

Введение в практические занятия:
Некоторые вычислительные аспекты решения
уравнений динамики атмосферы

Фадеев Ростислав Юрьевич

К.ф.-м.н., н.с.

Институт вычислительной математики РАН

e-mail: lord.rrd@gmail.com

23 июня 2015

CITES, Томск

Численная модель обычно включает в свой состав три основных компонента:

Система подготовки
начальных данных

Вычислительная модель



Численная модель обычно включает в свой состав три основных компонента:

Система подготовки
начальных данных



Вычислительная модель

- Уравнения динамики процесса.
- Сетка.
- Уравнения в конечно-разностной форме.
- Программный комплекс.
- Система постпроцессинга, результат.

Прогноз и предсказуемость.



Численная модель обычно включает в свой состав три основных компонента:

Система подготовки
начальных данных



Совместная модель

Модель океана

Модель атмосферы

Модель погран-слоя

Модель п.п.

Численная модель обычно включает в свой состав три основных компонента:

Система подготовки
начальных данных

Система параметризаций
процессов подсеточного
масштаба

Вычислительная модель

- Уравнения динамики процесса.
- Сетка.
- Уравнения в конечно-разностной форме.
- Программный комплекс.
- Система постпроцессинга, результат.

1.1 Уравнения гидротермодинамики атмосферы

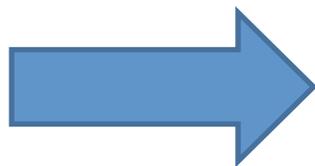
$$\left(\frac{d\vec{V}}{dt} + 2\boldsymbol{\Omega} \times \frac{d\mathbf{r}}{dt}\right)_H = -\nabla\Phi - R_d T_v \nabla \ln p_s + \vec{\mathbf{F}}_V, \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial\Phi}{\partial \ln \sigma} = -R_d T_v. \quad (1.2)$$

$$\frac{d \ln p_s}{dt} + D + \frac{\partial \dot{\sigma}}{\partial \sigma} = 0. \quad (1.3)$$

$$\frac{dT}{dt} - \frac{R_d T_v}{c_{pd}[1 + (\delta - 1)q]} \left(\frac{\dot{\sigma}}{\sigma} + \frac{d \ln p_s}{dt}\right) = F_T. \quad (1.4)$$

Уравнение
переноса



$$\frac{dq}{dt} = F_q. \quad (1.5)$$

Одномерное однородное уравнение переноса.

Цель эксперимента:

- Исследование различных методов аппроксимации по времени и пространству.
- Базовые понятия: порядок аппроксимации, сходимость.
- Основные типы вычислительных ошибок: амплитудная и фазовая.

Одномерное уравнение Бюргерса.

1.1 Уравнения гидротермодинамики атмосферы


$$\left(\frac{d\vec{V}}{dt} + 2\boldsymbol{\Omega} \times \frac{d\mathbf{r}}{dt}\right)_H = -\nabla\Phi - R_d T_v \nabla \ln p_s + \vec{\mathbf{F}}_V, \quad (1.1)$$

$$\frac{D\xi}{Dt} = \frac{\partial\xi}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla\xi, \quad \frac{\partial\Phi}{\partial \ln \sigma} = -R_d T_v. \quad (1.2)$$

$$\frac{d \ln p_s}{dt} + D + \frac{\partial \dot{\sigma}}{\partial \sigma} = 0. \quad (1.3)$$

$$\frac{dT}{dt} - \frac{R_d T_v}{c_{pd}[1 + (\delta - 1)q]} \left(\frac{\dot{\sigma}}{\sigma} + \frac{d \ln p_s}{dt}\right) = F_T. \quad (1.4)$$

$$\frac{dq}{dt} = F_q. \quad (1.5)$$

Ошибка ложного представления
и нелинейная неустойчивость.

