

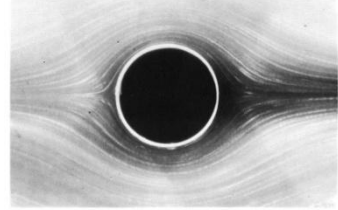
Глазунов А.В.^{1,2}

Процессы в пограничном слое атмосферы и их описание в моделях

1) Институт вычислительной математики РАН

2) Лаборатория суперкомпьютерного моделирования природно-климатических процессов НИВЦ МГУ

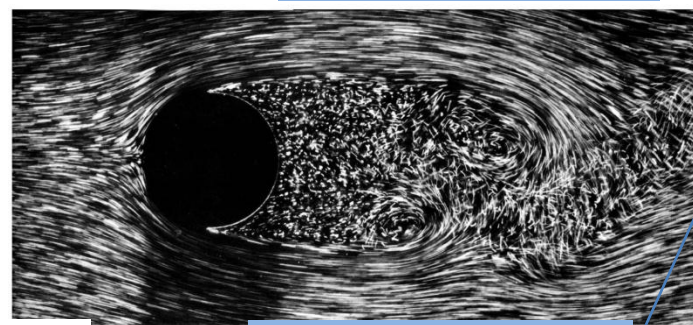
and.glas@gmail.com



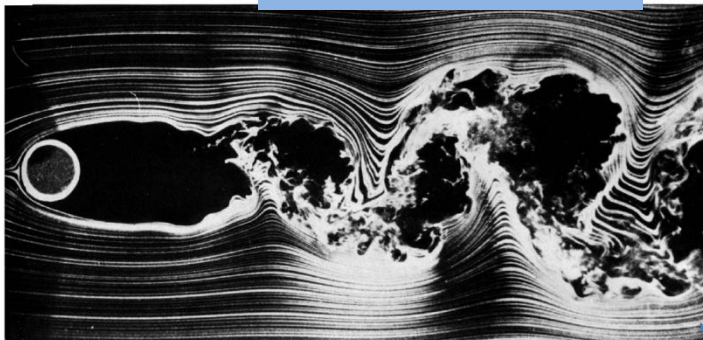
Re = 0.16



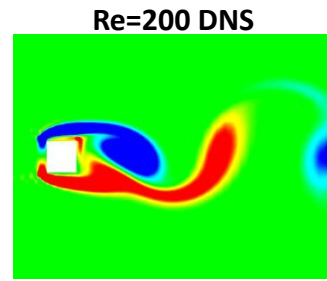
Re = 140



Re = 2000



Re = 10000



Re=200 DNS

$$Re = \frac{UL}{(\nu/\rho_0)}$$

Число Рейнольдса

$$\tilde{\eta} = \eta/L$$
$$\tilde{\eta} = O(Re^{-3/4})$$

Вязкий масштаб длины
(размер минимальных вихрей)

Обезразмеренные уравнения Навье-Стокса:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} = -\frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j} - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} + F_i^e,$$

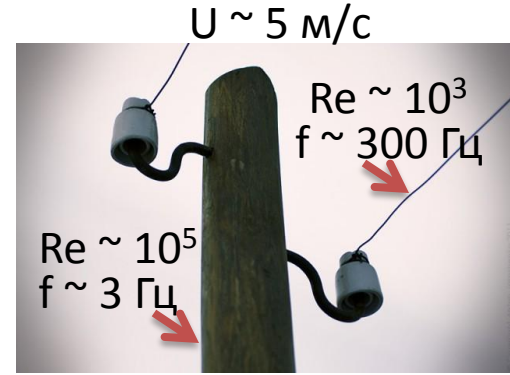
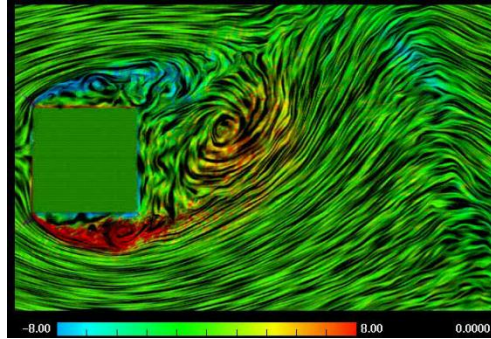
Турбулентность - "...завихренное течение с очень большим числом возбужденных степеней свободы и с хаотическим распределением дисперсионных соотношений и фазовых сдвигов" (А.С. Монин)

$\Delta \sim 1/40 L, N \sim 10^4$

Шаг сетки численной модели и число расчетных узлов

При очень больших числах Рейнольдса основные статистические характеристики течения перестают зависеть от Re

Re~10³ DNS

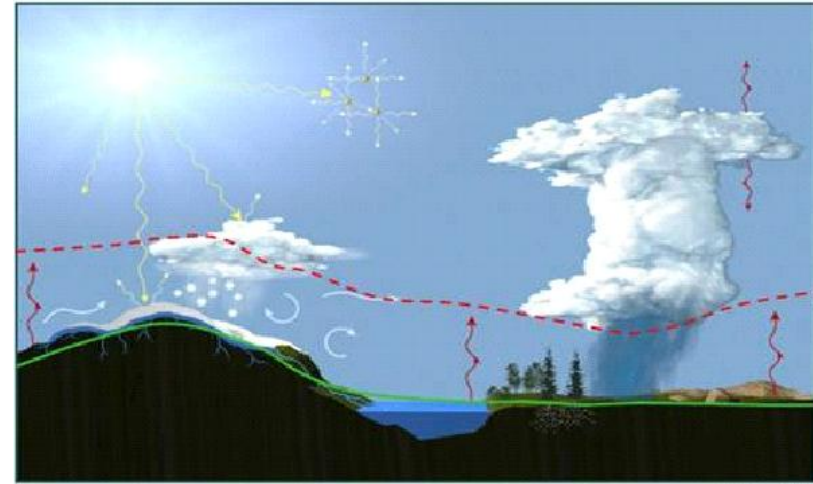


A. Veldman, University of Groningen,
<http://www.math.rug.nl/~veldman/>

$$St = f L / U \sim \text{const} \sim 0.2$$
$$f \sim 0.2 U / L$$

Особенности турбулентных процессов в геофизических пограничных слоях

Атмосферный пограничный слой $H_{ABL} \sim 10^2 - 10^3 \text{ м}$
Верхний пограничный слой океана $H_{UOL} \sim 10^1 - 10^2 \text{ м}$
Придонный пограничный слой океана $H_{OBL} \sim 10^0 - 10^1 \text{ м}$



- Стратификация
- Солнечная радиация
- Наличие облачности и фазовые переходы в АПС
- Сильно шероховатая орографически и гидрологически неоднородная поверхность в АПС

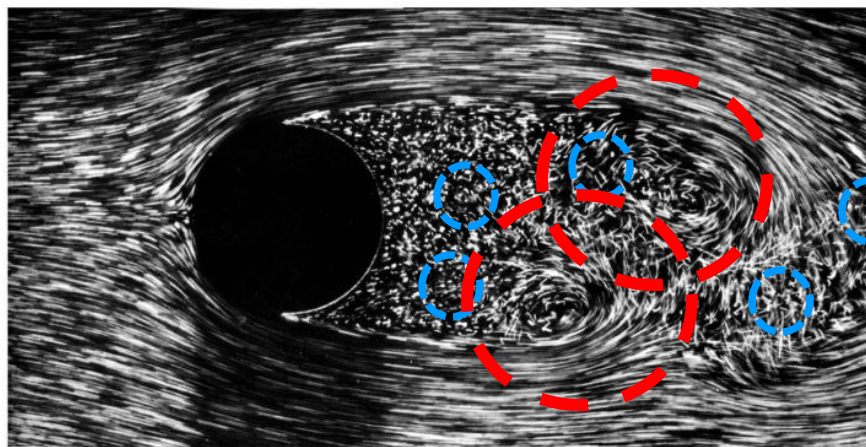
...

Очень большие числа Рейнольдса

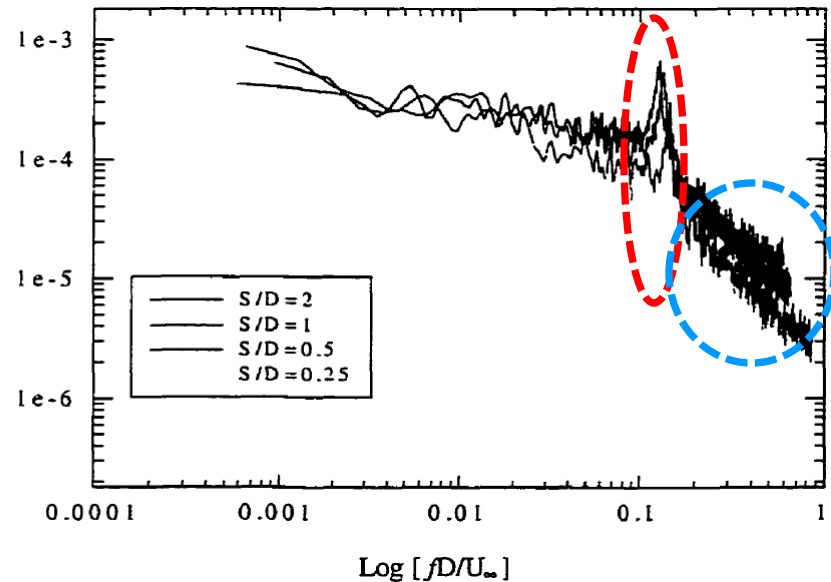
Атмосферный пограничный слой - $Re \sim 10^9$

Верхний слой океана - $Re \sim 10^6 - 10^7$

Придонный слой океана - $Re \sim 10^5 - 10^6$

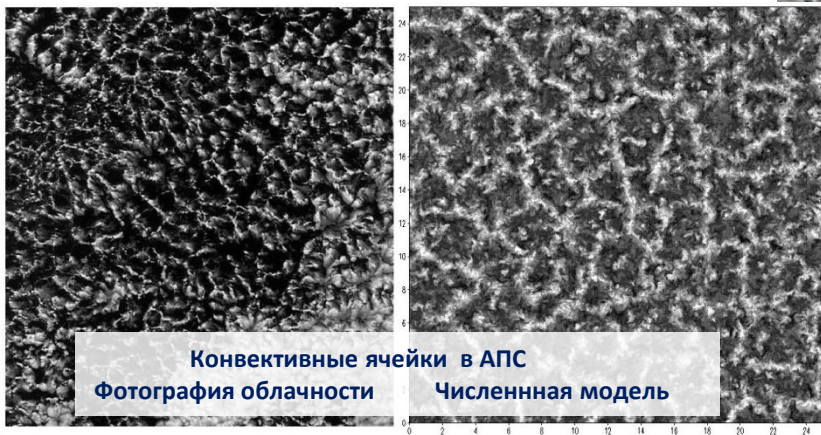
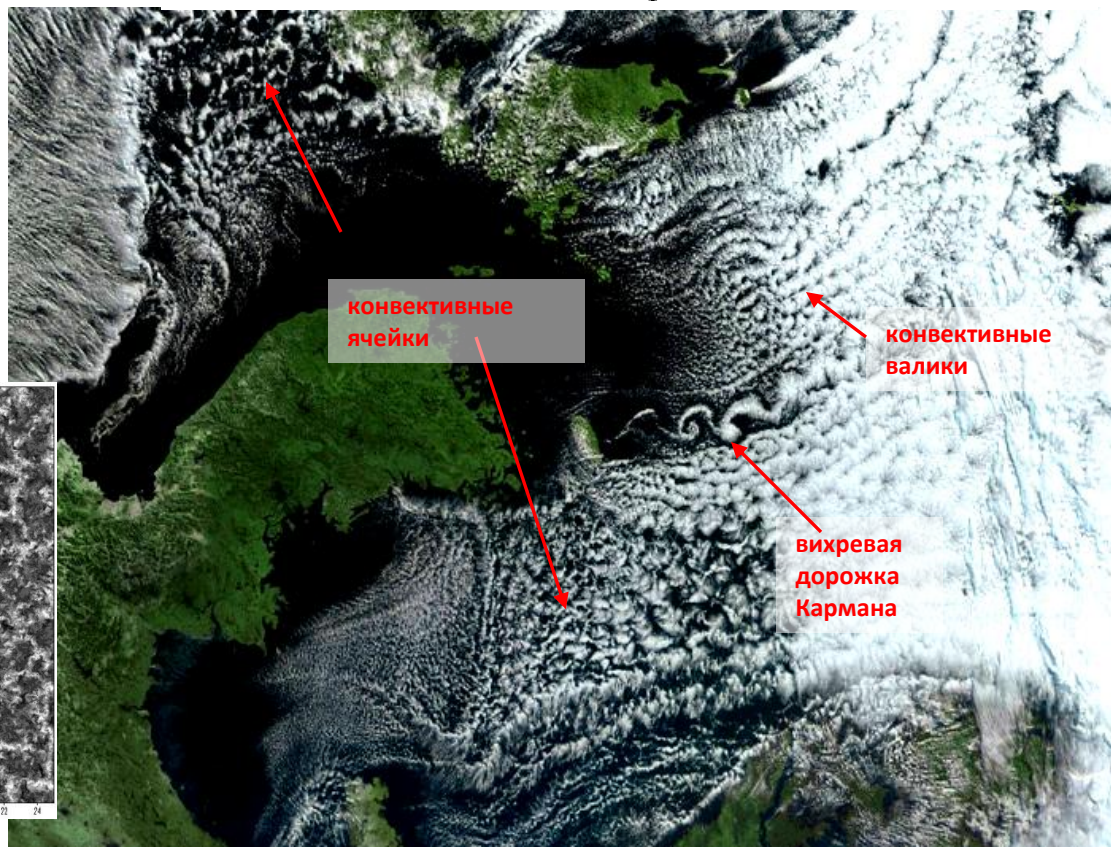
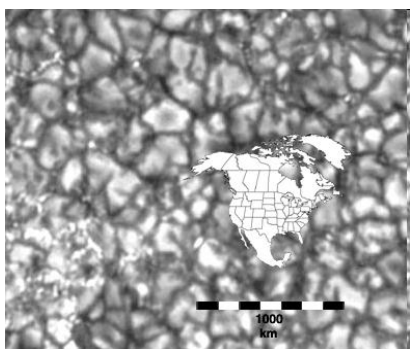


Log | power spectrum/ U_∞^2 |



Когерентные (организованные) структуры
Турбулентность

Конвективные
ячейки на Солнце
(гранулы).

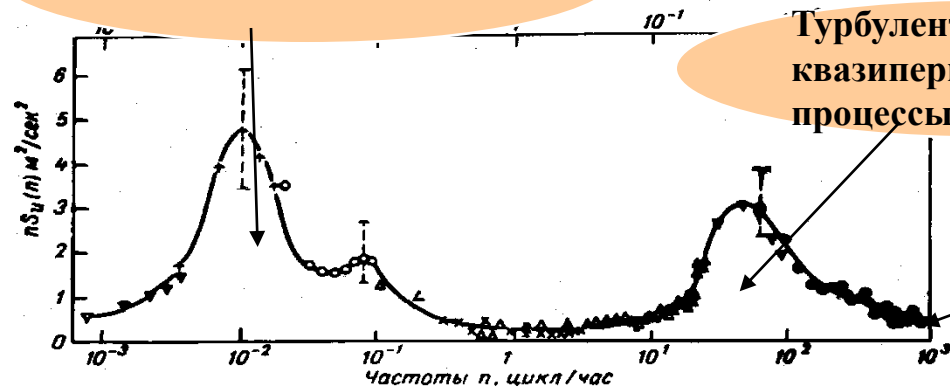


Конвективные ячейки в АПС
Фотография облачности

Численная модель

Синоптическая изменчивость

$$L \sim 10^3 \text{ м}, U \sim 10^1 \text{ м/с}, (\nu/\rho_0) \sim 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$$



Спектр скорости ветра в приземном слое атмосферы (по Ван дер Ховену (1957), n — частота, $S_u(n)$ — спектральная плотность).

