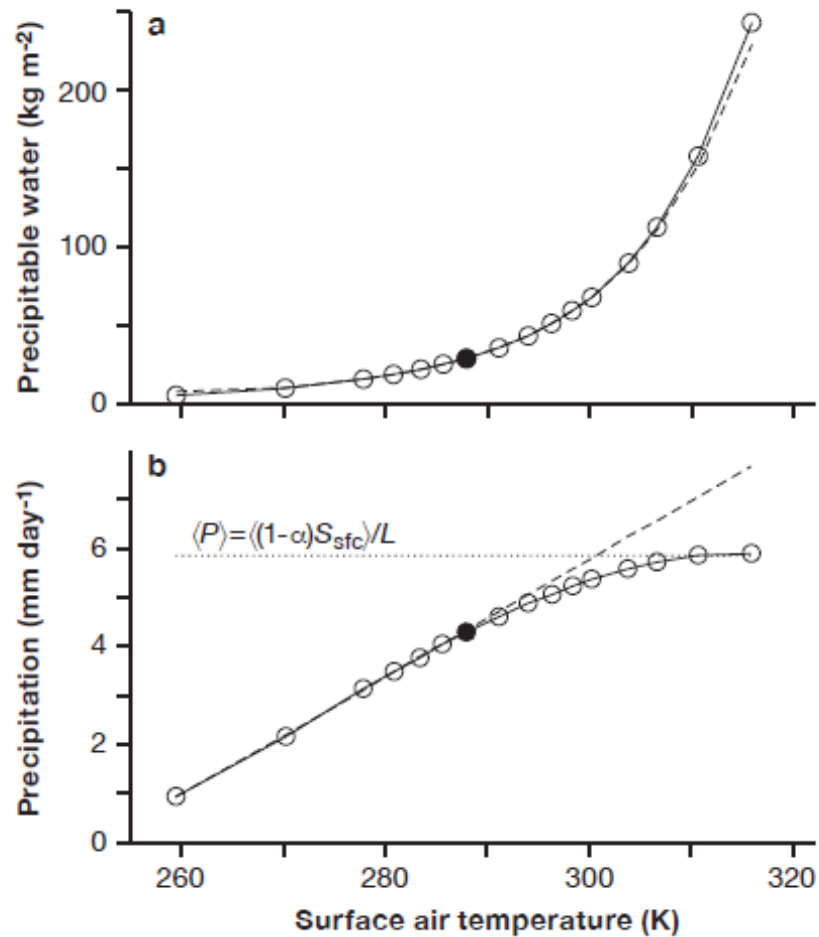
**Динамика водяного пара является более важной в теплом, чем в холодном климате, потому что концентрация атмосферного пара возрастает с температурой поверхности.**

$$\frac{\delta e^*}{e^*} \approx \frac{L}{R_v T^2} \delta T$$

то есть, давление насыщенного пара растет на 6-7%, при увеличении температура на 1К

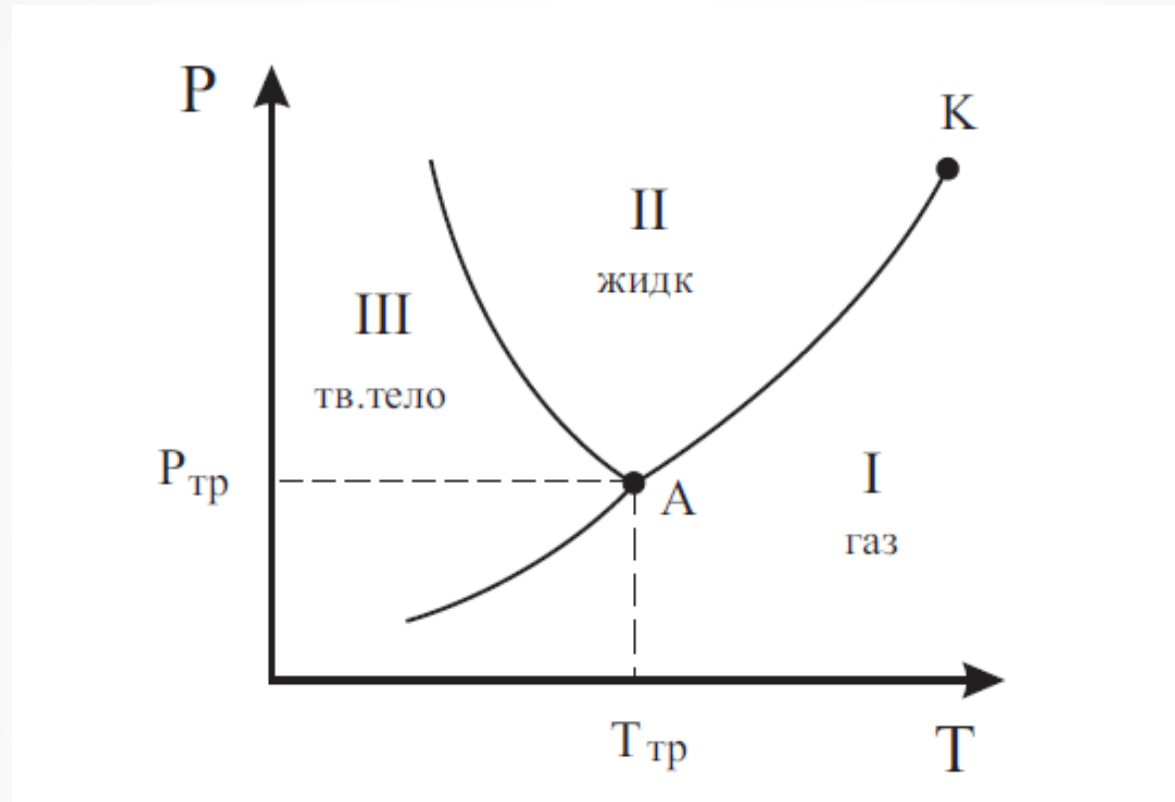
В атмосфере Земли в последние десятилетия, **осаждаемая вода** (проинтегрированная в столбе воздуха удельная влажность) менялась с температурой поверхности со скоростью 7-9% / К, (усредненная над тропиками или над океанами)

Среднеглобальные осадки и испарение (которые равны в статистически равновесном состоянии) увеличивались медленнее с температурой, чем осаждаемая вода.



Средне – глобальное значение осаждаемый воды и осадков в зависимости от глобальной средней температуры поверхности в идеализированной модели ОЦА. (Т. Шнайдер и др, 2009)

## Термодинамика фазовых переходов



На рисунке тройная точка **A** равновесия трех фаз: газ, жидкость и твердое тело

На диаграмме (Т, р) тройная точка А изображается как точка пересечения кривых равновесия каждой из трех фаз (области I, II, III - области трех однородных фаз – газообразной, жидкой и твердой, соответственно).

Кривая равновесия между газом и жидкостью называется **кривой испарения**. Эта кривая начинается в тройной точке и заканчивается в критической точке К.

Кривая равновесия твердой и жидкой фаз называется **кривой плавления**. Она также начинается в Тройной точке и поскольку эти фазы различаются по симметрии, кривая плавления уходит в бесконечность. Она не может закончиться в критической точке, поскольку таковой для равновесия твердое тело – жидкость не существует.

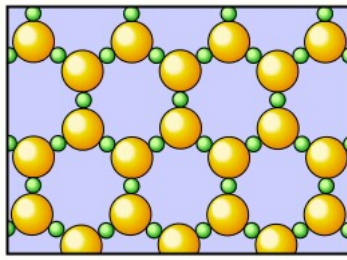
Кривая равновесия твердой и газообразной фаз называется **кривой возгонки**. Все эти три кривые равновесия пересекаются в тройной точке А. В силу уравнения Клайперона - Клазиуса

$$\frac{dP}{dT} = \frac{q}{T(v_2 - v_3)}$$

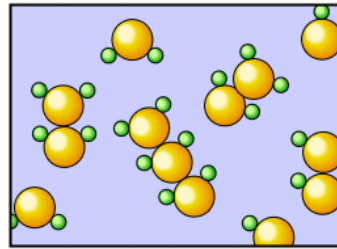
вдоль кривой равновесия твердое тело – жидкость, где q – теплота перехода, для воды  $v_2 < v_3$   $dP/dT < 0$ .

**Равновесие более чем трех фаз одного и того же вещества невозможно.**

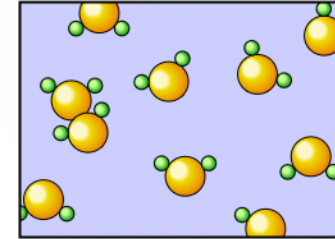




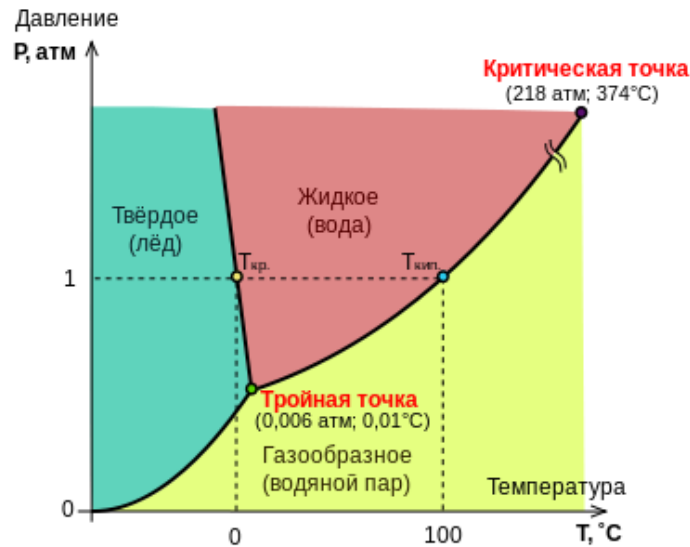
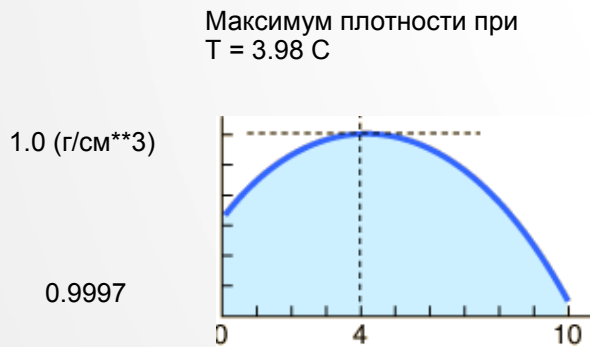
Молекулярная структура  
Воды в твердой фазе (лед)



Молекулярная структура  
воды в жидкой фазе



Хаотическая молекулярная  
структура водяного пара



### Фазовая диаграмма воды

$$C = 3 - \Phi$$

$C$  – число степеней свободы  
( $P$ ,  $T$ , концентрация веществ  
в различных фазах.