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = 0.$$

$$u = \sin kx,$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} = k \sin kx \cos kx = \frac{1}{2} k \sin 2kx.$$

$$u = \sum_n u_n.$$

$$\sin k_1 x \cdot \sin k_2 x = \frac{1}{2} [\cos(k_1 - k_2) x - \cos(k_1 + k_2) x].$$

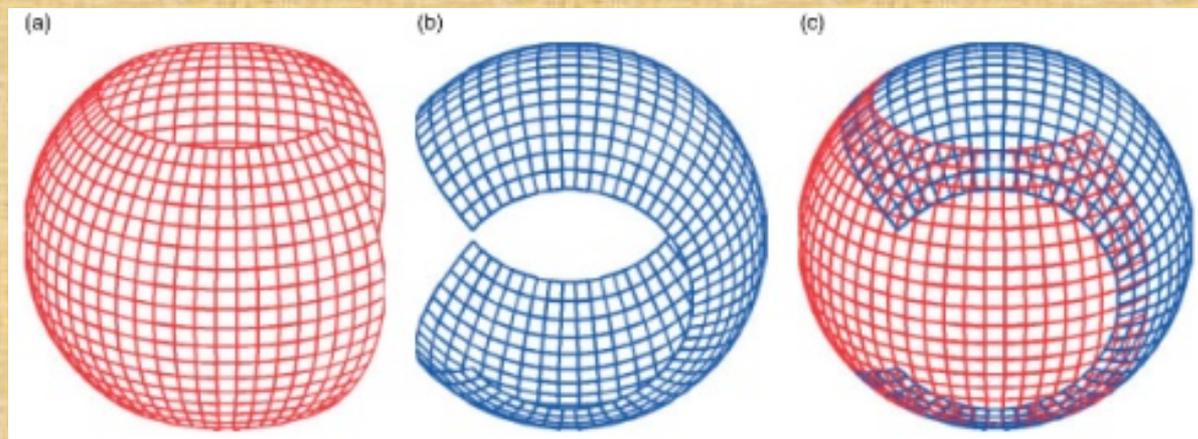
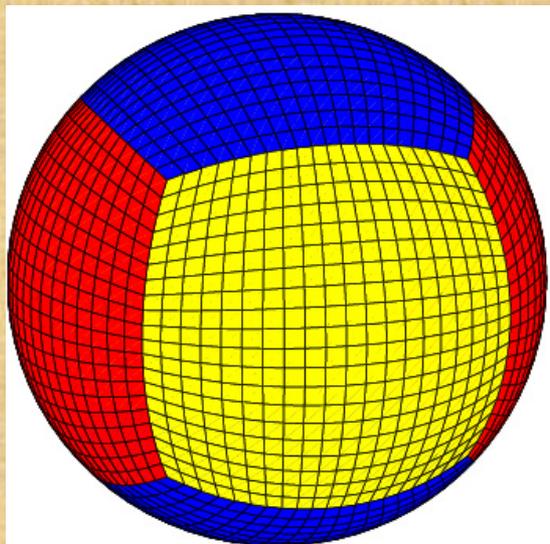
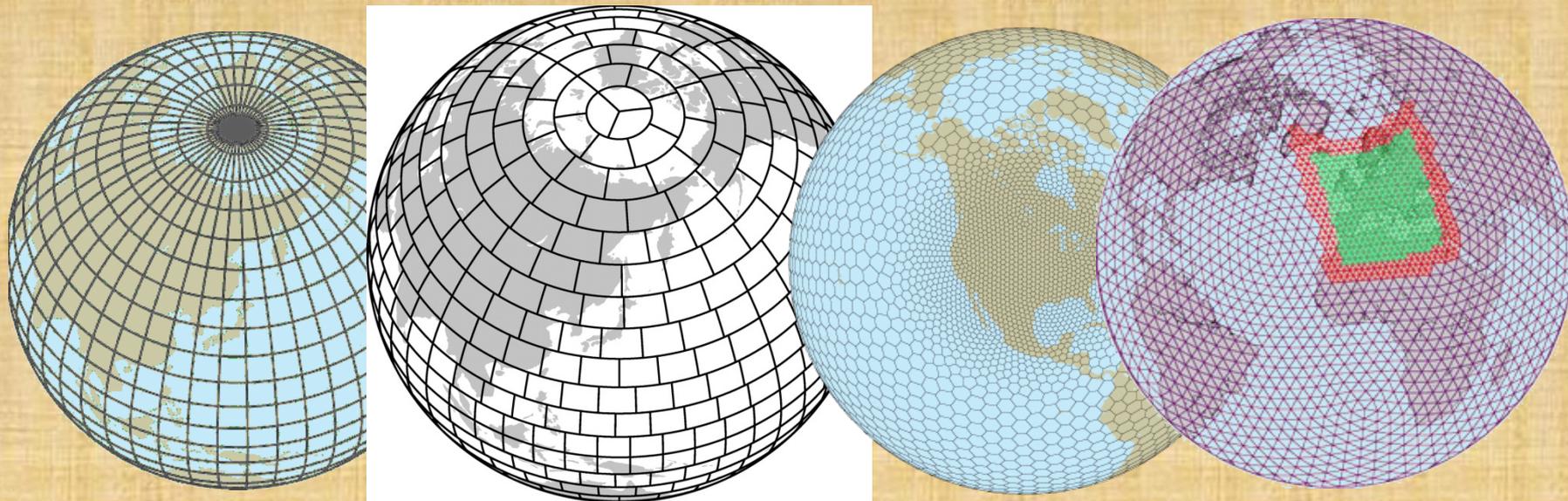
Одномерное уравнение Бюргерса.