Турбулентные и квазипериодические процессы в АПС

$$\tilde{\eta} = \eta/L$$

$$\tilde{\eta} = O(Re^{-3/4})$$

$$Re = \frac{UL}{(\nu/\rho_0)}$$

$$Re \sim 10^9$$

$$\tilde{\eta} \sim 10^{-7}$$

Требования к DNS

$$N = \tilde{\eta}^{-3} \sim 10^{21}$$

Интервал генерации

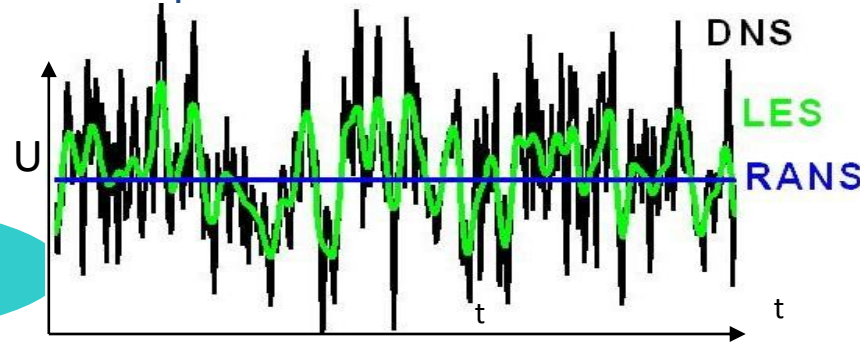
Инерционный интервал

$$E(k) \cong \varepsilon^{2/3} k^{-5/3}$$

$$2\nu k^2 E(k)$$

Интервал диссипации

Современные компьютеры не способны выполнять такие вычисления!



Три подхода к численному моделированию турбулентности

1. Прямое численное моделирование, DNS).
2. Вихреразрешающее моделирование или моделирование методом крупных вихрей (LES).
(инструмент, необходимый для построения и проверки RANS-моделей)
3. Решение систем уравнений, осреднённых по Рейнольдсу (RANS).
(локально — одномерные модели, один из основных блоков моделей общей циркуляции атмосферы и океана)

DNS (Direct Numerical Simulation)

LES (Large Eddy Simulation)

RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes)

$\frac{\partial u_i}{\partial t} = -\frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j} - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_i \partial x_j} + F_i^e$, Система уравнений Навье-Стокса для вязкой несжимаемой жидкости или газа.

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0,$$

Прямое численное моделирование (DNS)

$$F(a(x, t)) \equiv \bar{a}(x, t) = \int_{R^3} G(x - x', \Delta_f) a(x', t) dx'$$

Фильтрация по пространству

$$\overline{\frac{\partial a(x, t)}{\partial x_i}} = \frac{\partial \bar{a}(x, t)}{\partial x_i}; \quad \overline{\frac{\partial a(x, t)}{\partial t}} = \frac{\partial \bar{a}(x, t)}{\partial t}$$

Сводит исходную систему к системе с меньшим количеством степеней свободы

Вихреразрешающее моделирование (Large Eddy Simulation, LES)

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} = -\frac{\partial \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_i \partial x_j} + \bar{F}_i^e,$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0,$$

$$\tau_{ij} = \overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j.$$

Для очень больших чисел Re

1. Влиянием молекулярной вязкости на крупные вихри можно пренебречь

2. Необходимо найти турбулентное замыкание

$$\tau_{ij} \approx T_{ij}(\bar{u}_k, \bar{u}_l, \bar{u}_m)$$

Центральная проблема LES.

$$\frac{\partial \bar{s}}{\partial t} = -\bar{u}_i \frac{\partial \bar{s}}{\partial x_i} - \frac{\partial \sigma_i^s}{\partial x_i} + \bar{Q}^s$$

$$\sigma_i^s = \overline{s u_i} - \bar{u}_i \bar{s}$$

Аналогичная задача для скаляров (температура, влажность воздуха, Концентрации газовых примесей)

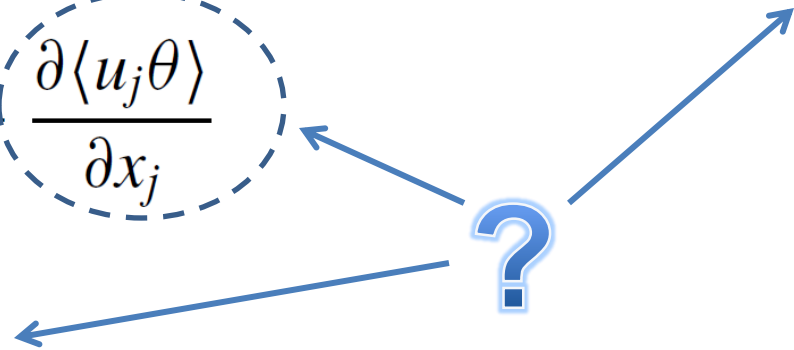
RANS *Reynolds-averaged Navier–Stokes* (Osborne Reynolds, 1895)

$$a = A + a' \quad \langle a \rangle = A, \quad \langle a' \rangle = 0$$

$$\frac{DU_i}{Dt} = -\frac{1}{\rho_{00}} \frac{\partial \langle \tilde{p} \rangle}{\partial x_i} + \varepsilon_{ij3} f U_j + \cancel{\nu \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j \partial x_j}} + \delta_{i3} \frac{g}{\theta_{00}} \Theta - \frac{\partial \langle u_i u_j \rangle}{\partial x_j}$$

$$\frac{D\Theta}{Dt} + U_3 \frac{d\theta_0}{dx_3} = \cancel{\kappa_T \frac{\partial^2 \Theta}{\partial x_j \partial x_j}} - \frac{\partial \langle u_j \theta \rangle}{\partial x_j}$$

$$\frac{DC}{Dt} = \cancel{\kappa_c \frac{\partial^2 C}{\partial x_j \partial x_j}} - \frac{\partial \langle u_j c \rangle}{\partial x_j}$$



$$\langle u_i u_j \rangle = \frac{1}{3} \langle u_i u_i \rangle \delta_{ij} - \cancel{K_\tau} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)$$

$$\langle u_i \theta \rangle = -\cancel{K_Q} \frac{\partial \Theta}{\partial x_i}$$

$$K_\tau = c_\tau (R_g) \sqrt{E_k} l_\tau \quad E_k = \frac{1}{2} \langle u_i u_i \rangle$$

$$K_Q = c_Q (R_g) \sqrt{E_k} l_\tau$$

$$l_\tau^{-1} = (\kappa z)^{-1} + l_0^{-1}$$

RANS

$$\frac{DE_k}{Dt} = -\langle u_i u_j \rangle \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\langle p u_j \rangle}{\rho_{00}} + \frac{1}{2} \langle u_i u_i u_j \rangle \right) + \frac{g}{\theta_{00}} \langle \theta u_3 \rangle + \nu \frac{\partial^2 E_k}{\partial x_j \partial x_j} - \varepsilon . \quad \varepsilon = \nu \left\langle \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right\rangle$$

$$-\left(\frac{\langle p u_j \rangle}{\rho_{00}} + \frac{1}{2} \langle u_i u_i u_j \rangle \right) = K_\tau \frac{\partial E_k}{\partial x_j} \quad \varepsilon = C_\varepsilon \frac{E_k^{3/2}}{l_\tau}$$

$$\frac{DE_k}{Dt} = \mathcal{P} + \mathcal{B} + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_\tau \frac{\partial E_k}{\partial z} \right) - \varepsilon \quad \begin{array}{l} \mathbf{k}\text{-}\varepsilon \quad \text{МОДЕЛИ} \\ \text{(Mellor and Yamada, 1974,} \\ \text{Pope, 2000)} \end{array}$$

$$\frac{D\varepsilon}{Dt} = -C_1 \langle u_i u_j \rangle \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \frac{\varepsilon}{E_k} - C_2 \frac{\varepsilon^2}{E_k} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{K_\tau}{C_3} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right)$$

RANS замыкания высокого порядка

$$\begin{aligned}
 \frac{D\langle u_i u_k \rangle}{Dt} = & \left(-\langle u_i u_j \rangle \frac{\partial \langle u_k \rangle}{\partial x_j} - \langle u_k u_j \rangle \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} \right) - \frac{\partial \langle u_i u_j u_k \rangle}{\partial x_j} \\
 & + \frac{g}{\theta_{00}} (\delta_{k3} \langle u_i \theta \rangle + \delta_{i3} \langle u_k \theta \rangle) + f(\varepsilon_{kj3} \langle u_i u_j \rangle + \varepsilon_{ij3} \langle u_k u_j \rangle) \\
 & - \frac{1}{\rho_{00}} \left\langle u_k \frac{\partial p}{\partial x_i} + u_i \frac{\partial p}{\partial x_k} \right\rangle \\
 & + \nu \left\langle u_k \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} + u_i \frac{\partial^2 u_k}{\partial x_j \partial x_j} \right\rangle.
 \end{aligned}$$

Diagrammatic annotations: A blue dashed oval encircles the term $-\frac{\partial \langle u_i u_j u_k \rangle}{\partial x_j}$. A blue arrow points from a large blue question mark to this term. Another blue arrow points from the same question mark to the term $-\frac{1}{\rho_{00}} \left\langle u_k \frac{\partial p}{\partial x_i} + u_i \frac{\partial p}{\partial x_k} \right\rangle$. The last term is enclosed in a red dashed oval.

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{\rho_{00}} \left\langle p \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right\rangle &= -\frac{E_k^{1/2}}{(3l_v)} \left(\langle u_i u_j \rangle - \frac{2\delta_{ij}}{3} E_k \right) & \langle u_k u_i u_j \rangle &= -E_k^{1/2} \{\tilde{\lambda}_1\} \left(\frac{\partial \langle u_i u_j \rangle}{\partial x_k} + \frac{\partial \langle u_i u_k \rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial \langle u_j u_k \rangle}{\partial x_i} \right) \\
 &+ \{C_1\} E_k \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) & \langle u_k u_j \theta \rangle &= -E_k^{1/2} \{\tilde{\lambda}_2\} \left(\frac{\partial \langle u_k \theta \rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial \langle u_j \theta \rangle}{\partial x_k} \right)
 \end{aligned}$$

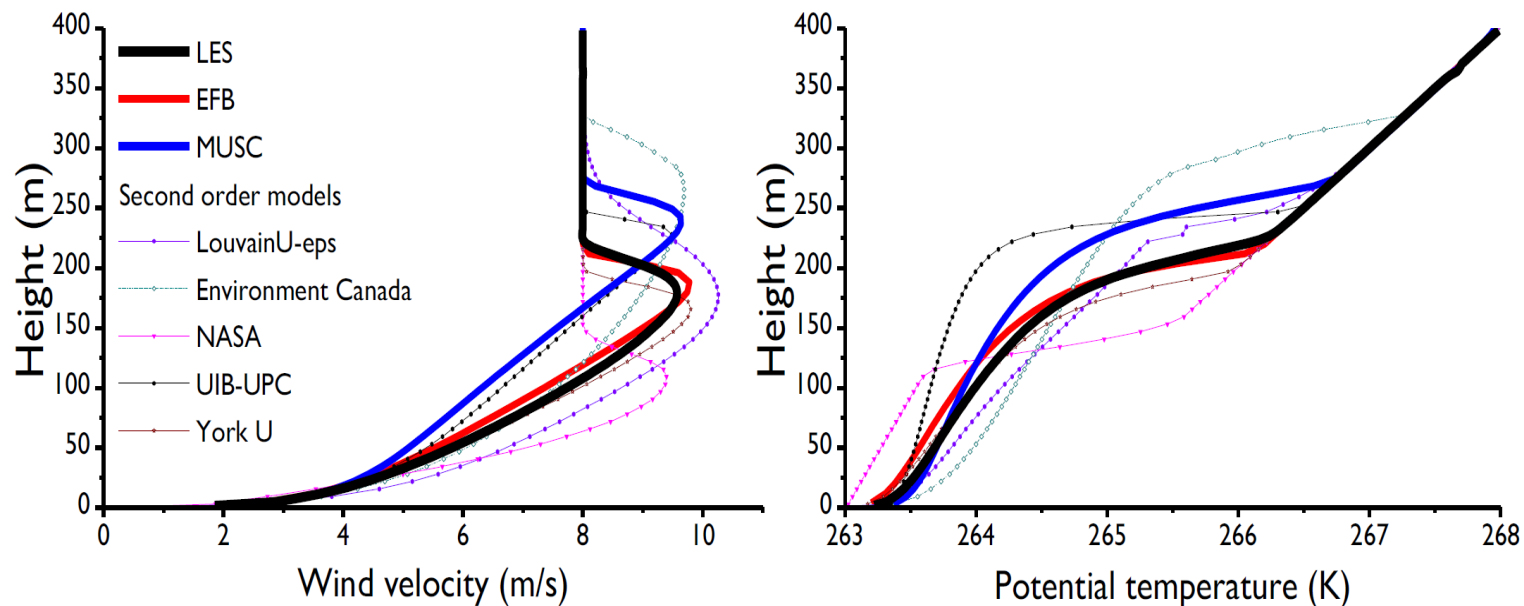
$$\frac{1}{\rho_{00}} \left\langle p \frac{\partial \theta}{\partial x_j} \right\rangle = -\frac{E_k^{1/2}}{(3l_2)} \langle u_j \theta \rangle$$

$$\langle u_k \theta^2 \rangle = -E_k^{1/2} \{\tilde{\lambda}_3\} \frac{\partial \langle \theta^2 \rangle}{\partial x_k}$$

RANS (EFB, Energy Flux Balance (Zilitinkevich et al. 2013))

$$\frac{DE_K}{Dt} + \frac{\partial \Phi_K}{\partial z} = \tau S + \beta F_z + \varepsilon_K \quad E_P = \frac{1}{2} \left(\frac{\beta}{N} \right)^2 \langle \theta^2 \rangle \quad \frac{DE_P}{Dt} + \frac{\partial \Phi_P}{\partial z} = -\beta F_z - \varepsilon_P$$

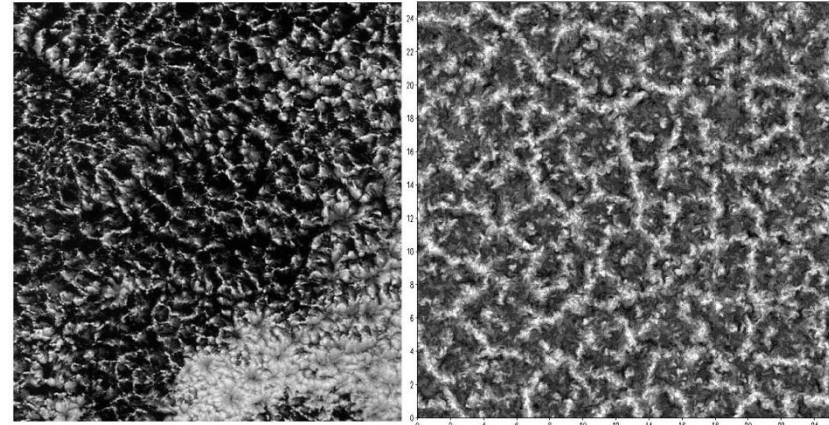
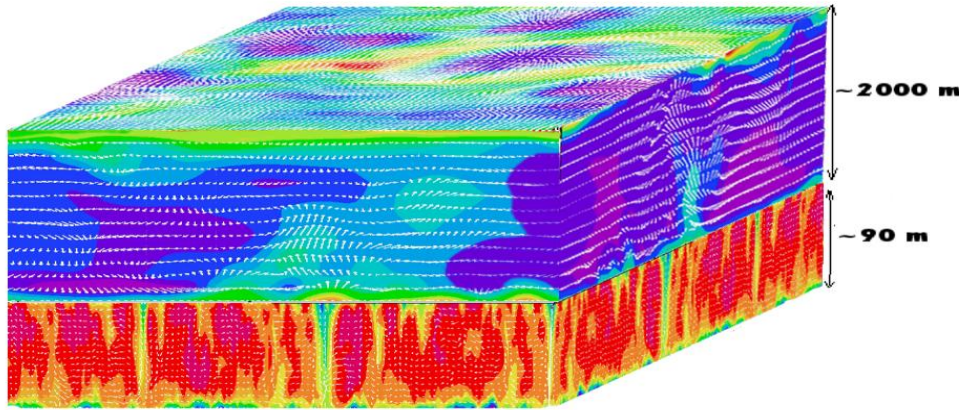
ТКЕ+ТПЕ (турбулентная потенциальная энергия)



Средняя скорость ветра и потенциальная температура в устойчиво-стратифицированном АПС, вычисленные при помощи LES-модели ИБМ РАН (черные кривые) и различных локально-одномерных моделей (Holtslag., 2006). Красные кривые – новая локально-одномерная модель пограничного слоя (Zilitinkevich et al. 2013), откалиброванная при помощи DNS и LES-моделей, разработанных в ИБМ РАН.

Численное моделирование атмосферной турбулентности при помощи трехмерных нестационарных моделей высокого пространственного разрешения (DNS и LES) позволяет улучшить качество параметризаций для глобальных атмосферных моделей и тем самым повысить точность прогноза погоды и достоверность воспроизведения климата.