$\Phi$  – число фаз

$K = 1$  – число компонент

**Правило фаз Гиббса:  $C + \Phi = K + 2$**



Для воды тройная точка лежит на  $0.008\text{C}$  выше точки плавления при нормальном атмосферном давлении. Давление в тройной точке много меньше атмосферного и равно  $\approx 6$  мб.

## Удельная теплоемкость и парообразование:

- Одна из самых больших теплоемкостей
- Большая теплота парообразования (45 кДж/моль)

## Кислотность воды:

- Значение  $\text{pH} = 7$  при 298 К (нейтральное)
- Растворяет  $\text{CO}_2$  образуя угольную кислоту (также  $\text{NO}_x$  и  $\text{SO}_x$ , формируя кислотные дожди)

Существует два аспекта физики водяного пара, которые дают ему особую роль в определении чувствительности климата Земли.

**Первый аспект:** максимум парциального давления водяного пара, который находится в термодинамическом равновесии с жидкой фазой в некотором объеме атмосферного воздуха, является строго растущей функцией температуры. Этот максимум называется давлением насыщения пара (упругость пара),  $e_s$ , и находится из уравнения Клаузиуса-Клайперона:

$$e_s(T) = e_s(T_0) \cdot \exp\left[-\frac{L}{R_w} \cdot \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)\right]$$

Где  $L$  скрытое тепло фазового перехода (пар в жидкость при определенной температуре, пар в твердую фазу при низкой температуре),  $R_w$  газовая постоянная водяного пара, и  $T_0$  некоторая выбранная температура. В точке замерзания,  $e_s = 614\text{Pa}$  или  $6.14\text{mb}$ ; При  $300\text{K}$ ,  $e_s$  вырастает до  $3664\text{Pa}$ , а при  $250\text{K}$   $e_s$  падает до  $77\text{Pa}$  – сильная зависимость от температуры.

Например, объем водяного пара при  $100\text{C}$  в 1600 раз больше объема воды

## Второй аспект заключается в том, что водяной пар является парниковым газом

Подобно большинству парниковых газов, его влияние на OLR выражается логарифмической зависимостью. Логарифмический эффект водяного пара трудней оценить по сравнению, с хорошо перемешанным, парниковым газом CO<sub>2</sub>, но с помощью масштабирования это удастся сделать. Было найдено, что удвоение водяного пара уменьшает OLR приблизительно на 6Вт/м<sup>2</sup> (Pierrehumbert, 1999).

Одним из важных следствий логарифмической зависимости является то, что относительно небольшое количество пара может оказать значительное влияние на радиационный баланс

Вариации отношения смеси на малых масштабах (в частности на подсеточных), может оказать заметное влияние на OLR. Пусть  $q$  отношение смеси, а среднее по пространству и времени обозначим угловыми скобками, тогда  $\langle \log q \rangle \approx \log \langle q \rangle$ . Представим  $q$  в виде  $q = \langle q \rangle + q'$ ,

$$\left\langle \ln \left( \langle q \rangle \left( 1 + \frac{q'}{\langle q \rangle} \right) \right) \right\rangle \approx \ln \langle q \rangle - \frac{1}{2} \left\langle \left( \frac{q'}{\langle q \rangle} \right)^2 \right\rangle < \ln \langle q \rangle$$

**OLR пропорциональна  $-\ln q$ , следовательно вариации водяного пара увеличивают OLR, т.е. имеем эффект выхолаживания.**

## Задачи и упражнения

1. Максимальная удельная влажность (емкость пара) в данном месте составляет 25 граммов на килограмм взятой пробы воздуха, а фактическая масса паров воды составляет 5 грамм на килограмм воздуха, отобранного, какова относительная влажность?
2. Максимальная удельная влажность (емкость пара) в данном месте составляет 12 граммов на килограмм воздуха, отобранного, а фактическое количество настоящие паров воды 3 грамма на килограмм пробах воздуха, взятых, какова относительная влажность?
3. Отношение смеси пробы воздуха составляет 5 г / кг, а температура пробы достигает 15С, отношение насыщения смеси составляет 10 г / кг, какова относительная влажность пробы воздуха?
4. Отношение смеси пробы воздуха 2 г / кг, а температура пробы 25С, полученное отношение насыщения смеси равно 20 г / кг, вычислить относительную влажность пробы?
5. Давление пара составляет 10 миллибар, а давление насыщения пара составляет 40 миллибар, вычислить относительную влажность воздуха?
6. Почему относительная влажность в задаче 2 выше, чем рассчитанная в задаче 1, хотя фактическое количество водяного пара в атмосфере было меньше?

## Часть 2. Динамика бароклиных вихрей во влажной атмосфере

Важная, пока нерешенная, проблема в исследовании Общей Циркуляции атмосферы заключается в том, чтобы **определить значение температурного градиента поверхности в средних широтах**. В средних широтах градиент температуры достигает локального максимума, который, в то же время, меньше, чем в состоянии радиационно – конвективного равновесия. Это объясняется динамическим переносом тепла бароклиными вихрями.

Однако, не существует простого баланса, который объясняет почему градиент температуры принимает именно такое значение.

**Концепция бароклиного приспособления** дает, *несколько идеализированную*, основу для объяснения термической структуры. Основная идея состоит в том, что наблюдаемое равновесие должно быть почти **нейтральным**, поскольку неадиабатические процессы являются медленными процессами.

## Задача бароклиной неустойчивости

является сложной проблемой, например, нет необходимых и достаточных условий устойчивости. Кроме того, большинство условий устойчивости являются нелокальными и, следовательно, интерпретация механизма приспособления в терминах некоторых локальных условий, было бы некоторым упрощением, т.к. скорее следует рассмотреть систему в целом с ее внутренними переносами.

Другая проблема заключается в том, что к основному состоянию можно приспособляться различными способами – вихри переносят как импульс так и тепло, как по горизонтали, так и по вертикали.

Когда используется квазигеострофическая теория динамика, мы можем свести проблему только к потокам **Потенциального Вихря**, но и в этом случае задача не становится более тривиальной.

Поскольку мы не имеем **необходимых и достаточных условий устойчивости**, то неизвестно какое нейтральное состояние лучше всего представляет наблюдаемое состояние атмосферы





## Задача Чарни - Стерна

В 1962 **Ю. Чарни, М. Стерн** опубликовали работу, где было представлено обобщение этих теорем для случая 3-х мерного КГ потока на основе уравнения сохранения **потенциального вихря (ПВ)**

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{V}_g \cdot \nabla \right) \left[ \frac{1}{f_0} \nabla^2 \psi + \beta y + f_0 \frac{\partial}{\partial p} \left( \frac{1}{S} \frac{\partial \psi}{\partial p} \right) \right] = 0$$

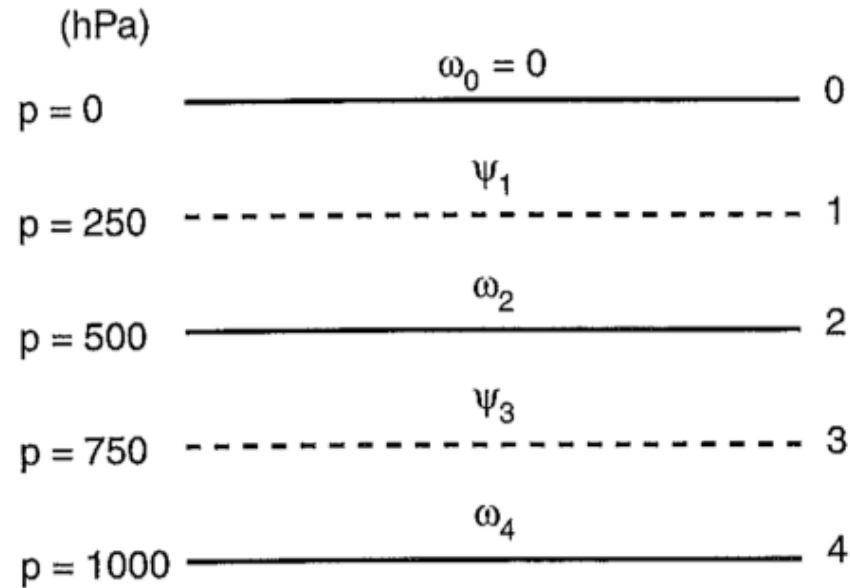
Для экспоненциально растущих нормальных мод ( $c_i > 0$ ) выполняется условие:

$$c_i \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \int_{p_1}^{p_0} \left( \frac{\partial \bar{q}_p / \partial y}{|\bar{u} - c|^2} |\Phi|^2 \right) dp + \frac{\bar{\alpha} f_0 \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial y}}{\bar{\theta} S |\bar{u} - c|^2} |\Phi|^2 \Big|_{p_1}^{p_0} \right] dy = 0$$

Это значит, что градиенты ППС и  $\theta$  среднего потока должны удовлетворять определенным свойствам, необходимым условиям неустойчивости – **условия Чарни - Стерна**.

# Нормальные моды Бароклиной неустойчивости

2- слойная модель (Phillips, 1954).