Цель эксперимента:

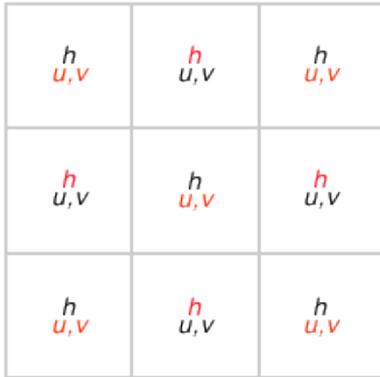
- Нелинейная неустойчивость и методы ее подавления.
- Поточковая форма.
- Сбалансированность аппроксимаций (на примере слагаемого, ответственного за вязкость).

Уравнения мелкой воды.

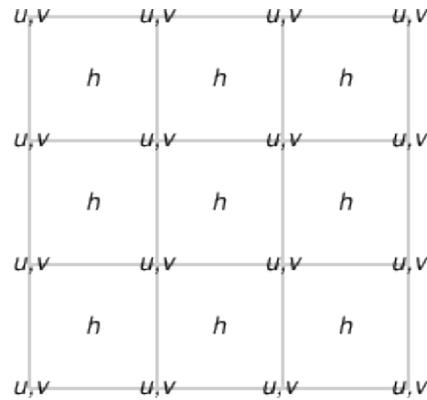
Сетки по горизонтали.