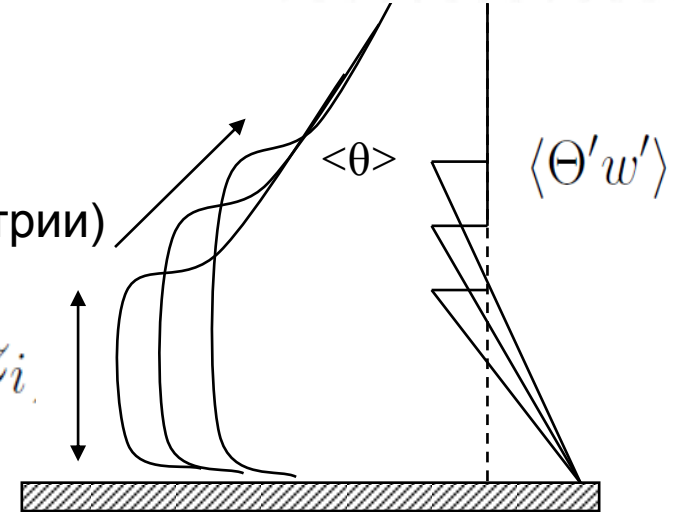
RANS замыкания, учитывающие нелокальность переноса в АПС



$$\langle aw \rangle = -K_a \frac{dA}{dz} + \langle aw \rangle_{NL}$$

Skewness (коэффициент асимметрии)

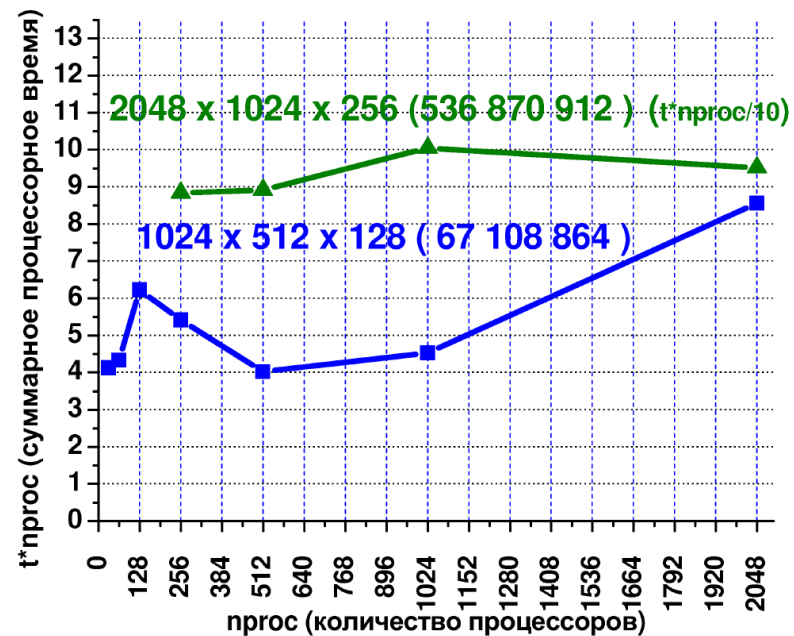
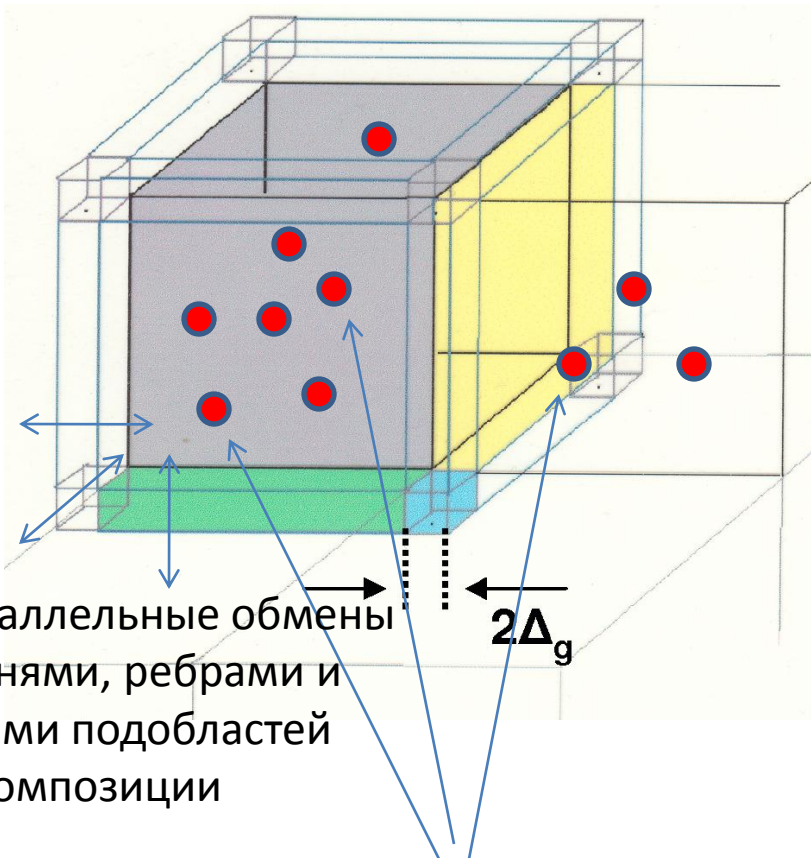
$$\langle w\theta \rangle = -K_Q \frac{d\Theta}{dz} + C \frac{\langle w^3 \rangle}{\langle w^2 \rangle^{3/2}} \langle w\theta \rangle_0$$



$$\langle u_i w \rangle_{NL} = \frac{CW_*^3}{w_\tau^3} \left[\frac{z'}{h'} \left(1 - \frac{z'}{h'} \right)^2 \right] \langle u_i w \rangle_0 \text{ for } 0.1h < z < 0.9h$$

(Deardorff 1966; Wyngaard 1987; Holtslag and Moeng 1991; Brown and Grant 1997)

Параллельная реализация - MPI,
трехмерная декомпозиция расчетной
области



Лагранжев перенос частиц (параллельные обмены частицами)

DNS. Программная реализация

Параллельная реализация на графических процессорах

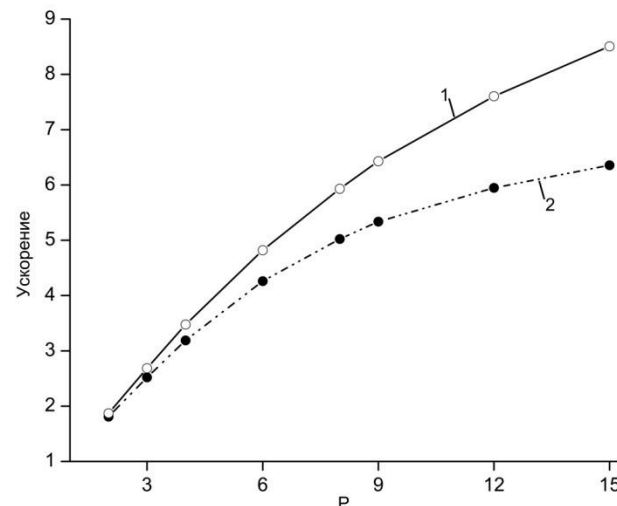
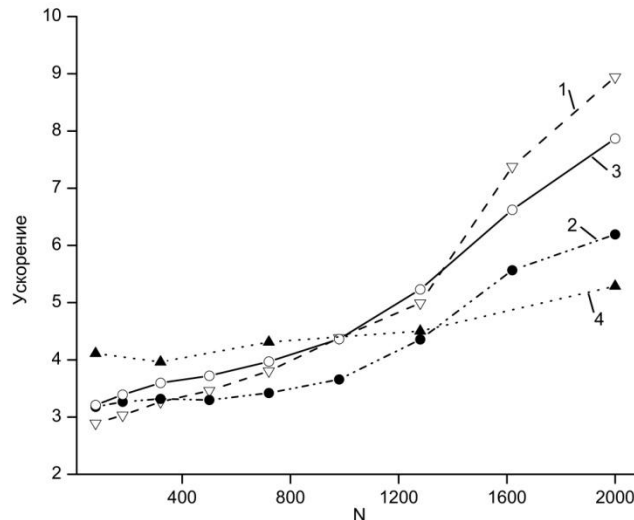
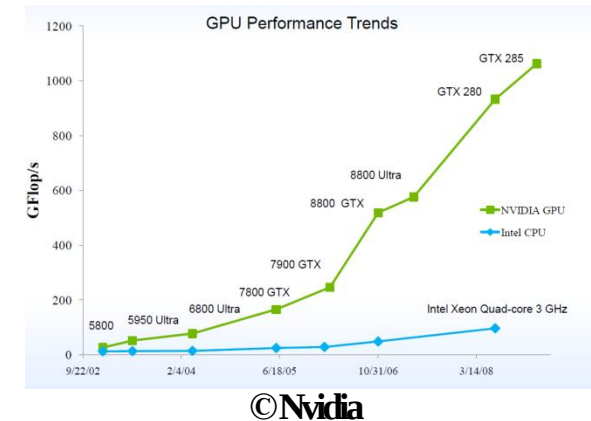
- Актуальная современная вычислительная технология

- Достоинства

- Низкая стоимость
- Энергоэффективность
- Высокая производительность графических процессоров

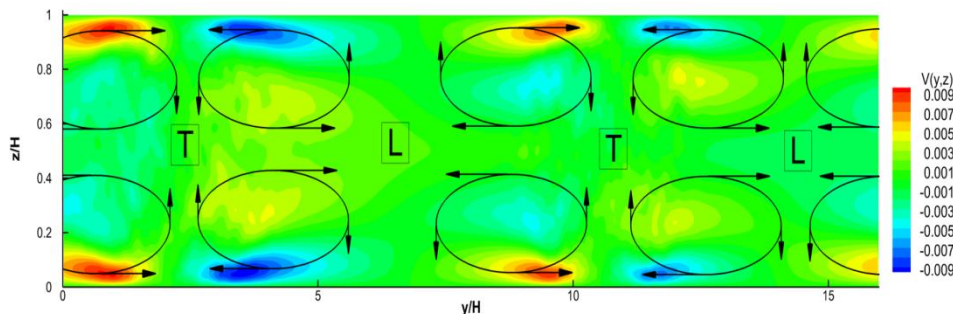
- Усложняется программная реализация

- Модификация численных методов

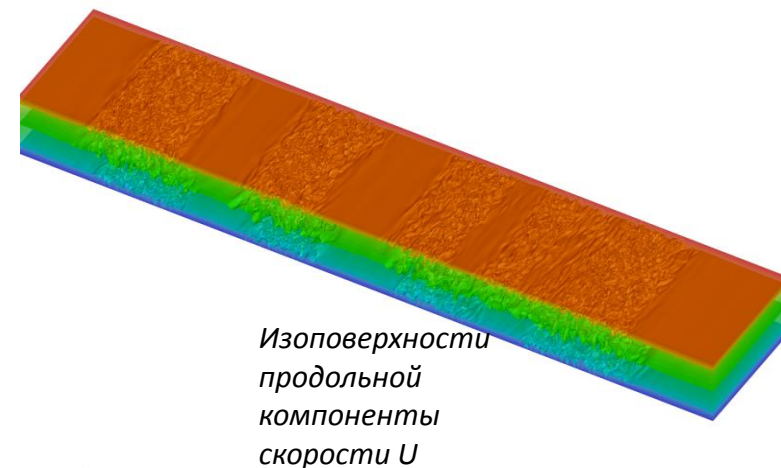


Структура турбулентного течения режим сильной устойчивости

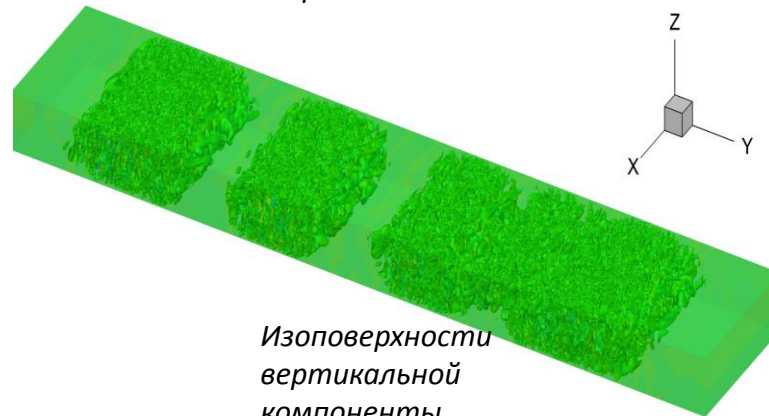
- Перемежающаяся турбулентность при сильной устойчивости
- Формирование вторичных структур в стратифицированной жидкости
 - Ответственны за поддержание турбулентности при числах Ричардсона, превышающих пороговое значение
 - Поперечный размер валиков увеличивается при усилении стратификации – дополнительное ограничение на размер вычислительной области



*L – ламинарная подобласть течения
T – турбулентная подобласть течения*



*Изоповерхности
продольной
компоненты
скорости U*



*Изоповерхности
вертикальной
компоненты
скорости W*

DNS. Турбулентное течение Куэтта при устойчивой стратификации.

Существует ли турбулентность при больших числах Ричардсона?

$$Ri = \frac{g/\Theta_0(d\langle\Theta\rangle/dz)}{|d\langle\mathbf{u}\rangle/dz|^2} \quad Ri < 0,25$$

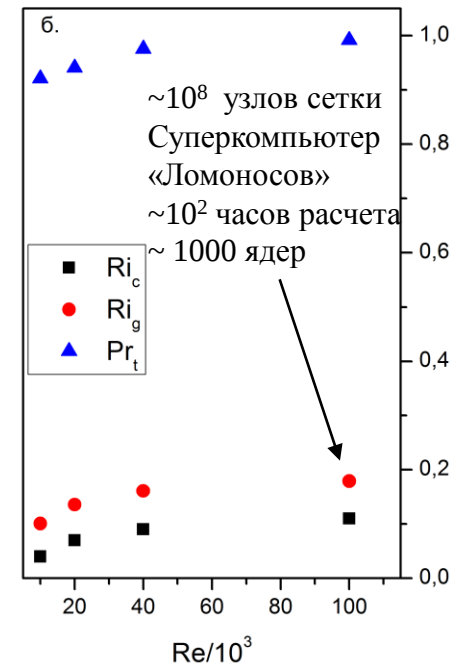
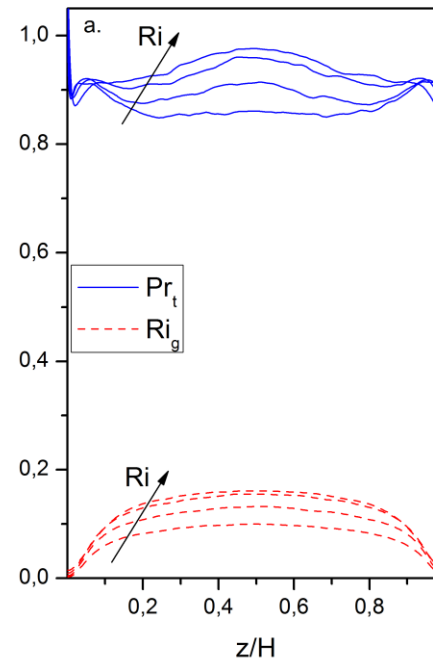
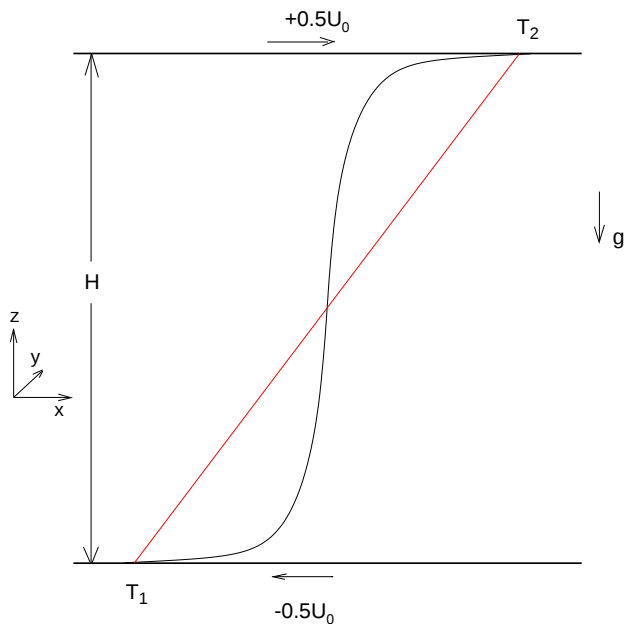
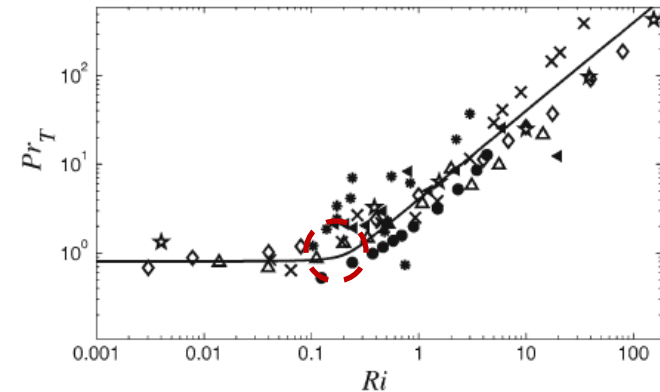
(Критерий устойчивости линейных внутренних волн
Майлса - Ховарда, 1961)