Уравнение QG вихря для средних широт на  $\beta$  - плоскости на 250- and 750-ГПа, уравнение термодинамики гидростатической атмосферы применяется на уровне 500-ГПа.

$$\frac{D}{Dt} \nabla^2 \psi + \beta \frac{\partial \psi}{\partial x} = f_0 \frac{\partial \omega}{\partial p}$$

$$\frac{D}{Dt} \left( \frac{\partial \psi}{\partial p} \right) + \frac{\sigma}{f_0} \omega = 0$$

$$\left(\frac{\partial \omega}{\partial p}\right)_1 \approx \frac{\omega_2 - \omega_0}{\delta p}, \quad \left(\frac{\partial \omega}{\partial p}\right)_3 \approx \frac{\omega_4 - \omega_2}{\delta p} \quad \text{где } \delta p = 500 \text{ ГПа}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \psi_1 + \mathbf{V}_1 \cdot \nabla (\nabla^2 \psi_1) + \beta \frac{\partial \psi_1}{\partial x} = f_0 \frac{\omega_2}{\delta p}$$

Уравнения вихря

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \psi_3 + \mathbf{V}_3 \cdot \nabla (\nabla^2 \psi_3) + \beta \frac{\partial \psi_3}{\partial x} = -f_0 \frac{\omega_2}{\delta p}$$

Используется тот факт, что  $\mathbb{W}_0 = 0$  и  $\mathbb{W}_4 = 0$ .

Уравнение термодинамики на уровне 500 ГПа имеет вид.

$$\frac{\partial}{\partial t} (\psi_1 - \psi_3) = -\mathbf{V}_2 \cdot \nabla (\psi_1 - \psi_3) + \frac{\sigma \delta p}{f_0} \omega_2 \quad \text{Уравнение термодинамики}$$

$\psi_1, \psi_3, \omega_2$  - искомые переменные системы

## Линейный анализ возмущений

$$\psi_1 = -U_1 y + \psi'_1(x, t)$$

$$\psi_3 = -U_3 y + \psi'_3(x, t)$$

Подставляя эти выражения в систем, получим уравнения для возмущений

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + U_1 \frac{\partial}{\partial x} \right) \frac{\partial^2 \psi'_1}{\partial x^2} + \beta \frac{\partial \psi'_1}{\partial x} = f_0 \frac{\omega_2}{\delta p}, \quad \left( \frac{\partial}{\partial t} + U_3 \frac{\partial}{\partial x} \right) \frac{\partial^2 \psi'_3}{\partial x^2} + \beta \frac{\partial \psi'_3}{\partial x} = -f_0 \frac{\omega_2}{\delta p}$$

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + U_m \frac{\partial}{\partial x} \right) (\psi'_1 - \psi'_3) - U_T \frac{\partial}{\partial x} (\psi'_1 + \psi'_3) = \frac{\sigma \delta p}{f_0} \omega_2$$

$$\omega_2 \quad \Rightarrow \quad \psi_m = (\psi'_1 + \psi'_3) / 2 \quad \Rightarrow \quad \psi_T = (\psi'_1 - \psi'_3) / 2$$

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + U_m \frac{\partial}{\partial x} \right) \frac{\partial^2 \psi_m}{\partial x^2} + \beta \frac{\partial \psi_m}{\partial x} + U_T \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial^2 \psi_T}{\partial x^2} \right) = 0$$

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + U_m \frac{\partial}{\partial x} \right) \left( \frac{\partial^2 \psi_T}{\partial x^2} - 2\lambda^2 \psi_T \right) + \beta \frac{\partial \psi_T}{\partial x} + U_T \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial^2 \psi_m}{\partial x^2} + 2\lambda^2 \psi_m \right) = 0$$

$$\lambda^2 = f_0^2 / [\sigma(\delta p)^2] \quad \Rightarrow \quad \lambda^{-1} \quad \text{- Радиус деформации } \approx 4000 \text{ км}$$

Ищем решение системы для баротропной и бароклининой компонент в виде волн

$$\psi_m = Ae^{ik(x-ct)}$$

$$\psi_T = Be^{ik(x-ct)}$$

$$(c - U_m)^2 k^2 (k^2 + 2\lambda^2) + 2(c - U_m)\beta(k^2 + \lambda^2) + [\beta^2 + U_T^2 k^2 (2\lambda^2 - k^2)] = 0$$

-дисперсионное уравнение относительно  $(c - U_m)$ , его решение:

$$c = U_m - \frac{\beta(k^2 + \lambda^2)}{k^4(k^2 + 2\lambda^2)^2} \pm \Delta^{1/2} \quad \Delta = \frac{\beta^2 \lambda^4}{k^4(k^2 + 2\lambda^2)^2} - \frac{U_T^2(2\lambda^2 - k^2)}{(k^2 + 2\lambda^2)}$$

Случай 1:  $U_T = 0$

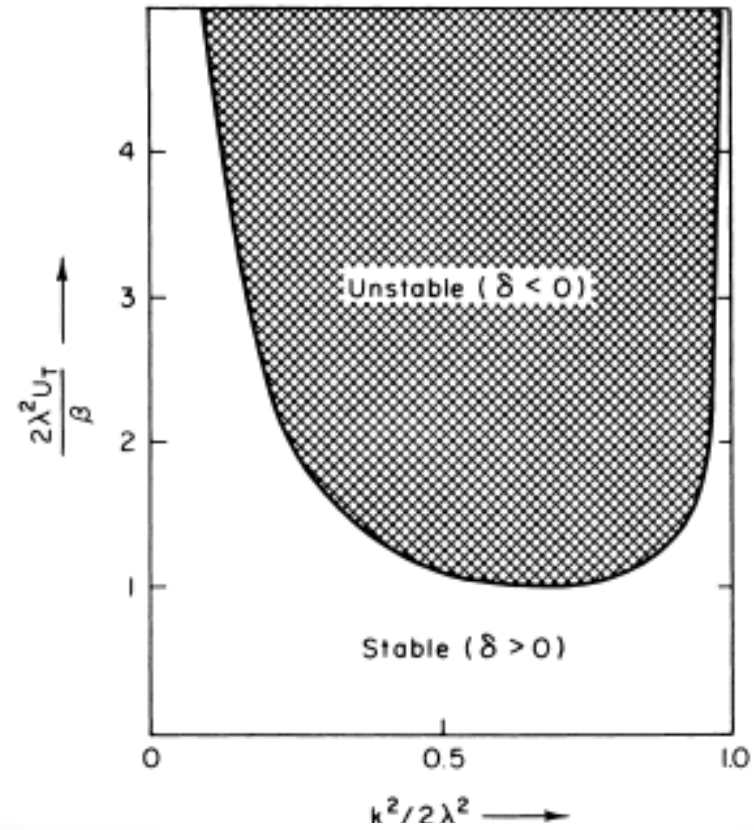
Случай 2:  $\beta = 0$   $L_{cr} = \delta p \pi (2\sigma)^{1/2} / f_0$

Общий случай  $\frac{\beta^2 \lambda^4}{k^4(k^2 + 2\lambda^2)} = U_T^2(2\lambda^2 - k^2) \quad \frac{k^4}{2\lambda^4} = 1 \pm [1 - \frac{\beta^2}{4\lambda^4 U_T^2}]^{1/2}$

$$|U_T| > \frac{\beta}{2\lambda^2}$$



# Область неустойчивости для 2-х слойной бароклинной модели



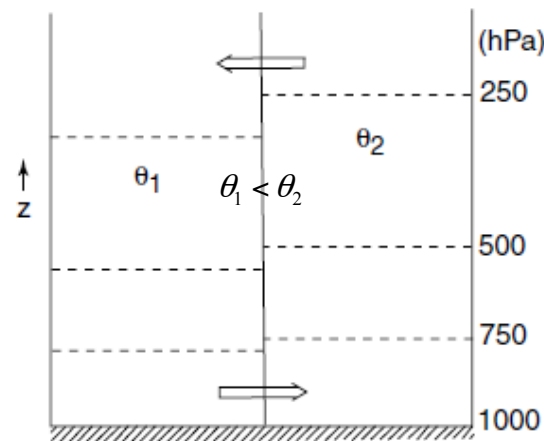
# Энергетика бароклиных волн. Доступная Потенциальная Энергия.

При условии вертикального сдвига основной геострофически сбалансированный поток является неустойчивым по отношению к малым волновым возмущениям. Эти возмущения растут экспоненциально, черпая энергию основного потока. Рассмотрим энергетику бароклиных возмущений. Здесь ключевую роль источника энергии играет **потенциальная энергия основного потока**.

$$E_P + E_I = (c_p/c_v) E_I = (c_p/R) E_P$$

$$E_I = c_v \int_0^{\infty} \rho T dz$$

$$E_P = \int_0^{\infty} \rho g z dz = - \int_{p_0}^0 z dp$$



Только малая часть общей потенциальной энергии доступна для превращения в энергию Бароклиных возмущений

$$E_K + E_P + E_I = \text{constant}$$

$$E'_K + E'_P + E'_I = E_P + E_I$$

$$P = (c_p/c_v) (E_I - E''_I) \quad \leftarrow$$

$$E'_K = (c_p/c_v) (E_I - E'_I)$$

Э.Лоренц (1960) показал, что доступная потенциальная энергия (ДПЭ) приблизительно (с высокой точностью) оценивается интегралом

$$\bar{P} \propto \frac{1}{V} \int \left( \frac{\overline{(\theta'{}^2)}}{\bar{\theta}^2} \right) dV$$

Для квазигеострофических моделей правая часть этого соотношения является точным выражением ДПЭ.