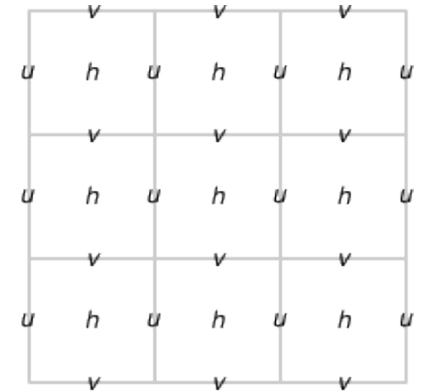
Логика данных



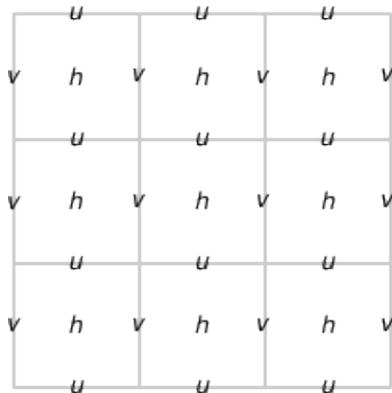
A grid



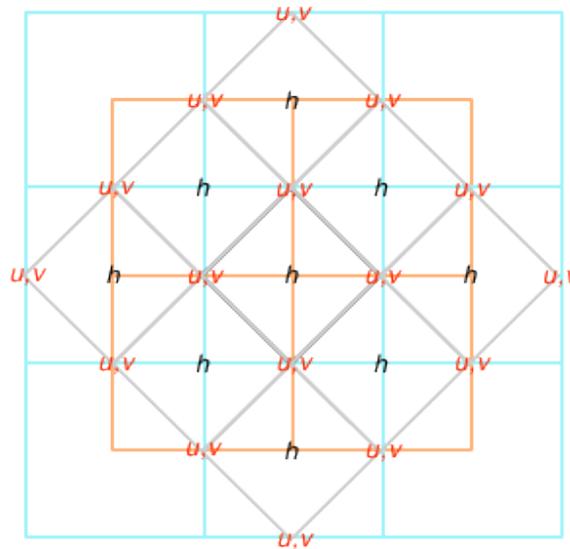
B grid



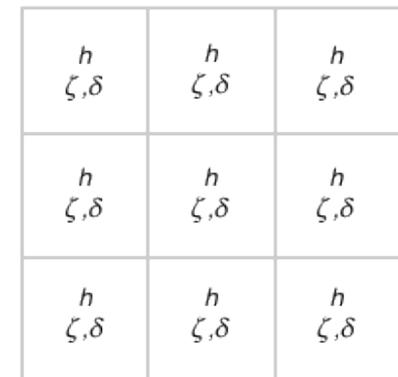
C grid



D grid



E grid



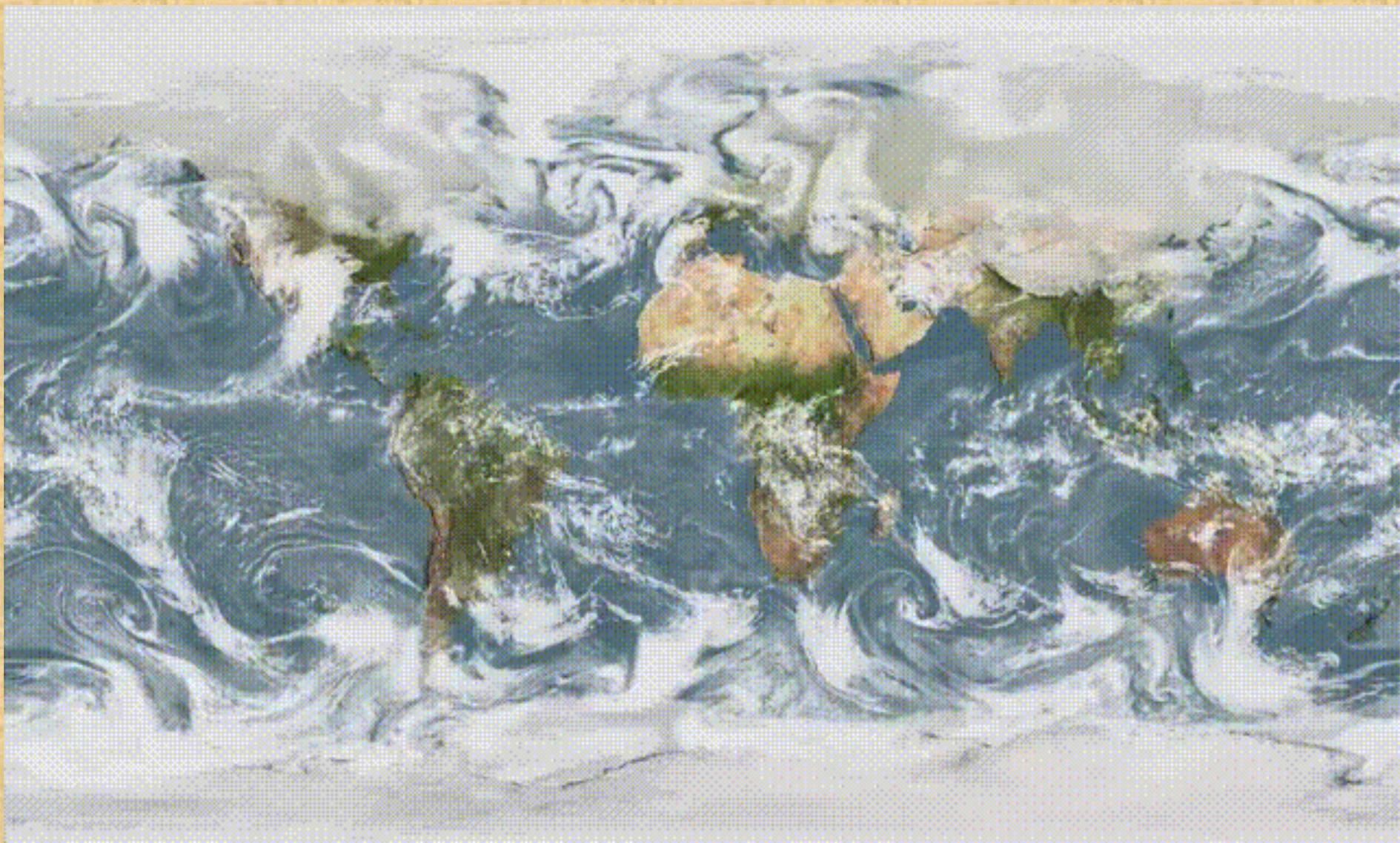
Z grid

Уравнения мелкой воды.

Цель эксперимента:

- Уравнения динамики атмосферы в двумерном случае.
- Методы упрощения нелинейных уравнений:
сведение к линейному и слабо нелинейному виду.
- Различные типы сеток: А, В и С.
- Эффекты вращения и радиус деформации Россби.

Квазигеострофическое приближение и волны Россби.



Квазигеострофическое приближение и волны Россби.

Цель эксперимента:

- Квазигеострофическое приближение и механизмы его поддержания.
- Геопотенциал, завихренность и волны Россби.

Баротропная неустойчивость.

Цель эксперимента:

- Исследование механизма баротропной неустойчивости.

Сайт: VSC.inm.ras.ru

Эксперименты:

- Одномерное однородное уравнение переноса.
- Одномерное уравнение Бюргерса.
- Уравнения мелкой воды.
- Геострофическое равновесие и волны Россби.
- Баротропная неустойчивость.