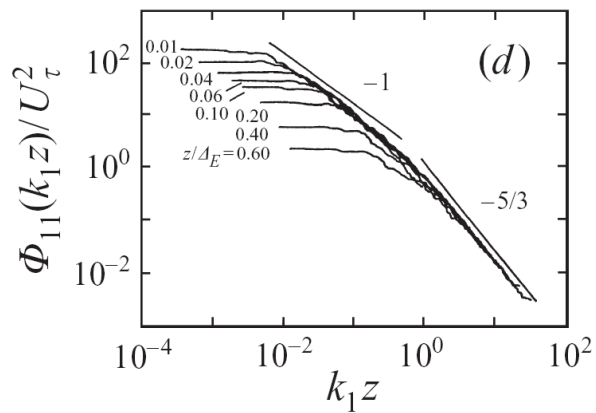
$$Rf = \frac{gQ}{\Theta_0(\mathbf{S} \cdot \boldsymbol{\tau})} \quad Rf < 1$$

Из энергетических
соображений

$$Pr = \frac{K_m}{K_h} = \frac{\phi_h}{\phi_m} = \frac{Ri}{Rf}$$

Турбулентное число
Прандтля

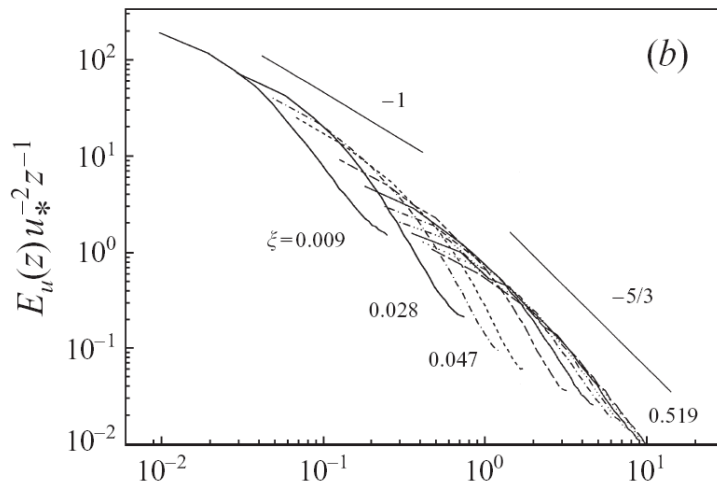
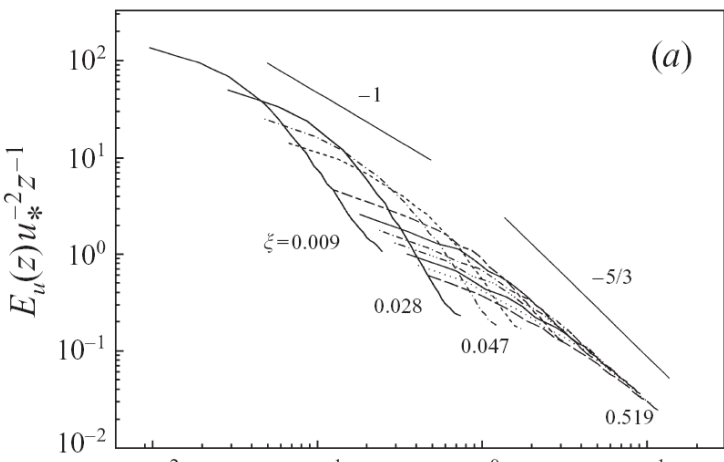




Нормированные спектры продольной компоненты скорости на различном удалении от стенки (лабораторные измерения, $Re_\tau = 2 \times 10^5$, Perry et al. 1986).

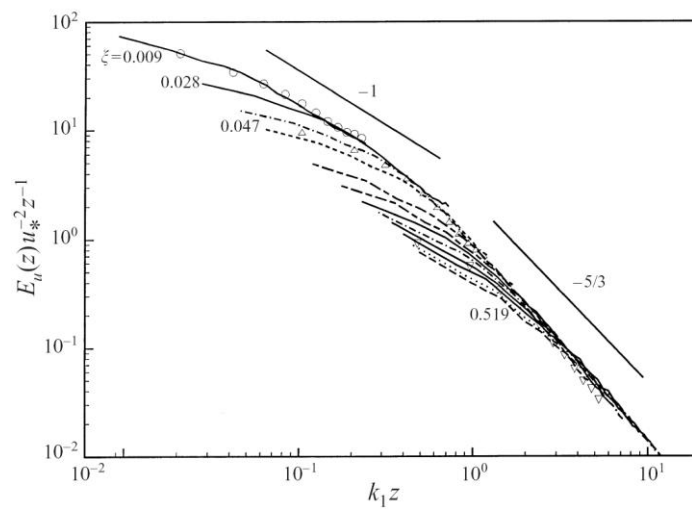
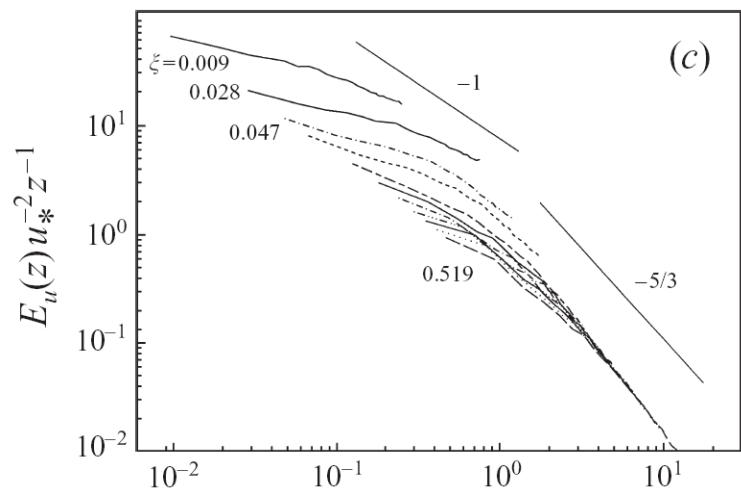
F. Porte-Agel, C. Meneveau and M. B. Parlange

A scale-dependent dynamic model for large-eddy simulation: application to a neutral atmospheric boundary layer J. Fluid Mech. (2000), vol. 415, pp. 261-284



Псевдо-
спектральная
численная схема

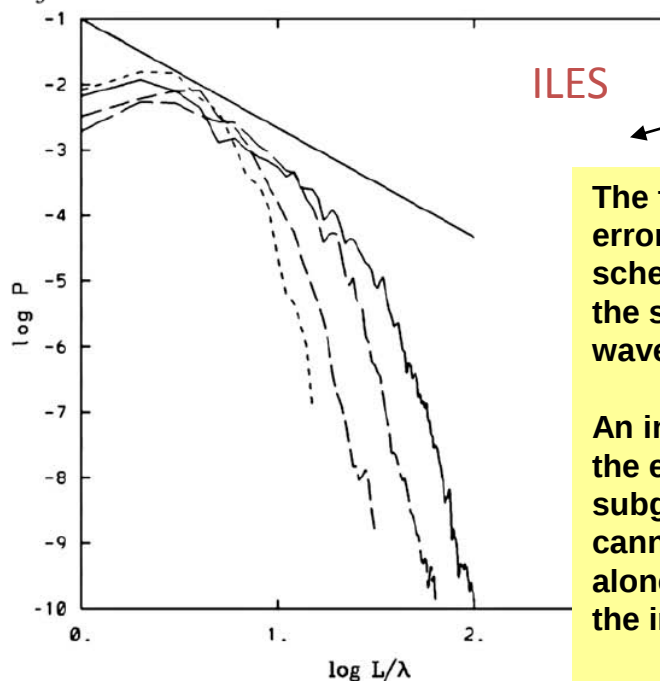
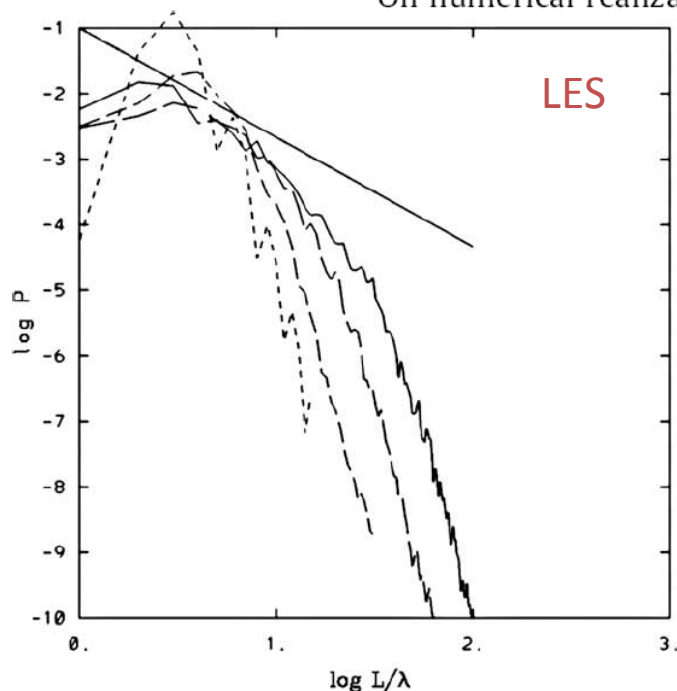
LES-модель с
различными
«подсеточными»
замыканиями



LES-модели с конечно-разностными численными схемами

Z.P. Piotrowski et al. / Journal of Computational Physics 228 (2009) 6268–6290

On numerical realizability of thermal convection



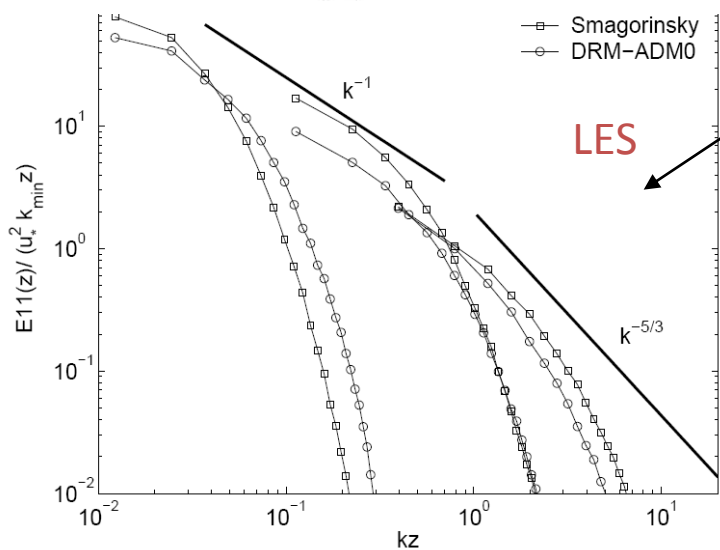
Конвективный
пограничный слой
атмосферы

The finite-differencing and aliasing errors of finite-differencing numerical schemes are significantly larger than the subgrid terms over most of the wavenumber range.

An increase in grid resolution makes the errors increase faster than the subgrid force so that the situation cannot be improved by grid refinement alone as long as the cutoff remains in the inertial range.

Ghosal S., Analysis of numerical errors in LES, JCP 1995.

Kravchenko and Moin 1996, Park et al. 2004, ...

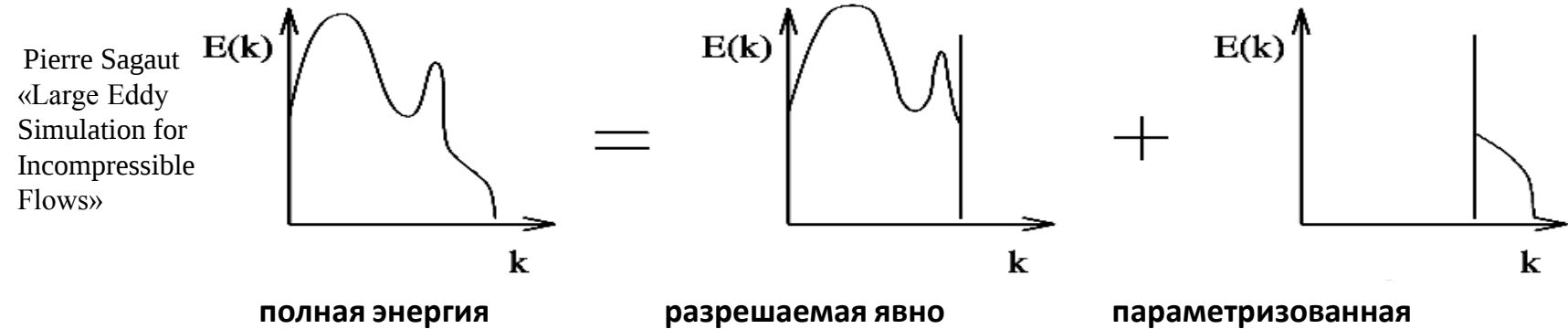


Нейтрально-стратифицированный пограничный слой

Заниженная энергия мелкомасштабных вихрей в LES-моделях часто является следствием ошибок аппроксимации численных схем

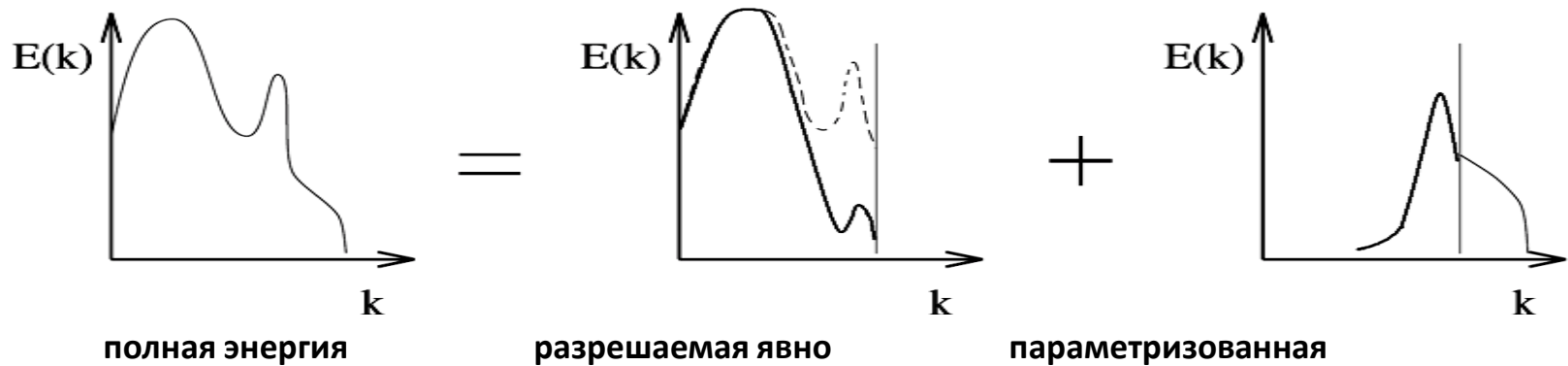
Katopodes F.C., Street R.L., Xue M. and Ferziger J.H. Explicit Filtering and Reconstruction Turbulence Modeling for Large-Eddy Simulation of Neutral Boundary Layer Flow. // J. Of The Atm. Sc., 2005, **62**, pp. 2058-2076.

LES с неявной фильтрацией – аппроксимация по пространству играет роль фильтра. Ширина фильтра определяется шагом сетки



Схематическое представление спектра кинетической энергии в LES-модели

LES с явной фильтрацией – пространственный фильтр имеет ширину, превышающую шаг сетки, задан явным образом и используется при построении замыкания.