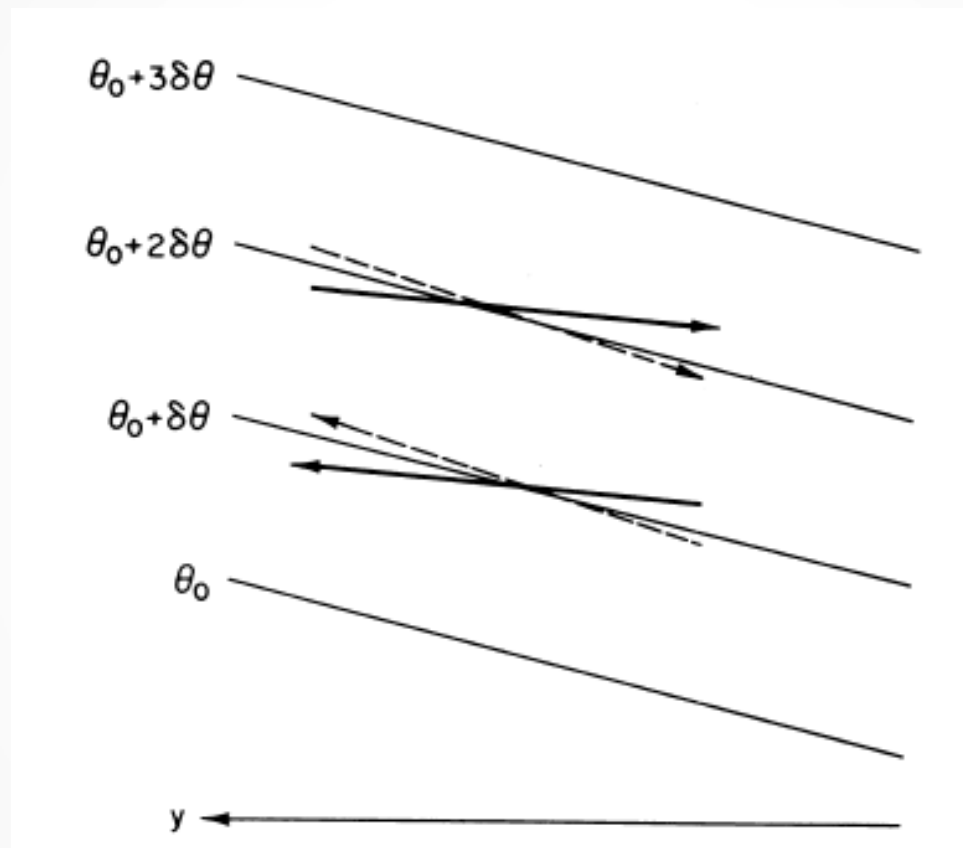
Данные наблюдений показывают, что для атмосферы Земли имеют место оценки

$$\bar{P} / [(c_p / c_v) \bar{E}_I] : 5 \cdot 10^{-3}$$

$$\bar{K} / \bar{P} : 10^{-1}$$



Наклон траекторий частиц относительно поверхностей потенциальной температуры  
для бароклинно неустойчивых возмущений (сплошные)  
и для устойчивых возмущений (прерывистые)



## Концепция бароклиного приспособления

Современные модели хорошо воспроизводят текущий климат, однако они не могут дать полного понимания и ответ на поставленный выше вопрос.

Как было отмечено, одним из подходов к решению этой проблемы является **концепция бароклиного приспособления** (Stone, 1978), где бароклинные вихри играют ключевую роль в системе обратных связей, действуя как термостат климата в средних широтах.

Предполагается, что бароклинные вихри действуют на существенно более быстрых временных масштабах, чем дестабилизирующие неадиабатические процессы, поэтому среднее (по времени) состояние должно быть близко к нейтральному.

Это напоминает **процесс конвективного приспособления**, где сильные обратные связи, связанные с потоками плавучести, возвращают стратификацию в устойчивое состояние.

В работе (Stone, 1978) было также показано, что наблюдаемый в нижней тропосфере вертикальный сдвиг потока, близок к критическому сдвигу  $U_c$ , полученной в 2-х слойной модели (Phillips, 1954), его можно рассматривать как аналог адиабатического (вертикального) градиента температуры

$$U_c = \beta \cdot \lambda^2$$

$$\lambda = \frac{NH}{f} \quad \text{- Радиус деформации}$$

$$\Delta U = U_1 - U_3 > U_c \quad \Rightarrow \quad \xi = \frac{\Delta U}{U_c} = \frac{\Delta U}{\beta \lambda^2} > 1$$

Бароклинная неустойчивость

Параметр сверхкритичности

Можно отметить, что критический сдвиг в 2-х слойной модели пропорционален параметру статической устойчивости, следовательно, это накладывает ограничение на наклон изэнтропических поверхностей в средних широтах, т.е. существует критический наклон изэнтропических поверхностей  $\xi_{cr}$ .

$$\lambda^2 = \frac{N^2 H^2}{f^2} = \frac{g H^2}{\Theta_0 f^2} \theta_z$$

$$\frac{\Delta U}{H} = - \frac{g}{f \Theta_0} \theta_y$$

$$\xi = \frac{\Delta U}{\beta \lambda^2} = - \frac{f}{\beta H} \frac{\theta_y}{\theta_z}$$



$$I = - \frac{\theta_y}{\theta_z} = \frac{H}{a \cdot \operatorname{tg} \varphi} \cdot \xi$$

**В этой концепции существуют и слабые места** (как и в любой другой), например, действительно ли существует явное разделение между быстрыми динамическими процессами и медленными неадиабатическими процессами. Кроме того эта концепция основана на **линейном подходе?**

## Влажная бароклидная неустойчивость

В этой части лекции мы рассмотрим некоторые проблемы неустойчивости крупномасштабных возмущений во влажной атмосфере с включением механизмов неадиабатического нагревания за счет конденсации, вызванного самими возмущениями

Экспериментальные и теоретические исследования относительно влияния нагревания, за счет конденсации, на интенсивность, размеры, структуру и динамику внетропических циклонов, показали, что это влияние может быть значительным (например.

**Danard, 1964; Dymnikov, 1978; Dymnikov, 1982; Gyakum, 1983; Tokioka 1973; Mak 1982, 1983, 1994; Moorthi and Akakawa 1985; Bannon 1986; Wang and Barcilon 1986; Emanuel et al. 1987; Fantini 1990; Balasubramanian and Yau 1994)**



УДК 551.513.1

## О ДИНАМИКЕ ВЛАЖНОЙ АТМОСФЕРЫ \*

ДЫМНИКОВ В. П.

Изучается роль крупномасштабной конденсации в формировании основных характеристик циркуляции атмосферы в средних широтах Северного полушария в зимнее время. Путем сравнительного анализа результатов численных экспериментов с включением и без включения фазовых притоков тепла за счет крупномасштабной конденсации показано, что выделение скрытого тепла за счет крупномасштабной конденсации в целом приводит к стабилизации атмосферы, другими словами, увеличение скорости нарастания бароклинно-неустойчивых волн при наличии крупномасштабной конденсации не компенсирует полностью увеличения средней температуры за счет выделения скрытого тепла. Результаты численных экспериментов также показывают, что в средних широтах основным фактором, определяющим градиенты температуры, является крупномасштабная динамика.



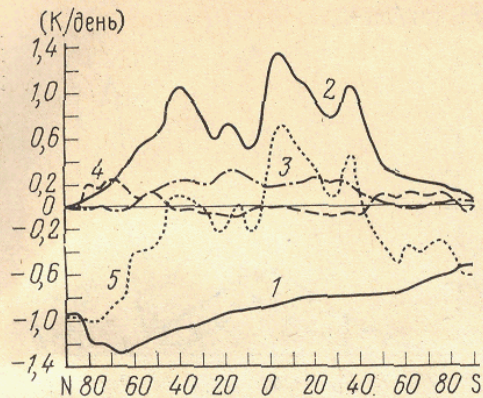


Рис. 1

Рис. 1. Зонально-средненное распределение источников нагревания в модельной атмосфере (в К/день) как функция широты: 1 – радиационный приток тепла, 2 – приток тепла за счет фазовых превращений влаги, 3 – приток явного тепла от подстилающей поверхности, 4 – горизонтальный турбулентный приток тепла, 5 – суммарный приток тепла

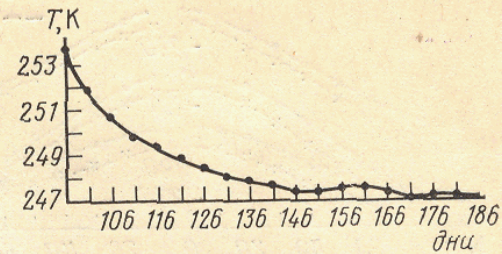


Рис. 2

Рис. 2. Зависимость глобально-средненной температуры модельной атмосферы от времени в эксперименте II

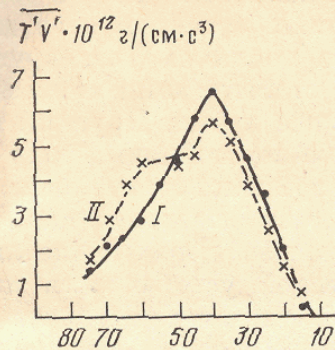


Рис. 5

Рис. 5. Зависимость зонально-средненного меридионального вихревого переноса тепла к полюсу от широты для Северного полушария в экспериментах I и II

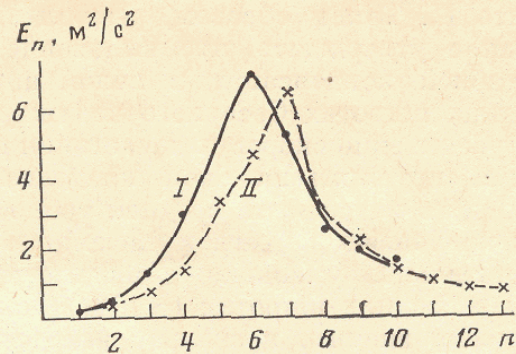


Рис. 6

Рис. 6. Амплитудно-частотная характеристика меридиональной компоненты вихревой кинетической энергии на уровне 500 мбар на широте 45° N в экспериментах I и II ( $n$  – зональное волновое число)

# On the Influence of Released Latent Heat on Cyclone Development<sup>1</sup>

MAURICE B. DANARD

*Meteorological Service of Canada*

(Manuscript received 25 September 1963)

## ABSTRACT

The influences of release of latent heat on the vertical motion and production of kinetic energy and low-level vorticity in a major winter cyclone over the central United States have been investigated. The vertical velocity was obtained by solving the customary (diagnostic)  $\omega$ -equation, and the results were compared with values determined by kinematical techniques. It proved necessary to make allowance for horizontal variations of the static stability and release of latent heat in order to obtain satisfactory agreement between the two sets of data.