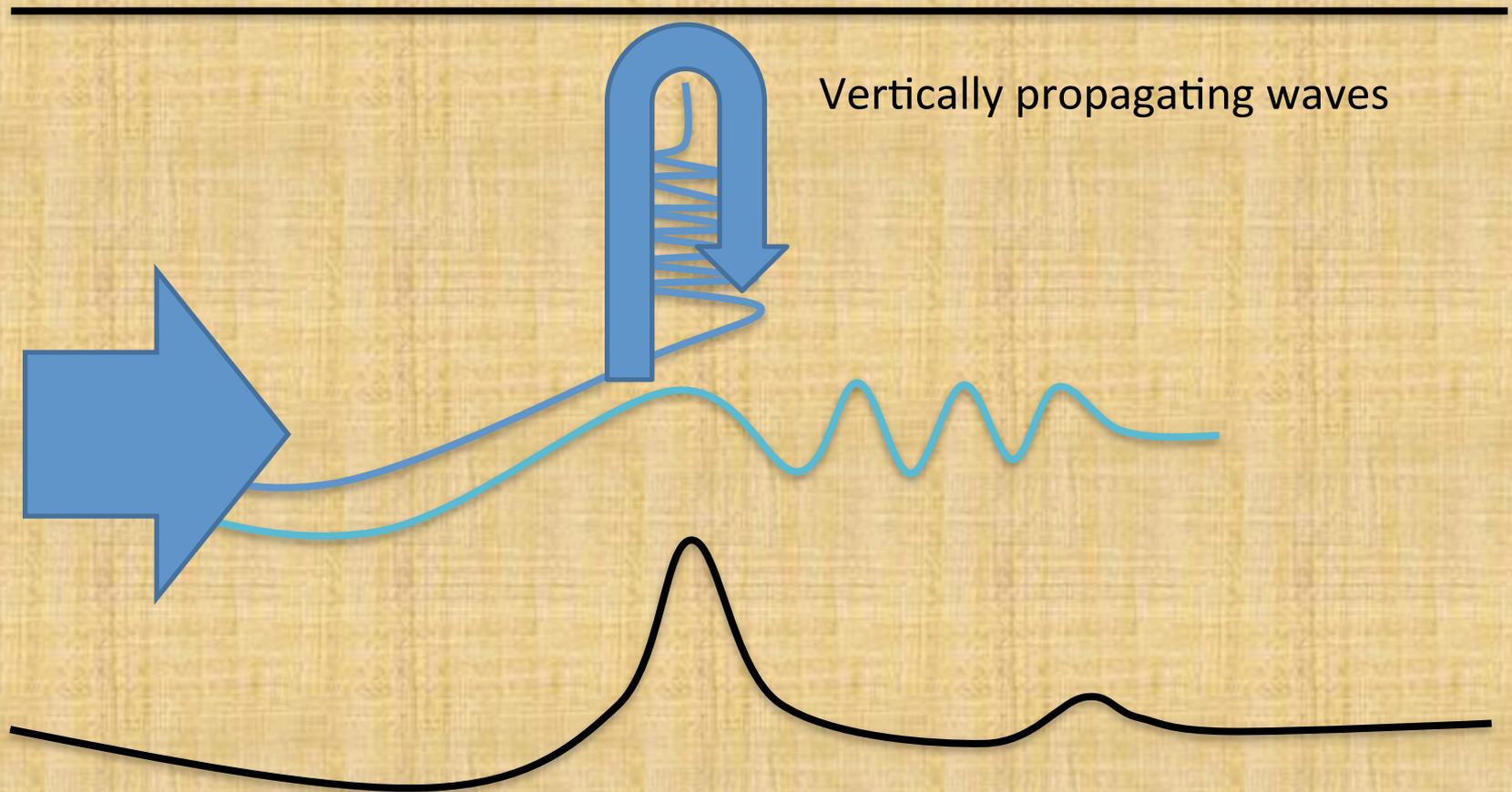
Литература:

- Мезингер Ф., Аракава А. Численные методы, используемые в атмосферных моделях // Л.: Гидрометеиздат, 1979, 136 с.
- Mankin Mak. Atmospheric Dynamics. Cambridge univ. press. 2011, 510 p.

Спасибо за внимание.
Вопросы?

Lord.rrd@gmail.com

Волны и граничные условия.



Numerical diffusion and smoothing

$$\frac{dF}{dt} = L(F) + N(F) + (-1)^{n/2+1} \alpha \nabla^n F$$

$$F_{corr} = F - \alpha \nabla^2 F$$

Зачем?

1. Физические соображения
(каскад энергий в сторону
мелких масштабов).

2. Сглаживание численного
решения (вследствие
нелинейности уравнений).

Проблема:

Аппроксимация вблизи
границ с учетом граничных
условий!