LES-модель ИВМ РАН

Смешанное подсеточное/подфильтровое замыкание

$$u'_i = u_i - \bar{u}_i$$

Тройная декомпозиция тензора
турбулентных напряжений

$$\tau_{ij} = L_{ij}^g + C_{ij}^g + R_{ij}^g$$

Параметризуется

Воспроизводится
явным образом

$$C_{ij}^g = \tau^g(\bar{u}_i, u'_j) + \tau^g(\bar{u}_j, u'_i), \\ R_{ij}^g = \tau^g(u'_i, u'_j).$$

$$L_{ij}^g = \tau^g(\bar{u}_i, \bar{u}_j)$$

$$\tau^g(\varphi, \psi) = \overline{\varphi\psi} - \bar{\varphi} \bar{\psi}$$

$$\tau_{ij}^{mix} = \tau_{ij}^{smag} + \tau_{ij}^{ssm} = -2(C_s \bar{\Delta})^2 |\bar{S}| \bar{S}_{ij} + (\bar{u}_i \bar{u}_j - \bar{u}_i \bar{u}_j)$$

Задавая пространственный фильтр модели явным образом можно вычислить существенную часть тензора напряжений не прибегая к параметризациям

+ Повышается корреляция с реально наблюдаемым тензором турбулентных напряжений

LES-модель с ИВМ РАН

Динамический подход (Germano, 1991)

$$\widehat{\tau_{ij}} = \widehat{u_i u_j} - \widehat{u_i} \widehat{u_j} \quad T_{ij} = \widehat{u_i u_j} - \widehat{u_i} \widehat{u_j}$$

Вводится дополнительный
«тестовый» фильтр $(\widehat{\quad})$

Тождество Германо:

$$T_{ij} - \widehat{\tau_{ij}} = \widehat{u_i u_j} - \widehat{u_i} \widehat{u_j}$$

Не содержит нефильтрованных компонент скорости

Параметры замыкания находятся автоматически путем минимизации

невязки переопределенной системы уравнений

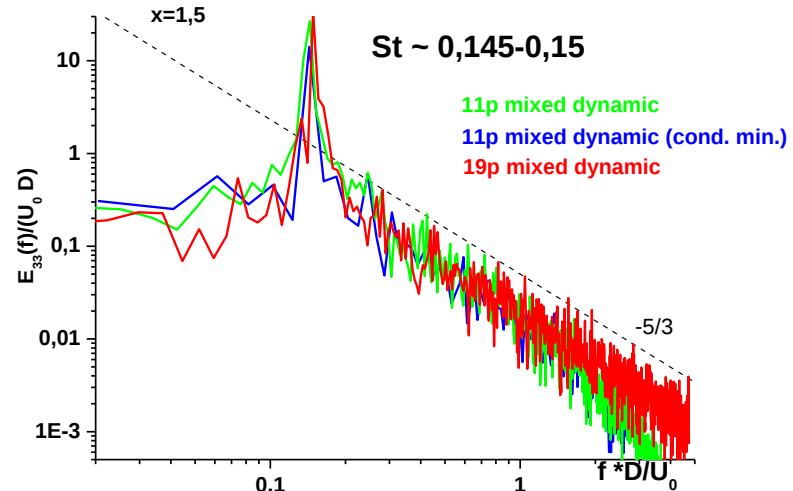
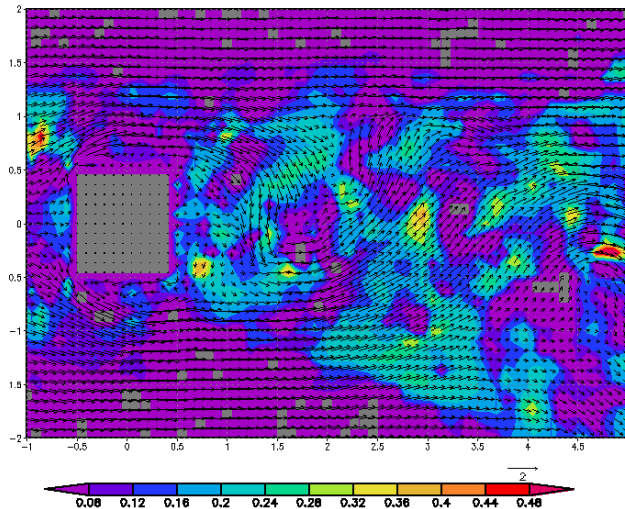
$$\left((C_{\widehat{\Delta}} \widehat{\Delta})^2 M_{ij}^{\tau} \right) - (C_{\widehat{\Delta}} \widehat{\Delta})^2 M_{ij}^T = L_{ij} - H_{ij} + \varepsilon_{ij}$$

Сюда можно
подставить любую
выбранную модель
и предположить, что
ее константы не зависят
от ширины фильтра

Используется свойство
статистического
подобия флуктуаций
разных масштабов

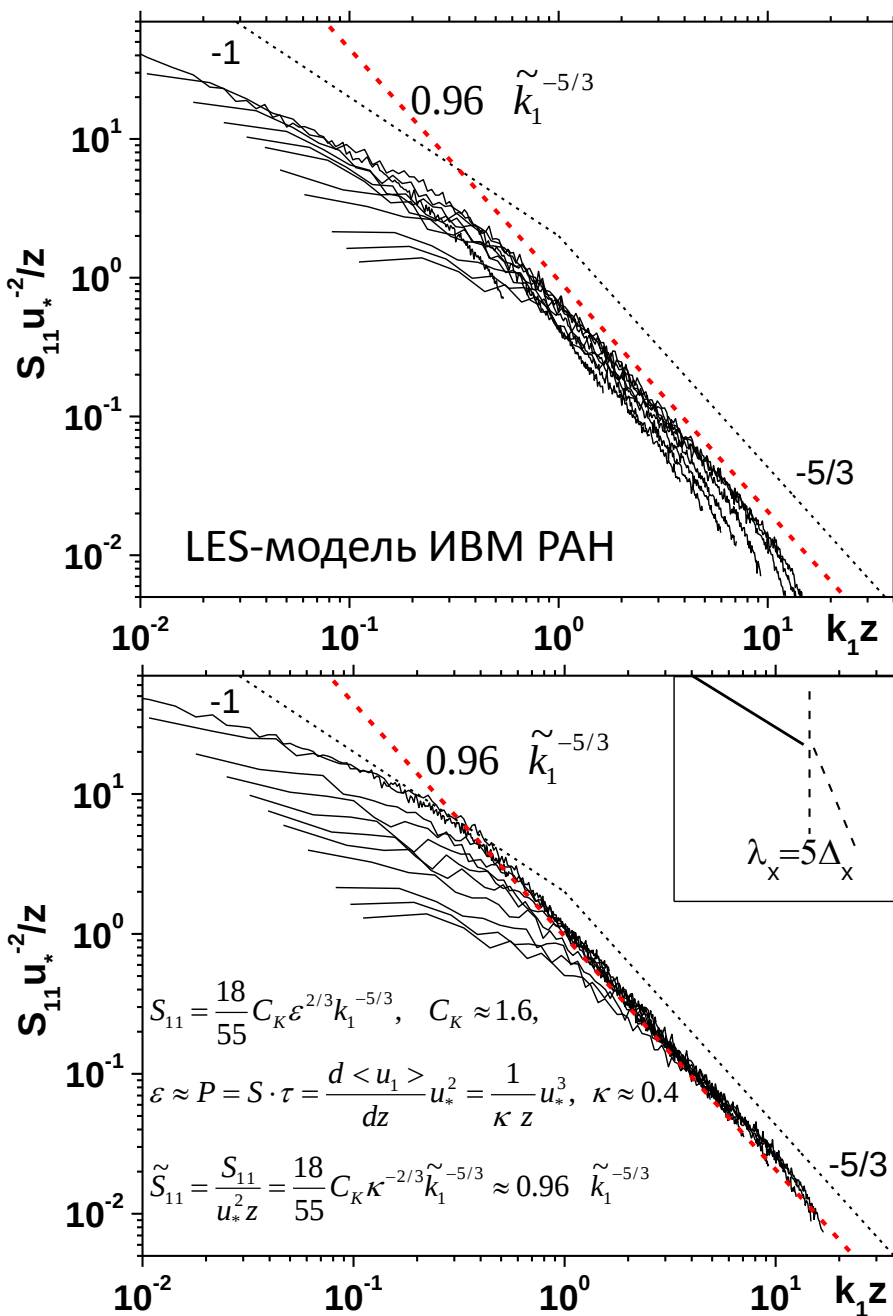
**+ В идеале –
можно получить модель
без каких бы то ни было заранее заданных констант**

Коэффициент, отвечающий за диссипацию



Интерпретация результатов моделирования

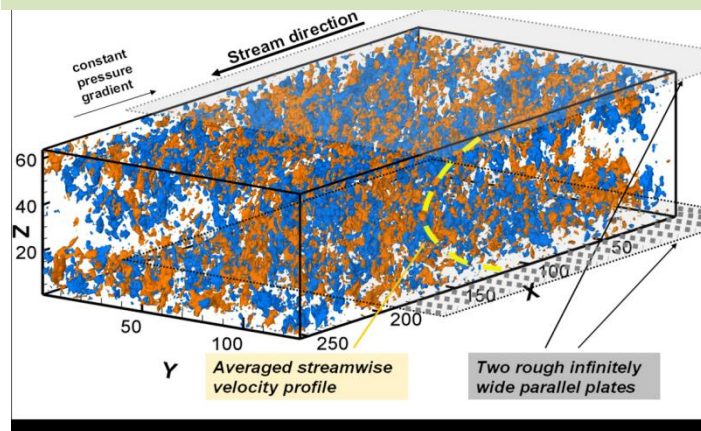
Восстановление мелкомасштабных компонент скорости путем «обратной фильтрации»



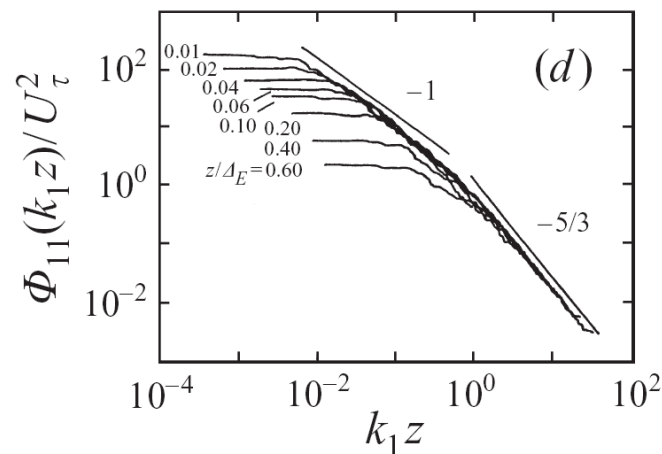
$$u_i^* = F_p^{-1} \bar{u}_i$$

Тестирование модели

Турбулентное течение Пуазейля в канале
Сравнение с DNS и лабораторными данными

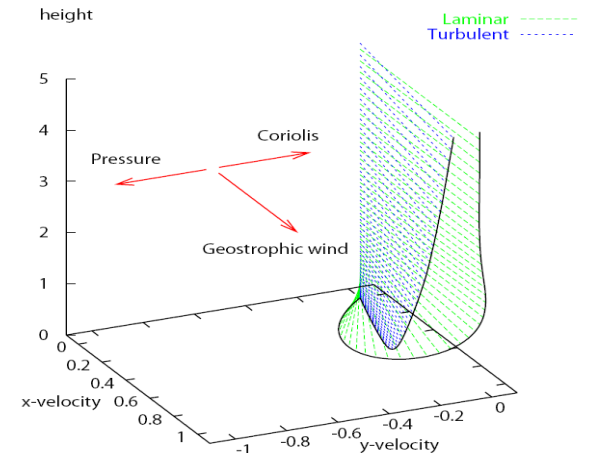
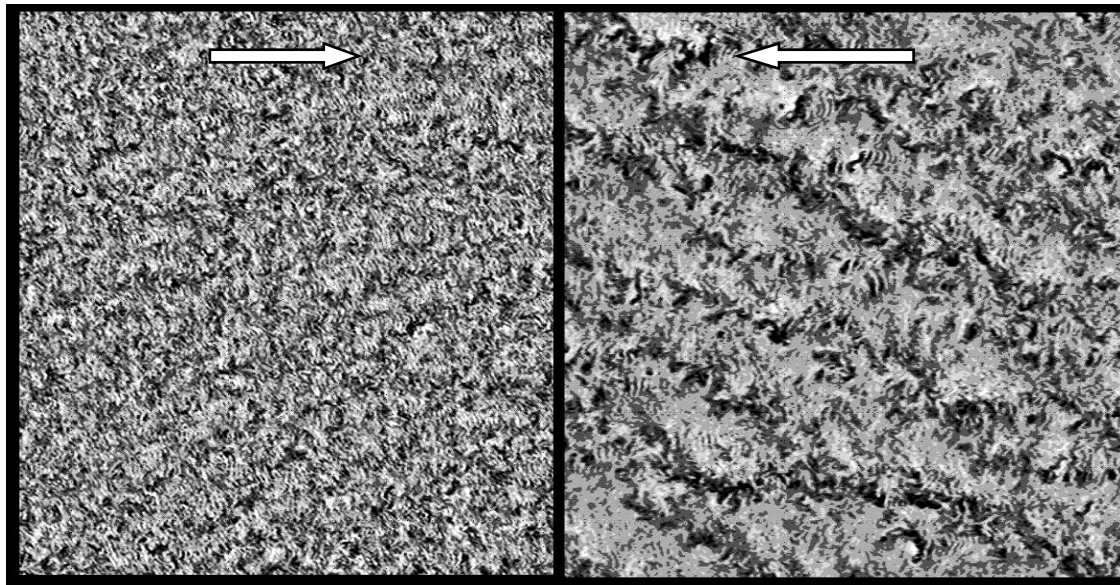


Нормированные спектры продольной компоненты скорости на разном удалении от поверхности в пристеночном турбулентном течении

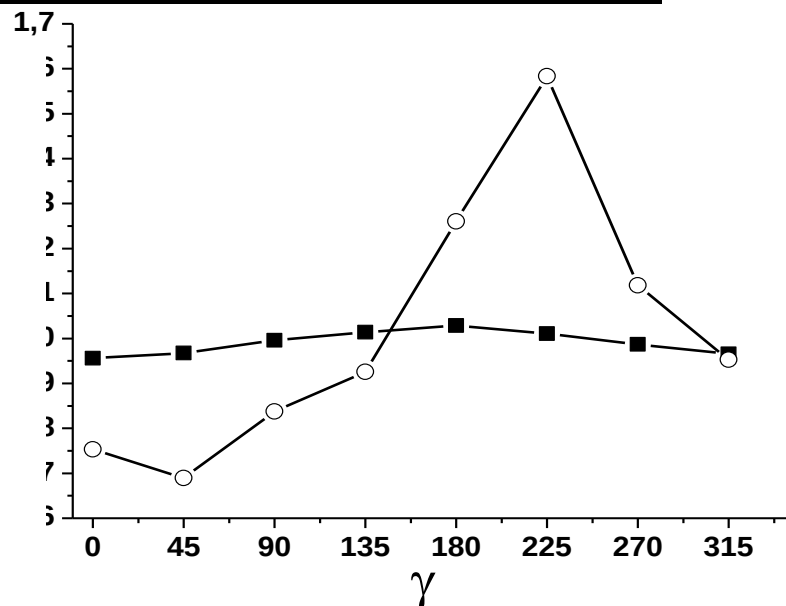
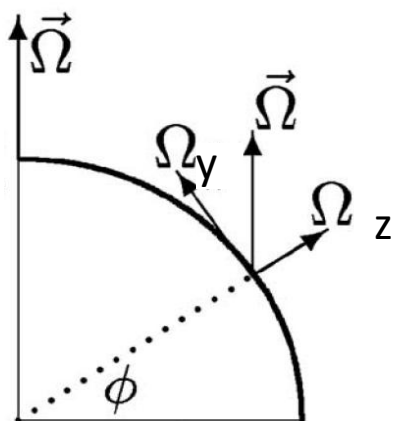


Лабораторные измерения Perry, 1986

LES. Моделирование турбулентного слоя Экмана и его чувствительность к направлению ветра



<http://www.brockmann-consult.de/CloudStructures>



Кинетическая энергия турбулентности (открытые кружки) и касательное напряжение на поверхности (квадратики) зависимости от направления ветра (в нормировке на соответствующие величины без учета меридиональной составляющей угловой скорости)

LES. Моделирование растущего по высоте конвективного АПС.