Numerical solutions, with and without inclusion of released latent heat, were used to obtain ageostrophic wind components and their effect upon the production of kinetic energy and vorticity. The following results emerged: a) the influence of released latent heat was of the same order of magnitude as the effect of dry-adiabatic circulations; b) the amplification of the vertical motion that resulted from released latent heat was accompanied by intensification of the low-level convergence and high-level divergence; c) the ageostrophic winds associated with these fields of convergence and divergence had components toward lower pressure, thus giving positive contributions to the production of kinetic energy both at low and high levels; d) the computed rate of production of low-level vorticity exceeded the observed rate, and evidence suggests that frictional effects may be important.



Поле влажности, в основном, сосредоточено в слое у поверхности, поэтому можно предположить, что конвергенция в этом слое играет важную роль, обеспечивая влагой процесс конденсации -нагрева в облаках. Следовательно, интенсивность нагрева зависит, главным образом, от вертикальной скорости и удельной влажности

$$Q = Q(\omega, q, \xi, \dots)$$

Например, при формировании источника в Экман-CISK теории, вертикальная скорость на верхней границе слоя Экмана, связана с полем завихренности соотношением

$$\omega_B = \alpha_E \xi_B$$

КГ Омега-уравнение с учетом источника нагрева:

$$S \nabla^2 \omega + f_0^2 \frac{\partial^2 \omega}{\partial p^2} = F^d(\psi) + F^h(Q)$$

где

$$F^d(\psi) = f_0 \frac{\partial}{\partial p} [\mathbf{V}^r \cdot \nabla(\xi + f)] + \nabla^2 \left( \mathbf{V}^r \cdot \nabla \frac{\partial \psi}{\partial p} \right) \quad F^h(Q) = \frac{R}{c_p p} \nabla^2 Q$$

## 2-D возмущения в модели Иди

Рассмотрим QG  $\mathbb{W}$  - уравнение и QGPV уравнение в безразмерной форме

$$\frac{\partial^2 \omega}{\partial p^2} + S \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} = -2\lambda \frac{\partial^3 \psi}{\partial x^3} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( \frac{Q}{p} \right)$$

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + \bar{U} \frac{\partial}{\partial x} \right) \left( S \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial p^2} \right) = - \frac{\partial}{\partial p} \left( \frac{Q}{p} \right)$$

Поставим вертикальные условия:  $\omega=0$ ,  $p = p_1, 1$  что равносильно

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + \bar{U} \frac{\partial}{\partial x} \right) \frac{\partial \psi}{\partial p} + \lambda \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0$$

Из  $\mathbb{W}$  - уравнения следует, что источник нагревания  $Q > 0$  должен иметь положительную обратную связь с восходящими потоками  $\mathbb{W} < 0$ . Согласно второму уравнению PV частицы воздуха должен расти там, где имеется рост скрытого тепла с высотой и наоборот. Поэтому профиль нагревания является важным параметром

## Нагревание за счет конденсации

Согласно CISK параметризации, источник нагревания в модели имеет вид:

$$Q = \begin{cases} -\varepsilon \hat{h} \omega_B, & \omega_B < 0 \\ 0, & \omega_B \geq 0 \end{cases}$$

Где  $\hat{h}(p) \neq 0$  - профиль в слое нагревания  $\omega_B$  - вертикальная скорость на верхней границе влажного слоя на поверхности  $p = p_B$ . Положительно определенная функция нагревания приводит к взаимодействию среди различных волновых компонент возмущения. Но если предположить, что эффект обратной связи нагревания, вызванный волновым возмущением, преимущественно связан с самим возмущением, то можно ограничиться линейной динамикой. В этом случае Фурье-компоненты функции нагревания и вертикальной скорости

$$Q = \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{Q}(k, p) e^{ikl} dk \quad \omega_B = \int_{-\infty}^{\infty} W_B(k, p) e^{ikl} dk \quad \text{связаны соотношением:}$$

$$\mathcal{Q}(k, p) = \frac{-\varepsilon \hat{h}(p)}{2} W_B(k)$$

## Общее решение

Решение системы омега – уравнения и уравнения потенциального вихря:

$$(\omega, \psi) = \text{Re}\{(W(p), \Psi(p))e^{i(kx - \sigma t)}\}$$

$$\frac{d^2 W}{dp^2} - Sk^2 W = i2\lambda k^3 \Psi - \frac{\varepsilon k^2}{2} h W_B$$

$$i(\bar{u}k - \sigma)\left(\frac{d^2 \Psi}{dp^2} - Sk^2 \Psi\right) = \frac{\varepsilon}{2} W_B \frac{dh}{dp}$$

$$W = 0, \quad p = p_1, \quad 1$$

$$(\bar{u}k - \sigma)\frac{d\Psi}{dp} + \lambda k \Psi = 0, \quad p = p_1, \quad 1$$

где  $h = \frac{\hat{h}(p)}{p}$  - приведенный профиль нагревания

Система, с краевыми условиями, представляет задачу на собственные функции и соответствующие собственные значения  $\mathbb{W}$ .

Получим интегральное соотношение между  $W$  и  $\Psi$ , применяя метод функции Грина к уравнению для Фурье компоненты вертикальной скорости:

$$W = \int_{p_1}^1 G(p, p_0) \left[ i2\lambda k^3 \Psi - \frac{\epsilon k^2}{2} h(p) W_B \right] dp_0$$

где  $G(p, p_0)$  - функция Грина удовлетворяет краевым условиям вертикальной скорости

На уровне  $p = p_B$ , получим выражение для вертикальной скорости:

$$W_B = \frac{i2\lambda k^3 \int_{p_1}^1 G(p_B, p_0) \Psi(p_0) dp_0}{1 + \frac{\epsilon k^2}{2} \int_{p_1}^1 G(p_B, p_0) h(p_0) dp_0} \quad \Rightarrow \quad \frac{d^2 \Psi}{dp^2} - S k^2 \Psi = \frac{i2\lambda k^3 \frac{dh}{dp} \int_{p_1}^1 G(p_B, p_0) \Psi(p_0) dp_0}{(\bar{u}k - \sigma) \left( 1 + \frac{\epsilon k^2}{2} \int_{p_1}^1 G(p_B, p_0) h(p_0) dp_0 \right)}$$

К этому уравнению еще раз применим метод функции Грина

$$\Psi(p) = \frac{\varepsilon \lambda k^3 \int_{p_1}^1 \frac{K(p, p_0)}{\bar{u}(p_0) k - \sigma} \frac{dh(p_0)}{dp} dp_0}{1 + \frac{\varepsilon k^2}{2} \int_{p_1}^1 G(p_B, p_0) h(p_0) dp_0} \times \int_{p_1}^1 G(p_B, p_0) \Psi(p_0) dp_0$$

где  $K(p, p_0)$  Функция Грина, удовлетворяющая краевым условиям:

$$(\bar{u}k - \sigma) \frac{d\Psi}{dp} + \lambda k \Psi = 0, \quad p = p_1, 1$$

Умножив уравнение для Фурье-компоненты функции тока на первую функцию Грина и проинтегрировав, полученное уравнение по всей области, получим необходимое условие существования решения в виде нетривиальных нормальных мод с использованием некоторого профиля и интенсивности нагревания  $h$  и  $\varepsilon$ , соответственно.



# необходимое условие существования решения – нормальных мод

$$1 + \frac{\varepsilon k^2}{2} \int_{p_1}^1 G(p_B, p) h(p) dp = \varepsilon \lambda k^3 \int_{p_1}^1 \left( \int_{p_1}^1 \frac{K(p', p)}{\bar{u}(p)k - \sigma} \frac{dh(p')}{dp} dp' \right) \cdot G(p_B, p') dp$$

Из этого соотношения, которое дает **необходимое условие влажной бароклинной неустойчивости в общем виде**, определим собственные значения  $\lambda$ , которые используем в определении Фурье-компоненты функции тока и вертикальной скорости

$$\Psi(p) = \frac{\int_{p_1}^1 \frac{K(p, p')}{\bar{u}(p)k - \sigma} \frac{dh(p')}{dp} dp'}{\int_{p_1}^1 \frac{K(1, p')}{\bar{u}(p)k - \sigma} \frac{dh(p')}{dp} dp'}$$

$$W(p) = \left( \frac{i2\lambda k^3 \int_{p_1}^1 G(p, p') \int_{p_1}^1 \frac{K(p', p')}{\bar{u}(p')k - \sigma} \frac{dh(p')}{dp'} dp' \cdot dp}{\int_{p_1}^1 \frac{K(1, p')}{\bar{u}(p)k - \sigma} \frac{dh(p')}{dp} dp'} \right) + \left( \frac{-ik^2 \int_{p_1}^1 G(p, p') h(p') dp'}{\int_{p_1}^1 \frac{K(1, p')}{\bar{u}(p)k - \sigma} \frac{dh(p')}{dp} dp'} \right) = W^{(d)} + W^{(h)}$$

Компоненты вертикальной скорости:  $W^{(d)}$ ,  $W^{(h)}$

Непосредственно связаны с адвекцией вихря и с источником нагревания, соответственно.

Это не значит, что между ними нет взаимного влияния. Формально это влияние

выражается через собственные значения  $\lambda$ . При слабом источнике нагревания  $\lambda$  в основном

зависит от динамических процессов. Из определения  $W^h$  следует:

$$W_B^h = -W_B \frac{\varepsilon k^2}{2} \int_{p_1}^1 G(p_B, p) h(p) dp$$

При  $p = p_B$

$$W_B = \frac{W_B^d}{1 + \frac{\varepsilon k^2}{2} \int_{p_1}^1 G(p_B, p) h(p) dp}$$



## Анализ для одного случая профиля нагревания

$$h(p) = H(p - p_{**}) - H(p - p_*) = \begin{cases} 1, & p_{**} < p < p_* \\ 0, & p < p_{**}, p > p_* \end{cases}$$

Рассмотрим случай  $\lambda = 0$  (отсутствие вертикального сдвига основного потока), т.е. рассмотрим только CISK – процесс нагревания, тогда  $W_B^d = 0$

При условии, что  $W_B$  конечно, следует, что  $1 + \frac{\varepsilon k^2}{2} \int_{p_1}^1 G(p_B, p) h(p) dp = 0$

**Это уравнение идентично общему условию влажной бароклинной неустойчивости, но при отсутствии бароклинного сдвига. Его можно рассматривать как условие согласованности с интенсивностью и профилем нагревания**

Рассмотрим ситуацию, когда верхняя граница влажного слоя совпадает с нижней границей слоя нагревания,  $p_B = p^*$ . Используя выражение для функции Грина и заданный профиль нагревания, получим:

$$\varepsilon = \frac{2sh(k(1 - p_1)\sqrt{S})}{k^2 sh(k(1 - p_B)\sqrt{S})[ch(k(1 - p_B)\sqrt{S}) - 1]}$$

Это уравнение можно рассматривать как неявную зависимость волнового числа возмущения от других параметров, но оно может разрешено, если интенсивность нагревания превышает некоторое пороговое значение, так называемый CISK – порог.

$$k = k(\varepsilon, p_1, p_B, S)$$

## Решение для случая со сдвигом основного потока

Следующие значения размерных параметров рассматриваются в задаче:

$$p_{00} = 1000 mb, p_B = 900 mb, p_* = 400 mb, p_1 = 150 mb,$$

$$\lambda = 30 / (p_{00} - p_1), S = 0.04 m^2 s^{-2} mb^{-2}, f = 10^{-4} s^{-1}, \varepsilon = 1 K mb^{-1}$$

Профиль источника:

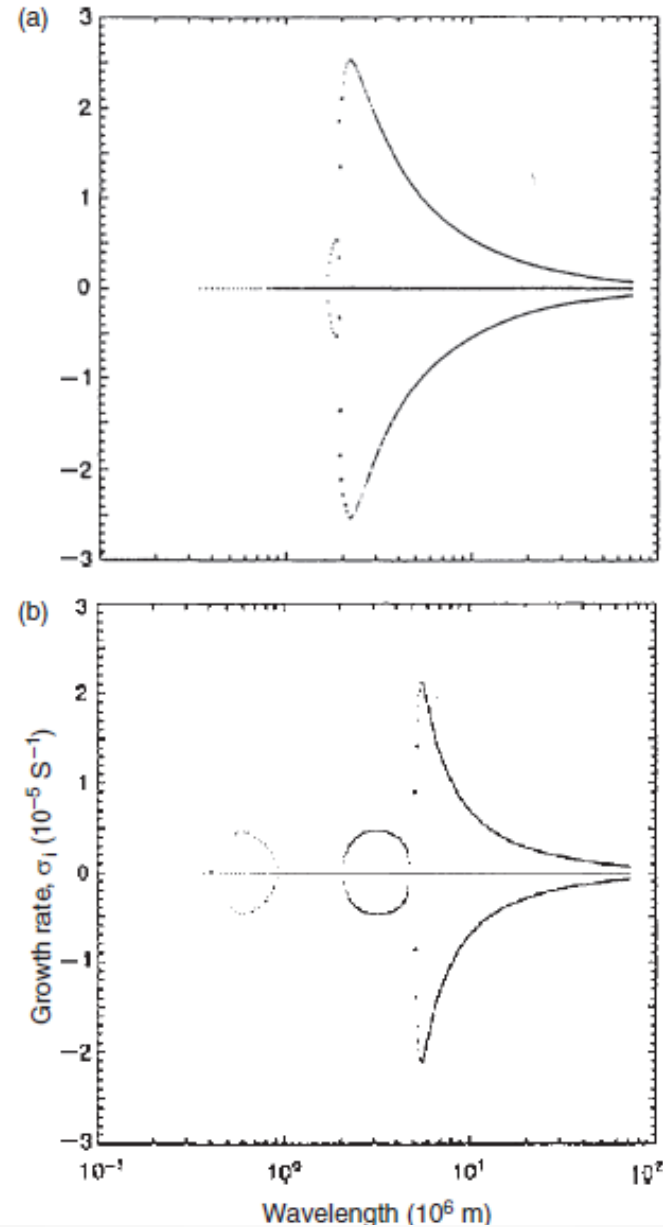
$$h(p) = H(p - p_{**}) - H(p - p_*) = \begin{cases} 1, & p_{**} < p < p_* \\ 0, & p < p_{**}, p > p_* \end{cases} \quad \frac{dh}{dp} = \delta(p - p_{**}) - \delta(p - p_*)$$

Необходимое условие существования нормальных мод

$$1 + \frac{\varepsilon k^2}{2} \int_{p_{**}}^{p_*} G(p_B, p) dp = r_{**} \int_{p_1}^1 G(p_B, p) K(p, p_{**}) dp - r_* \int_{p_1}^1 G(p_B, p) K(p, p_*) dp$$

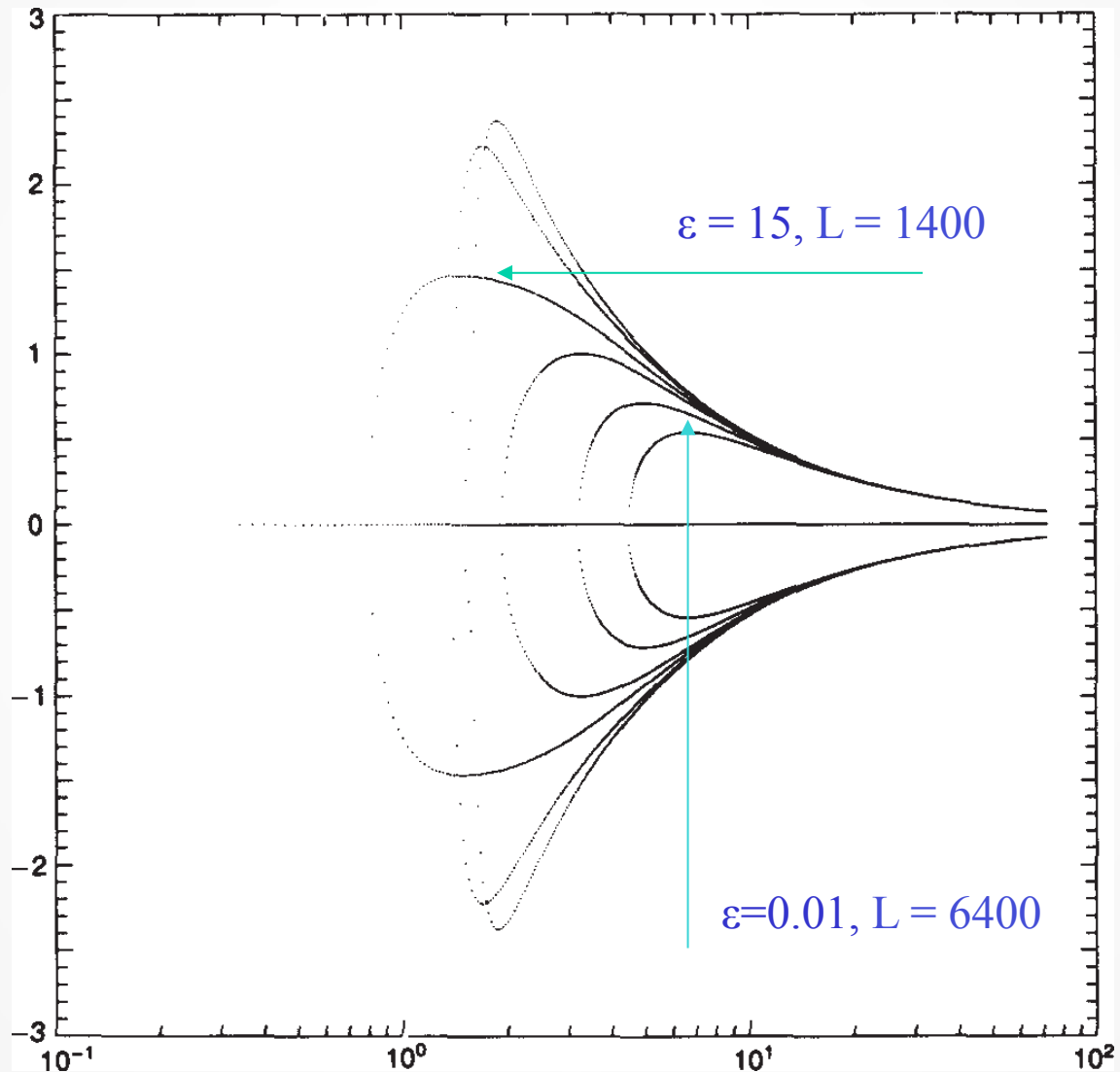
где  $r_{**} = \frac{\varepsilon \lambda k^3}{\bar{u}_{**} - \sigma}$   $r_* = \frac{\varepsilon \lambda k^3}{\bar{u}_* - \sigma}$   $\rightarrow P_4(\sigma; k, \varepsilon) = 0$

Зависимость скорости роста  $\sigma_i$  от волнового числа для 4 собственных мод и для 2 случаев интенсивности,  $\varepsilon = 20$ ,  $\varepsilon = 80$  К/сут. Две моды являются нейтральными и имеют  $\sigma_i = 0$ . (Мак, 1994).