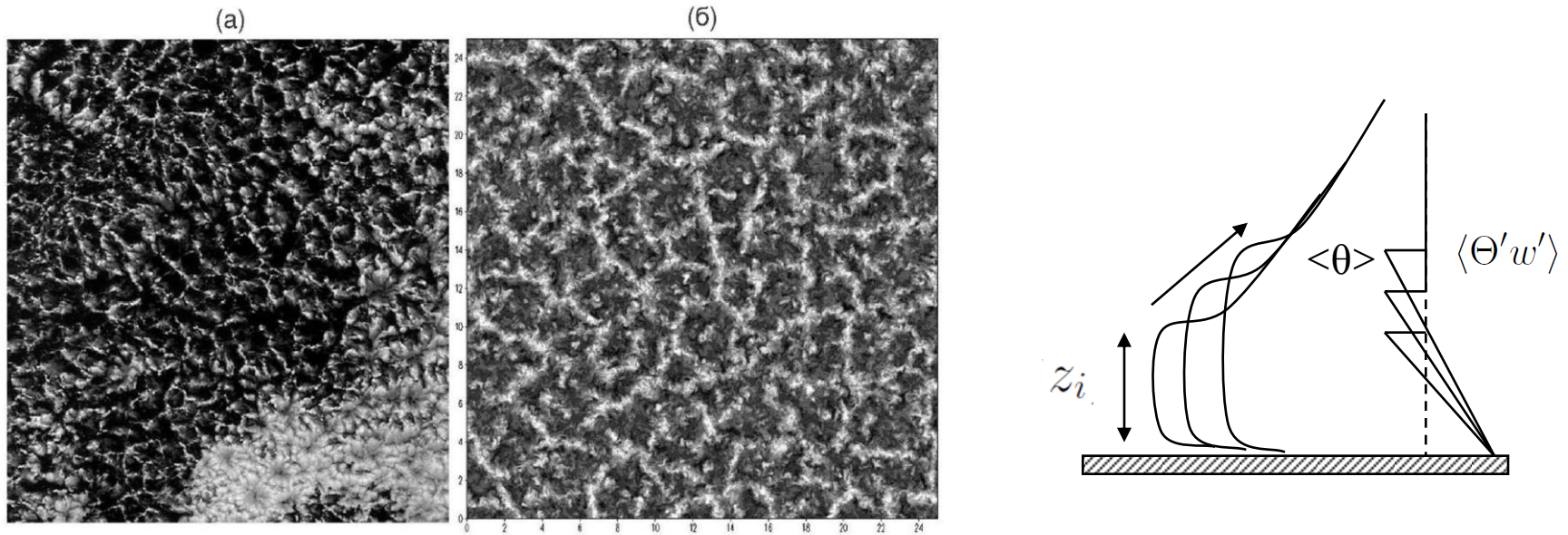


Рис. 3.6. Фотография облаков, связанных с конвективными ячейками в ППС над морем (а), и поле вертикальной скорости (на высоте $z_i/2$, где z_i - высота слоя инверсии), полученное при численном моделировании конвективного ППС (без облачности) с шагом сетки $25 \times 25 \times 25 \text{ м}^3$ (области с восходящим течением отмечены более светлой штриховкой) (б).

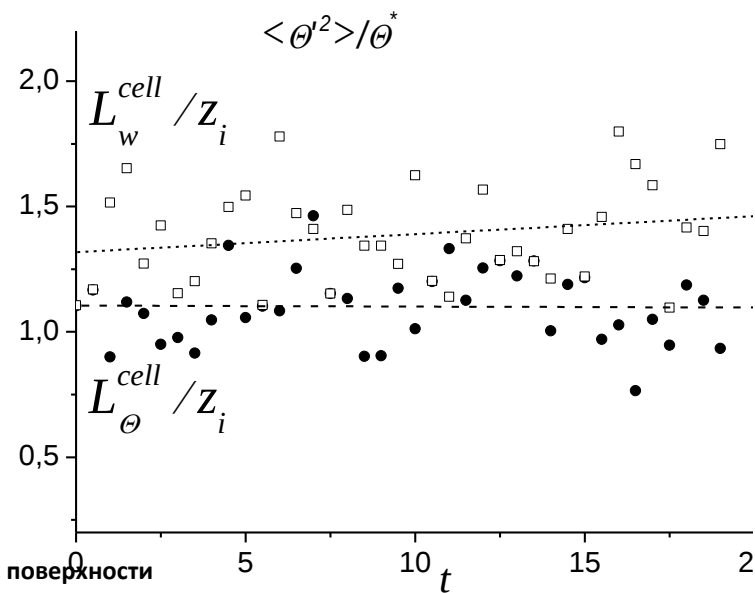
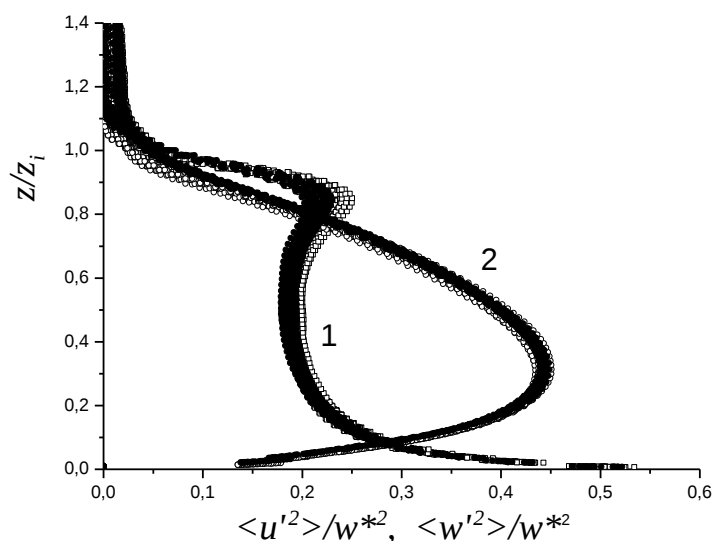
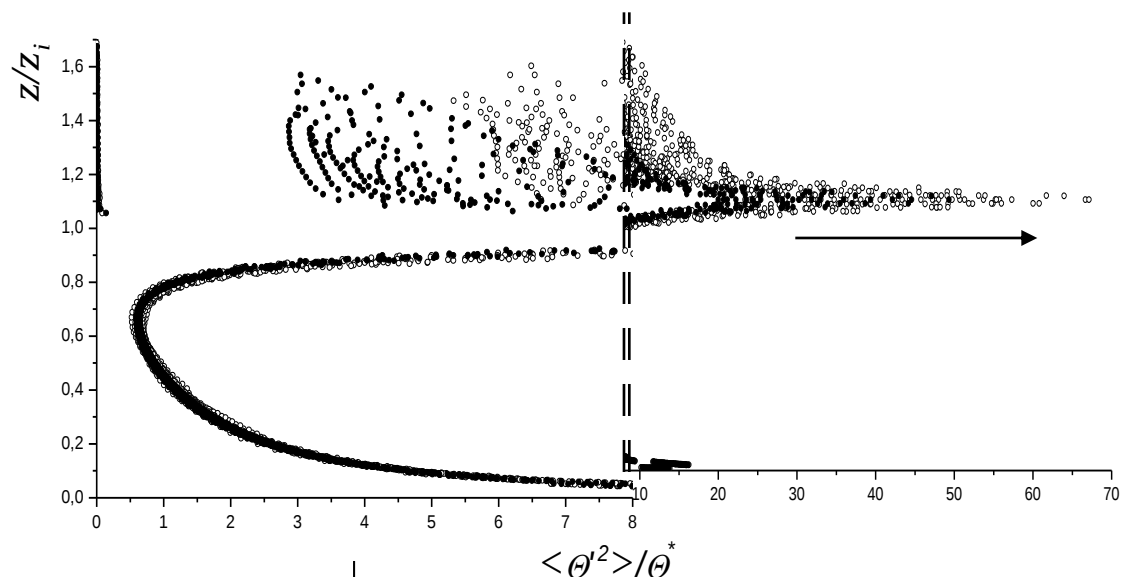
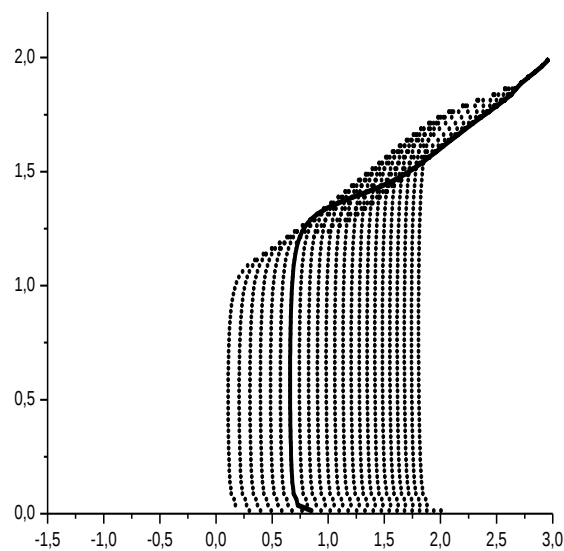
Теория подобия
Дирдорфа



$$\begin{aligned}
 w^* &= (\alpha g)^{1/3} z_i^{1/3} \langle w' \Theta' \rangle_0^{1/3}, \\
 \Theta^* &= (\alpha g)^{-1/3} z_i^{-1/3} \langle w' \Theta' \rangle_0^{2/3}, \\
 t^* &= z_i / w^* = (\alpha g)^{-1/3} z_i^{2/3} \langle w' \Theta' \rangle_0^{-1/3}.
 \end{aligned}$$

Растущий по высоте пограничный слой атмосферы

(соотношение сторон расчетной области 26 : 26 : 1)



Масштабирование на высоту пограничного слоя и поток плавучести с поверхности приводит все характеристики к универсальному виду

Все горизонтальные масштабы растут пропорционально высоте ПСА

«Классические» спектры кинетической энергии и дисперсии температуры в режиме свободной конвекции

$$S_u = K_{KO} \varepsilon_u^{2/3} k^{-5/3},$$

$$S_{\theta\theta} = K_{\theta\theta} \varepsilon_u^{-1/3} k^{-5/3}$$

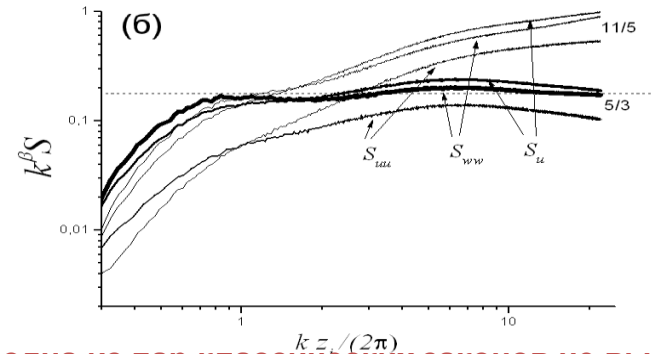
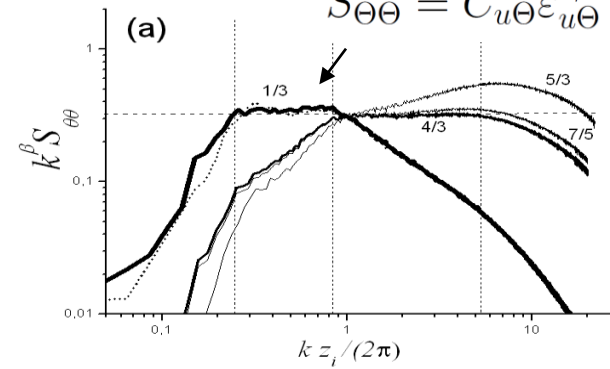
Закон Колмогорова-Обухова (справедлив для инерционного интервала флуктуации температуры определяются флуктуациями скорости)

$$S_u = C_{BO} \varepsilon_{\theta}^{2/5} (\alpha g)^{4/5} k^{-11/5},$$

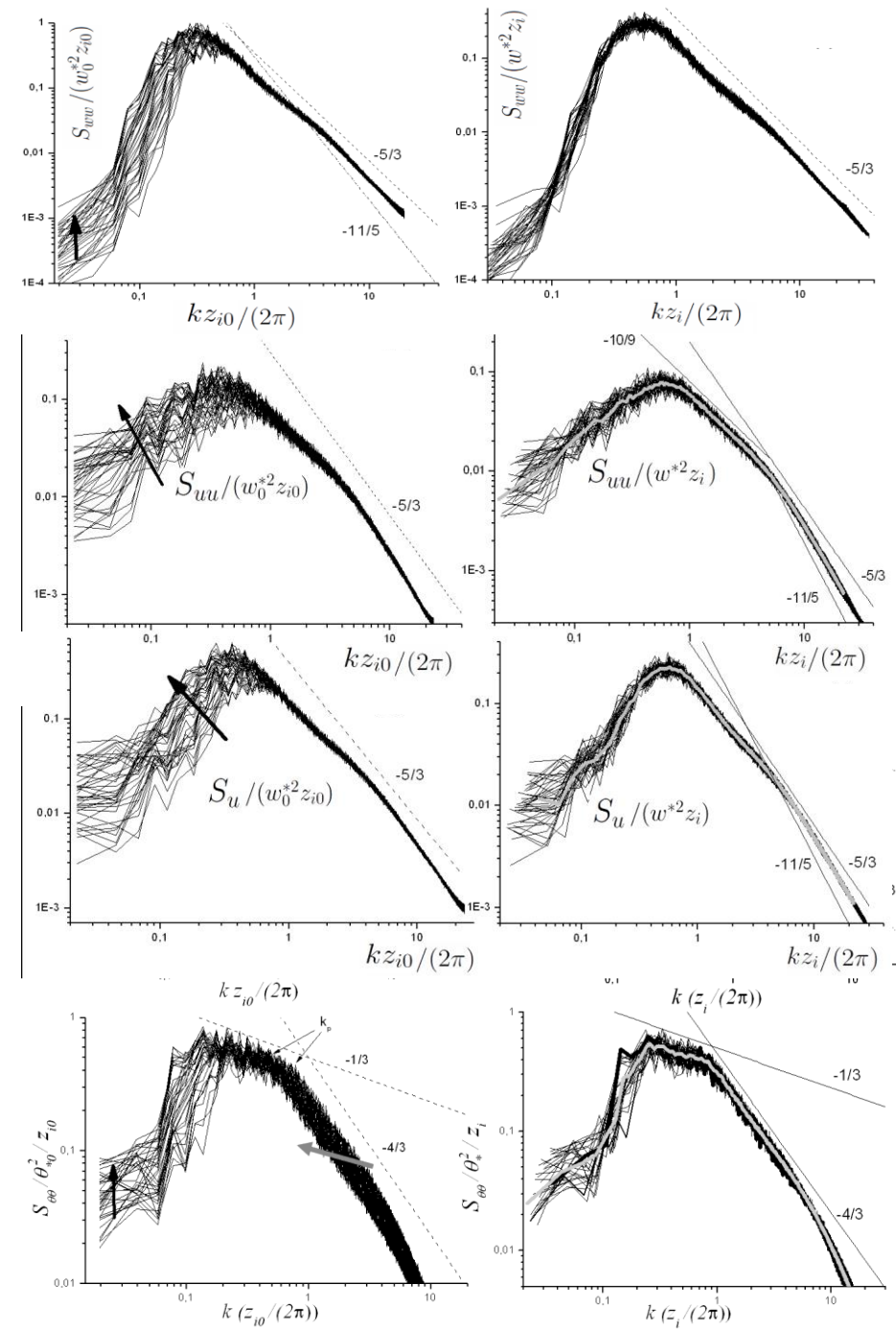
$$S_{\theta\theta} = C_{\theta} \varepsilon_{\theta}^{4/5} (\alpha g)^{-2/5} k^{-7/5}$$

Закон Больцано-Обухова (Крупные масштабы – флуктуации скорости определяются флуктуациями температуры)