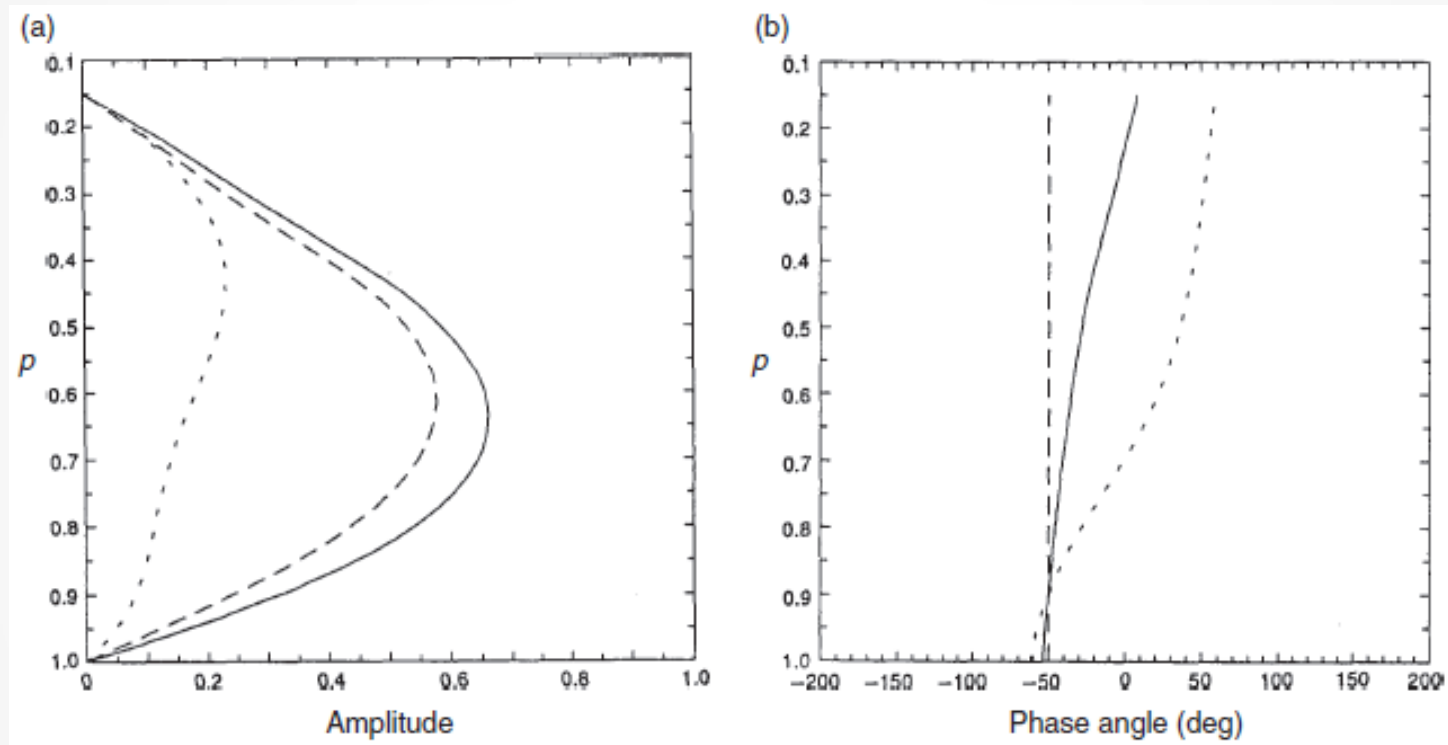
Зависимость скорости роста  $\gamma_i$  от волнового числа для 4 собственных мод и для 6 случаев интенсивности,  $\varepsilon = (0.01; 8; 13; 15; 17; 18)$  ( $\varepsilon = 30 \leftrightarrow Q = 80$  К/сут). Внутренние кривые соответствуют малым значениям  $\varepsilon$ . Две моды являются нейтральными и имеют  $\gamma_i = 0$ . (Мак, 1994).

Скорость роста  
 $\gamma_i$  ( $10^{-5}$  сек $^{-1}$ )

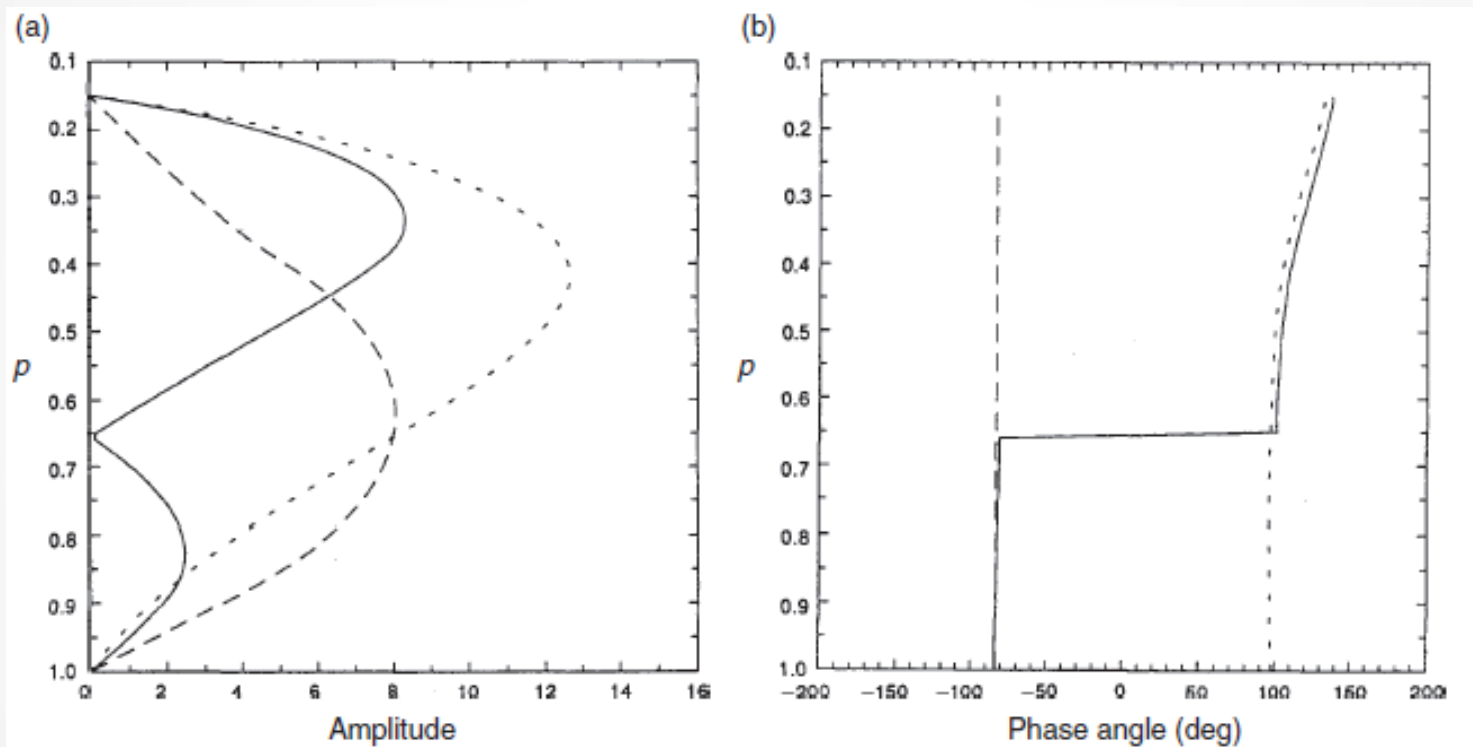


СITES-15  
Длина волны ( $10^{**6}$  m)

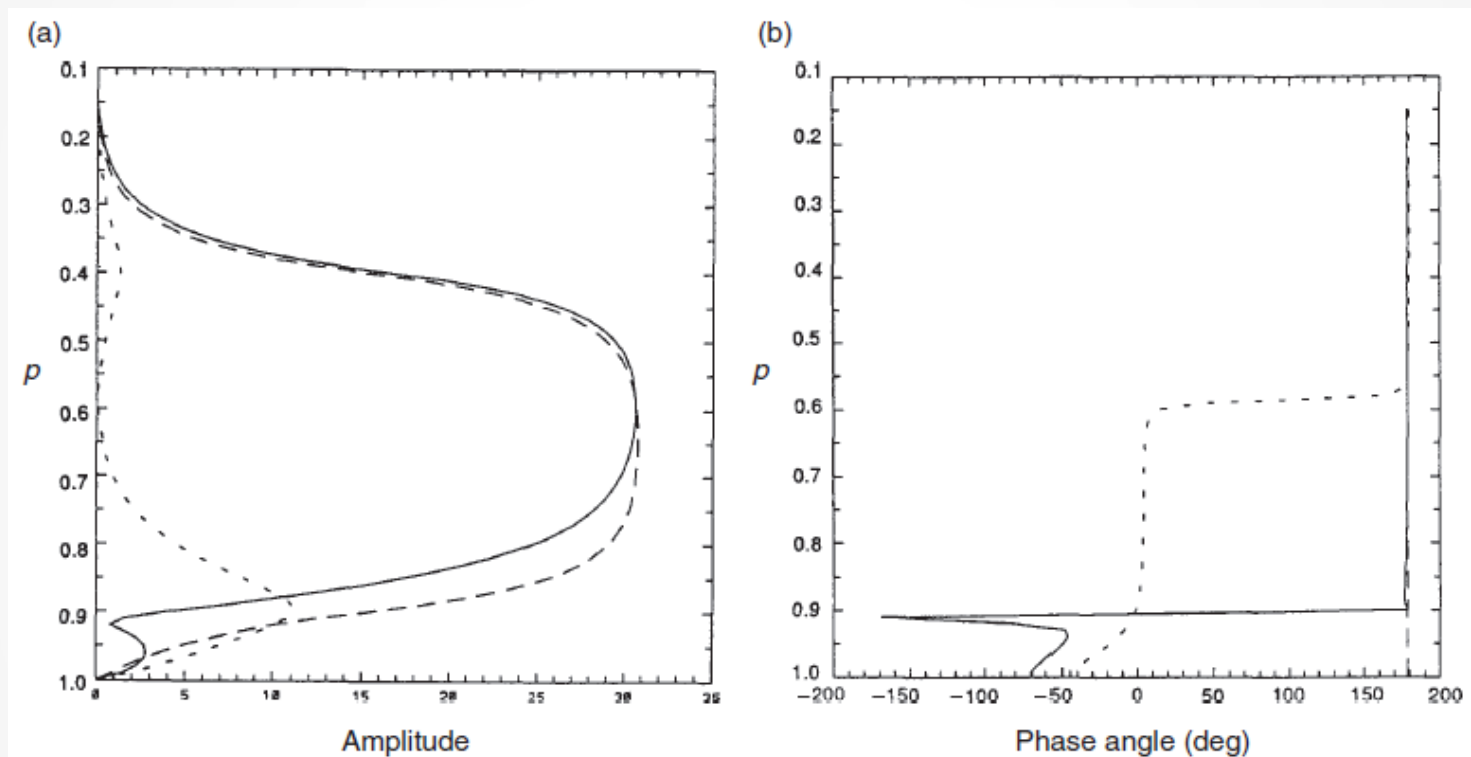
Вертикальная структура безразмерной вертикальной скорости во влажной задаче Иди  
Для длины волны 6000 км, сплошная линия – вертикальная скорость, точки – «динамическая» компонента  
вертикальной скорости, прерывистая линия – «неадиабатическая» компонента вертикальная скорость  
(Мак, 1994)