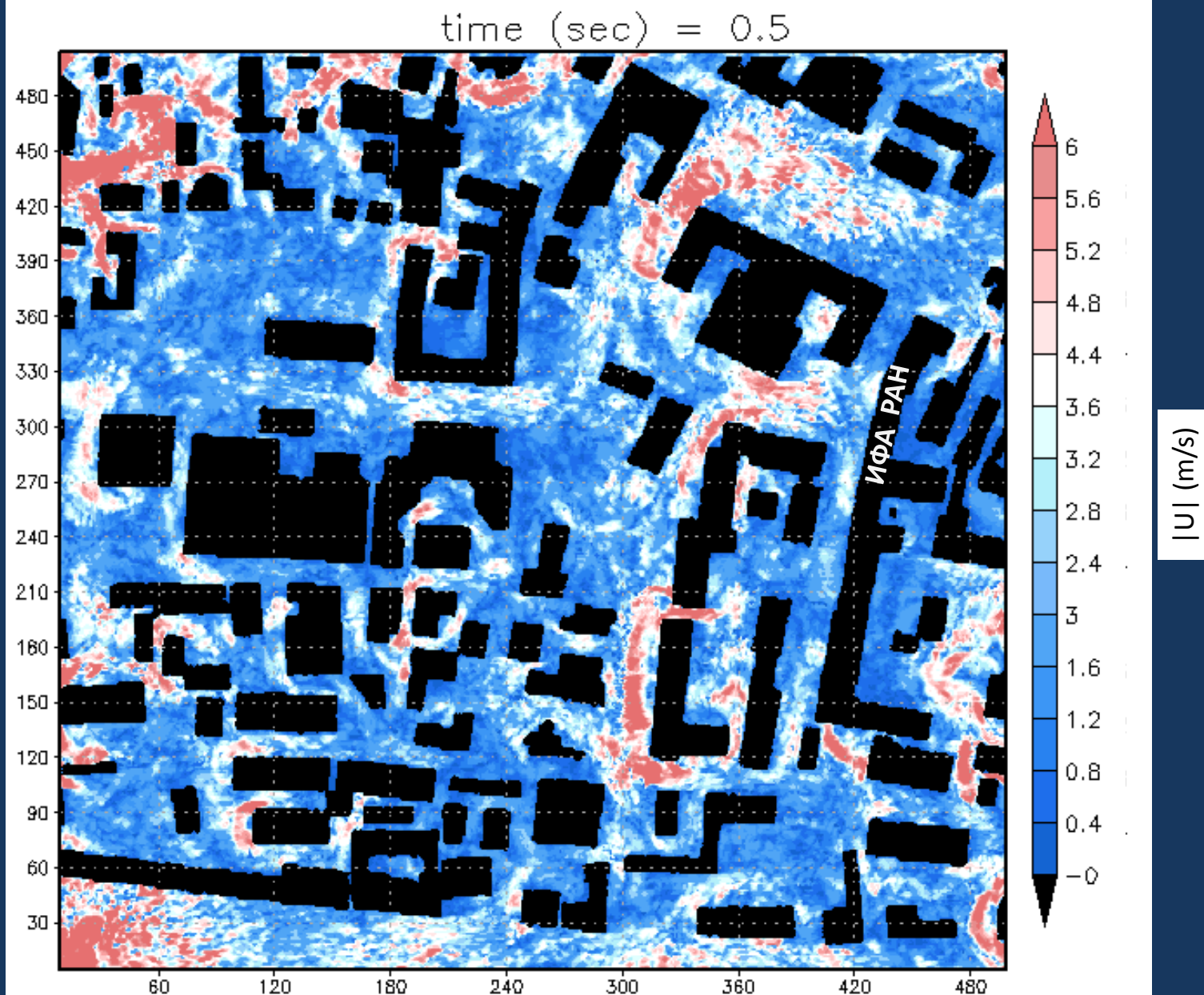
$$S_{\theta\theta} = C_{u\theta} \varepsilon_{u\theta}^{4/3} (\alpha g)^{-2} k^{-1/3}$$



Ни одна из пар классических законов не выделяется
Для спектров дисперсии температуры на крупном масштабе
наиболее близкие степенные зависимости - $S \sim k^{-1/3}$ and $S \sim k^{-4/3}$



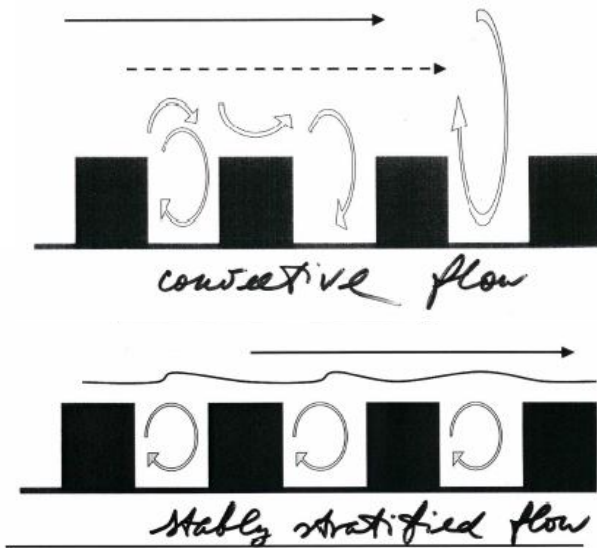
LES-модель ИФАН РАН - расчет турбулентного обтекания городской застройки,
модуль скорости ветра на высоте 0.5 м



The Effect of Stratification on the Aerodynamic Roughness Length and Displacement Height

S. S. Zilitinkevich · I. Mammarella · A. A. Baklanov · S. M. Joffre

$$u(z) = \frac{u_*}{k} \left[\ln \frac{z - d_{0u}}{z_{0u}} + \Psi_u \left(\frac{z}{L} \right) \right]$$



$$U(z) = \frac{u_*}{k} \left(\ln \frac{z - d_{0u}}{z_{0u}} + C_{U1} \frac{z - d_{0u}}{L} \right)$$

$$L = -u_*^3 / F_b$$

Выполняются ли обычные зависимости теории подобию Монина-Обухова в турбулентных стратифицированных потоках над крупными объектами и если выполняются, то зависят ли аэродинамические характеристики таких поверхностей от стратификации ?

188

S. S. Zilitinkevich et al.

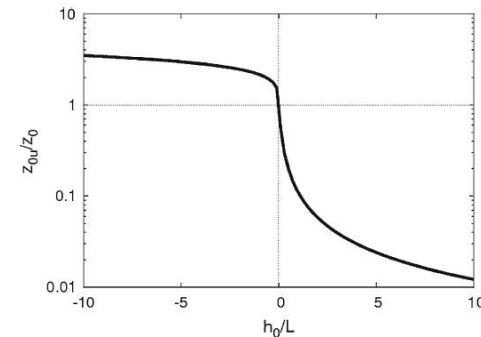


Fig. 6 Stability dependence of the roughness length. The curve shows z_{0u}/z_0 versus h_0/L in the meteorological interval $-10 < h_0/L < 10$ after Eqs. 12 and 15 with $C_{ZS} = 8.13$ and $C_{ZC} = 1.15$

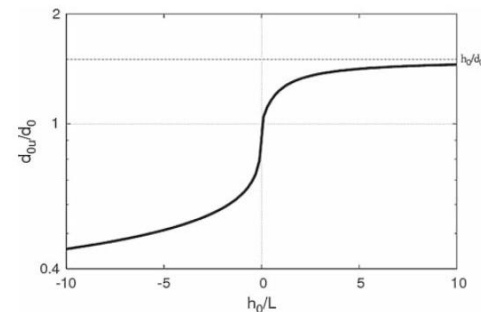


Fig. 7 Stability dependence of the displacement height. The curve shows d_{0u}/d_0 versus h_0/L in the meteorological interval $-10 < h_0/L < 10$ after Eqs. 16 and 17 with $C_{DS} = 1.05$ and $C_{DC} = 0.56$. The dashed line shows the ultimate upper limit, $d_{0u} = h_0$ (corresponding to our estimate of $d_0 = 2h_0/3$ for boreal forest)

Нейтральная стратификация

(определение параметра шероховатости и высоты вытеснения для разных конфигураций объектов на поверхности)

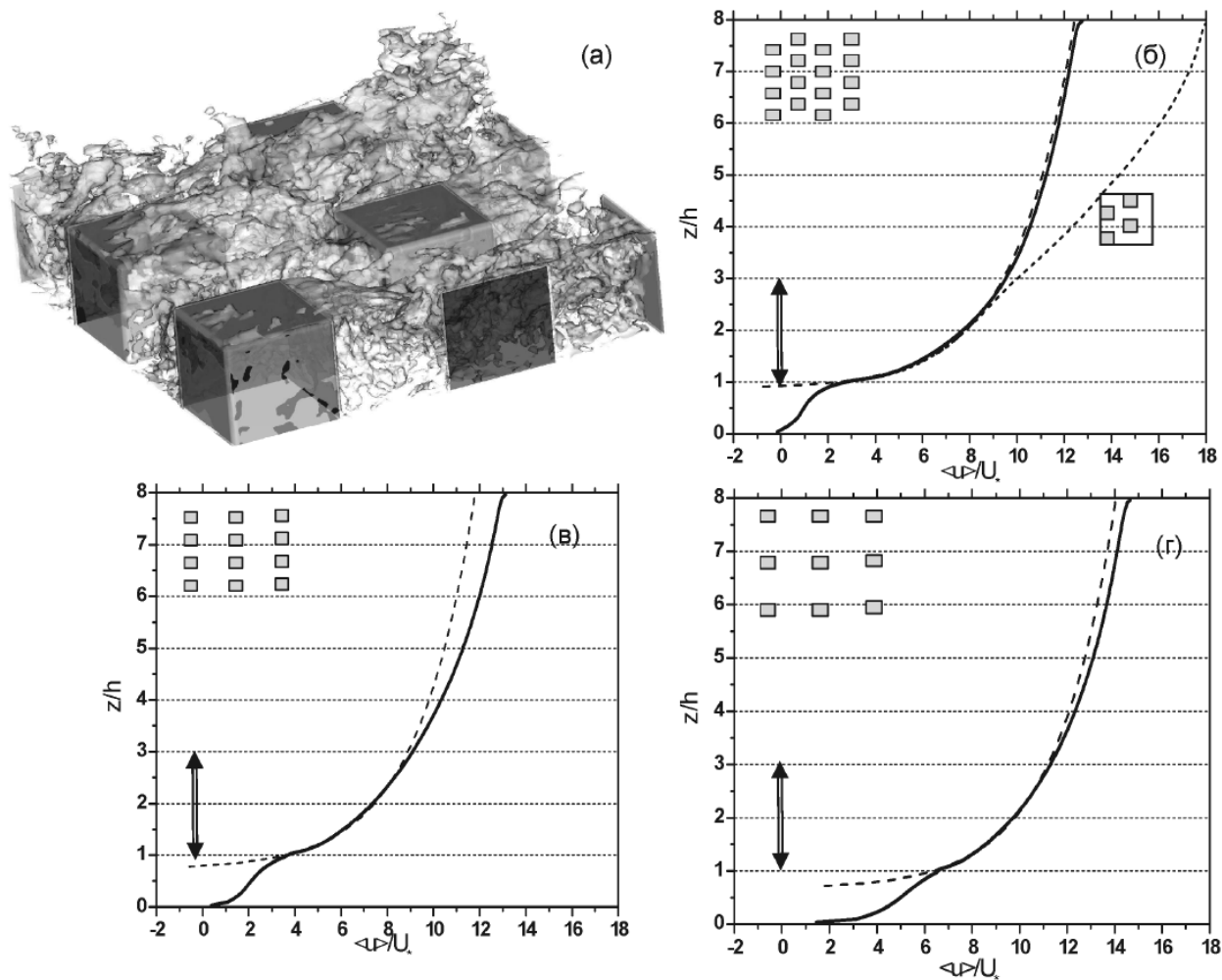
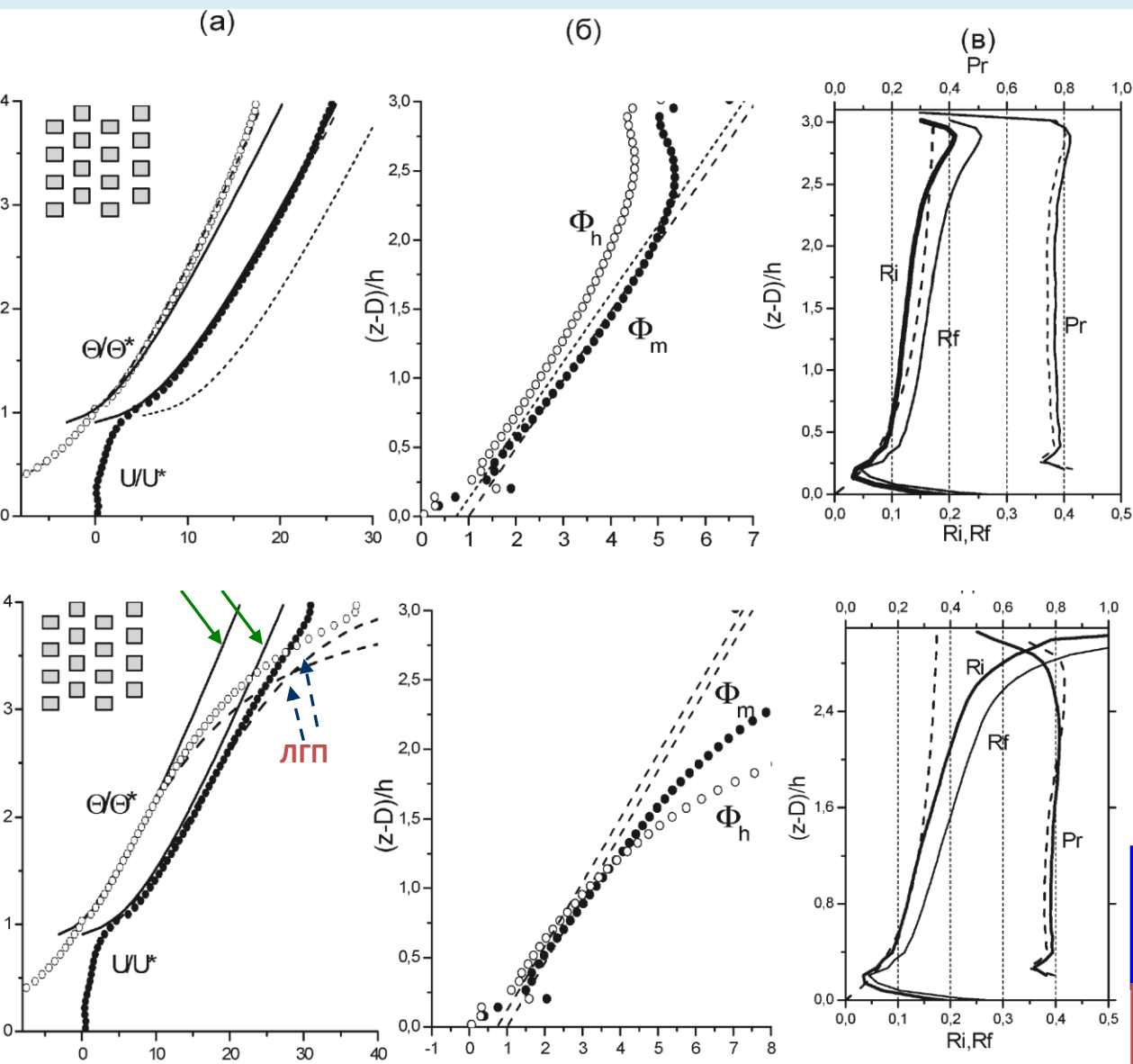


Рис. 4.1. (а)- периодически повторяющийся фрагмент расчетной области и изоповерхности модуля скорости ветра, взятые из расчета Exp_{n1} ; (б) - средняя скорость ветра в Exp_{n1} - сплошная линия, в Exp_{n1}^{sd} - короткий пунктир; (в,г) - средняя скорость ветра в Exp_{n2} и в Exp_{n3} . Длинным пунктиром нанесены логарифмические профили скорости U_{ln} с соответствующими каждому из расчетов значениями z_0 и D .

1. Параметры, имеющие размерность длины и характеризующие свойства поверхности, z_0 (параметр шероховатости) и D (высота вытеснения) не зависят от стратификации.