Вертикальная структура верхней моды безразмерной вертикальной скорости во влажной задаче Иди  
Для длины волны 3000 км, сплошная линия – вертикальная скорость, точки – «динамическая» компонента  
вертикальной скорости, прерывистая линия – «неадиабатическая» компонента вертикальной скорости  
(Мак, 1994)



Вертикальная структура нижней моды безразмерной вертикальной скорости во влажной задаче Иди  
Для длины волны 600 км, сплошная линия – вертикальная скорость, точки – «динамическая» компонента  
вертикальной скорости, прерывистая линия – «неадиабатическая» компонента вертикальной скорости  
(Мак, 1994)





## Приложение: Polar Lows

**Polar Lows** – интенсивные морские мезоциклоны в диаметре 100–500 км

**Polar Lows** - очень быстро развиваются и скорость ветра у поверхности может достигать ураганной силы (Businger and Reed, 1989). Это короткоживущие вихри - 3–36 часов.

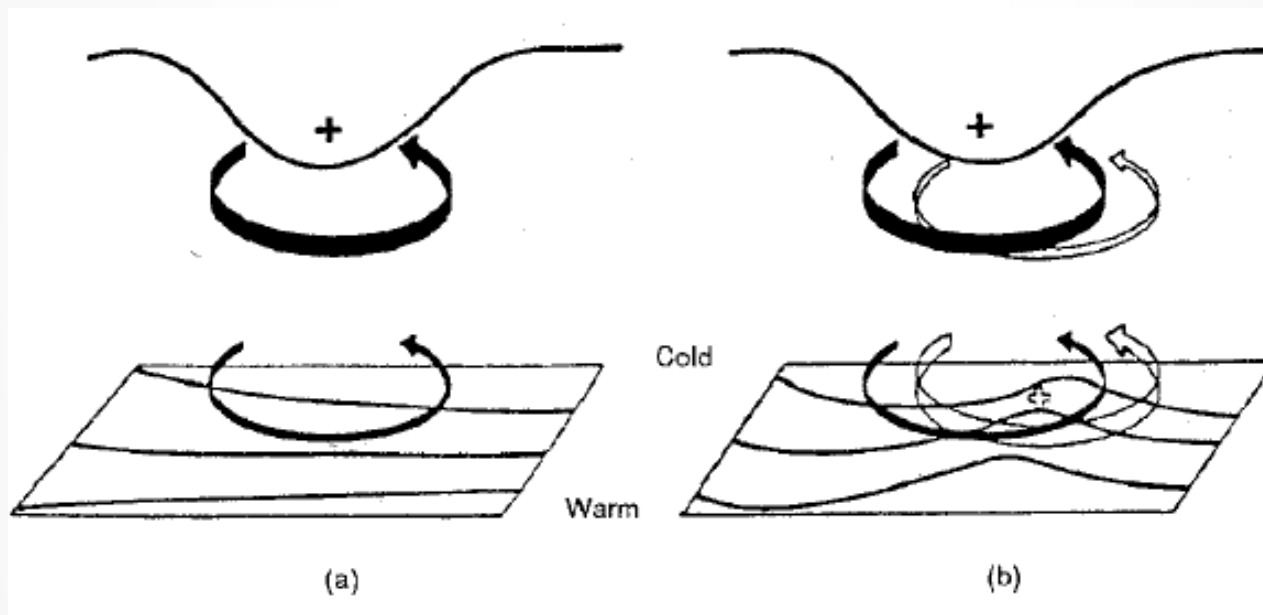
**Polar Lows** – мезомасштабные вихри обычно развиваются на полярной стороне полярного фронта.

**Polar Lows**, - арктические неустойчивые ложбины с кластерами облаков,

**Polar Lows** – часто встречаются в Северных, Лабрадорском, Беринговом, Японском морях и в заливе Аляска.

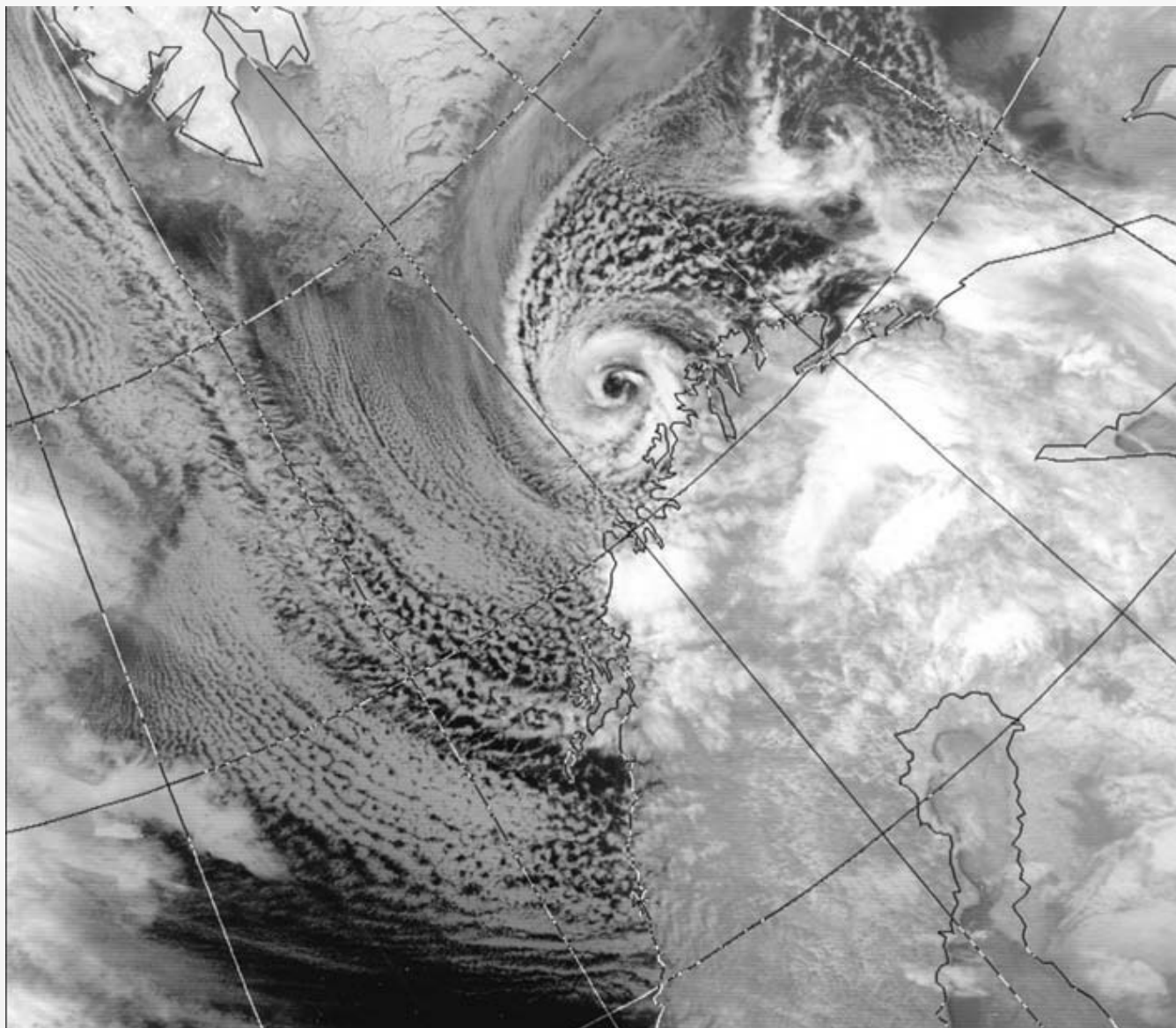
Развитие циклона, связанного с аномалией положительной завихренности над бароклинной областью: (а)  
циклонический

вихрь на нижнем уровне, вызванный аномалией вихря наверху, адвекция потенциальной температуры приводит к аномалии тепла к востоку от аномалии вихря верхнего уровня, это вызывает циклоническую циркуляцию в (б). Вызванная этим циркуляция наверху будет усиливать исходную аномалию вихря и может приводить к усилению возмущения



Из Hoskins et al, 1985

NOAA-9 снимок (февраль 27, 1987) **Polar Low** ( University of Dundee, <http://www.sat.dundee.ac.uk/>).



Спасибо за внимание!!!