ТПМО ← Поток у поверхности

$$L = - \frac{U_*^3 \Theta_0}{g Q_s}$$

$\xi = z_e / L$ ← безразмерный параметр

$$\frac{d \langle u \rangle}{dz} \frac{z}{U_*} = \Phi_m(\xi) = \frac{1}{\kappa} + C_m \xi$$

ЛГП ← Поток на текущей высоте

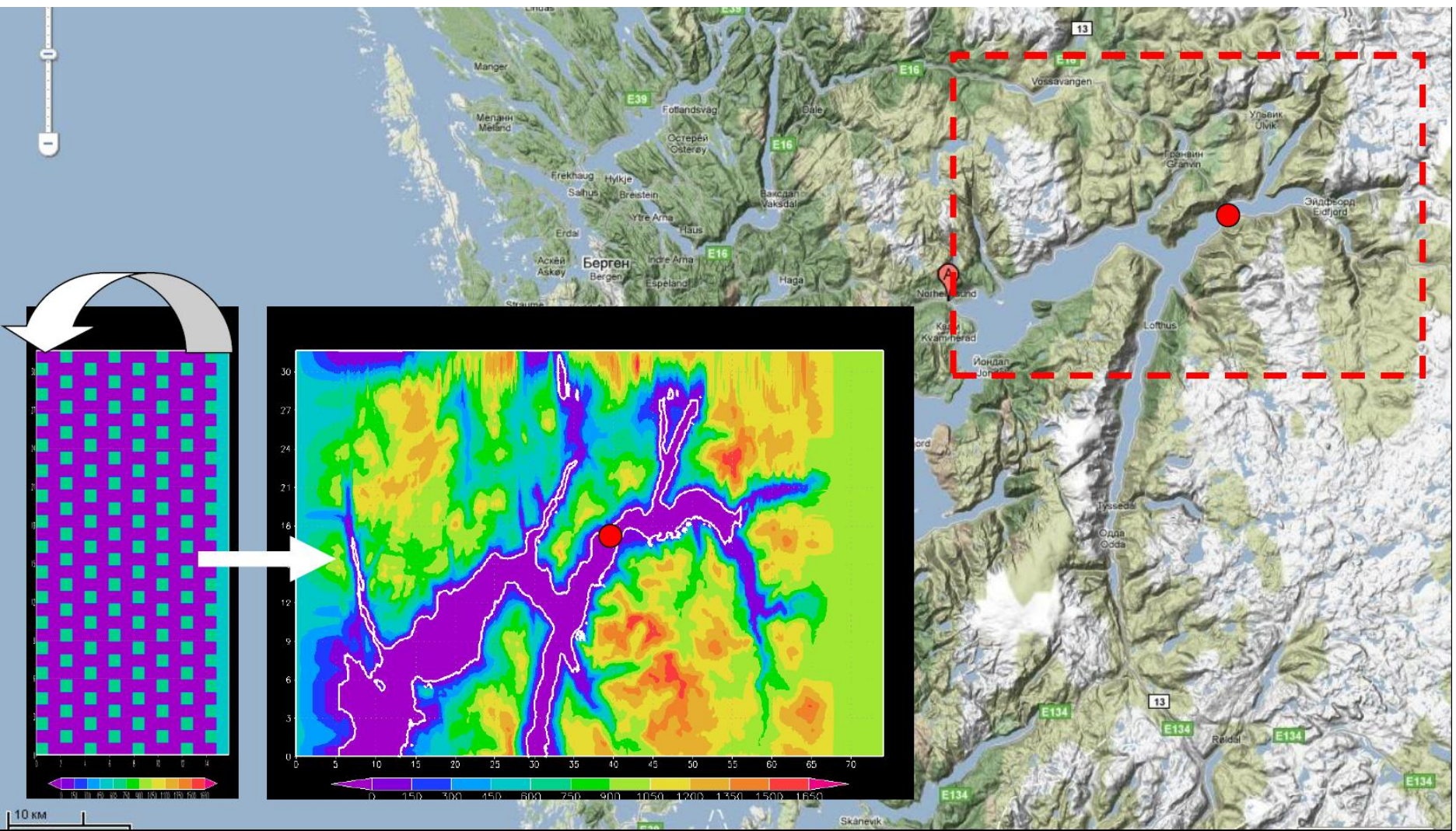
$$\Lambda(z) = - \frac{|\tau(z)|^{3/2} \Theta_0}{g Q(z)}$$

$\frac{z_e}{\Lambda}$ ← безразмерный параметр

$$\phi_m(z_e/\Lambda) = \left| \frac{d \langle u \rangle}{dz} \right| \frac{z_e}{|\tau|^{1/2}} \approx \frac{1}{\kappa} + C_m^\Lambda \frac{z_e}{\Lambda}$$

Примеры использования LES-модели в прикладных задачах

Моделирование порывов ветра в норвежском фьорде



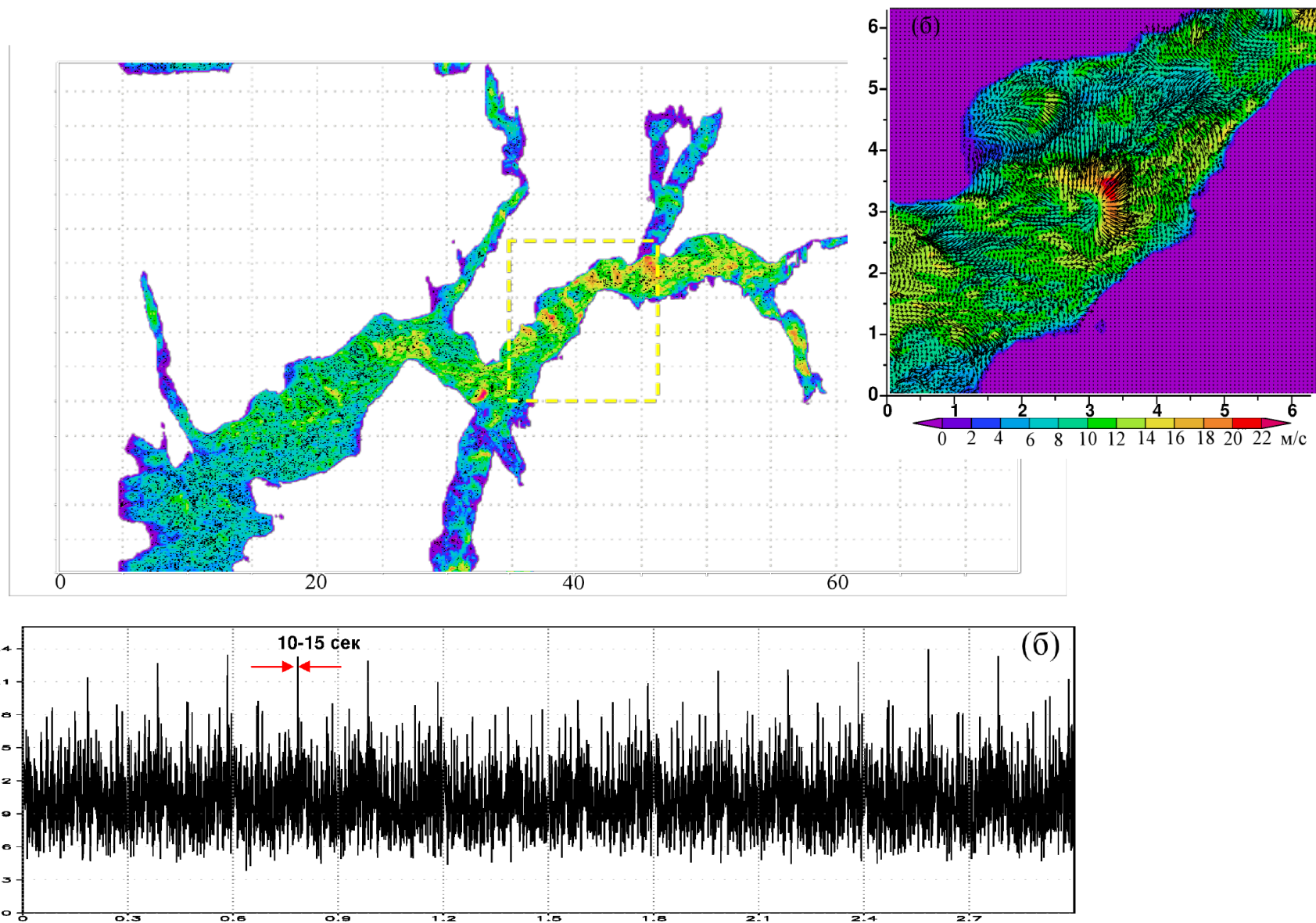
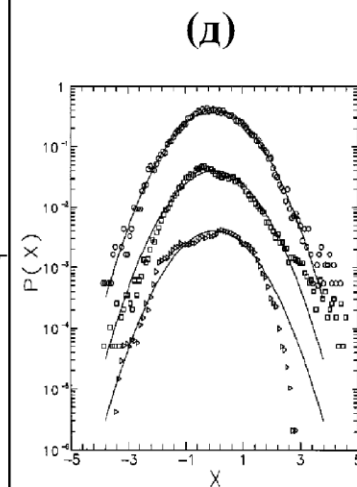
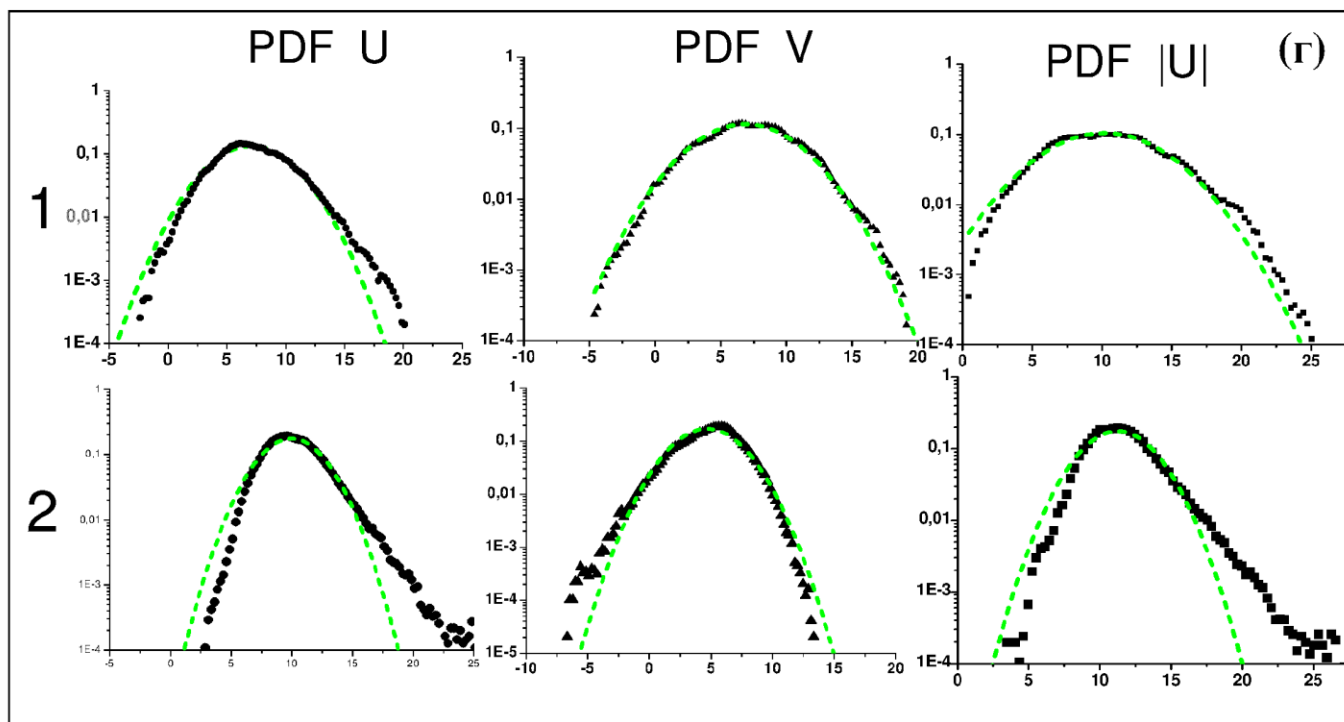
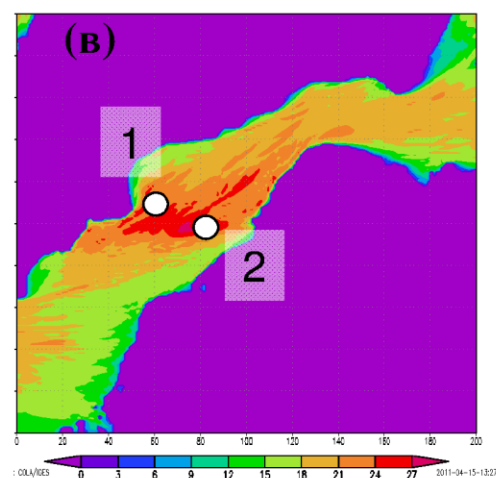
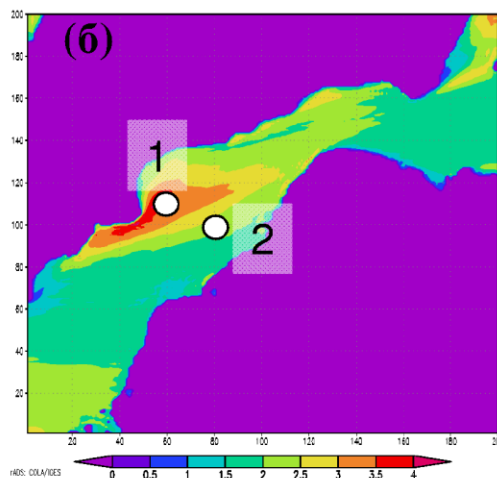
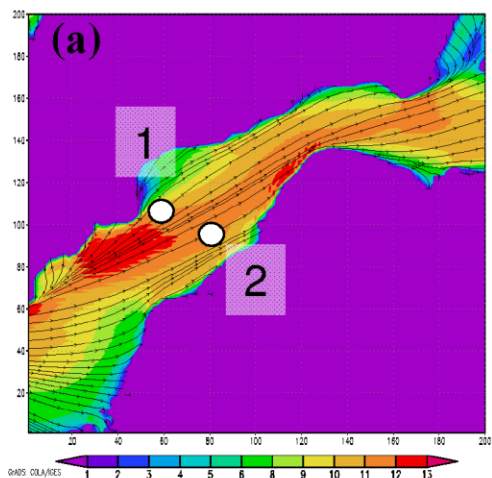


Рис. 5.18. Модуль скорости ветра у поверхности воды (а); временной ряд $\bar{u}(t)$ за 3 часа модельного времени в одной из точек вблизи предполагаемого сооружения(б)



Лагранжев перенос трассеров.

Определение функции «футпринта» потока скаляра с поверхности

Над однородной поверхностью

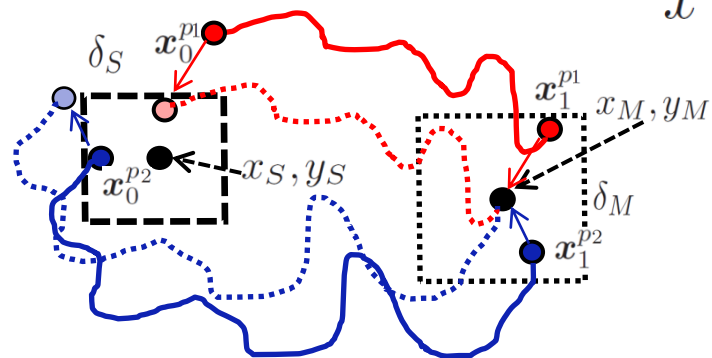
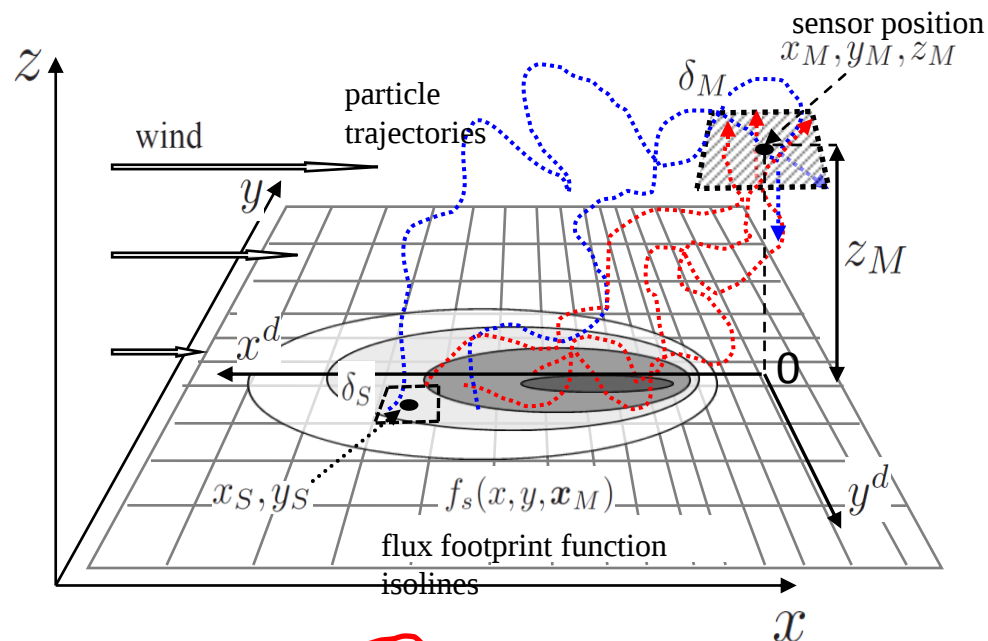
—

статистически значимый
результат можно получить при
помощи осреднения
по пространству

Над неоднородной поверхностью

Требуется большое количество
трассеров ($\sim 10^2$ на каждую
ячейку сетки модели)
и длительное время
интегрирования

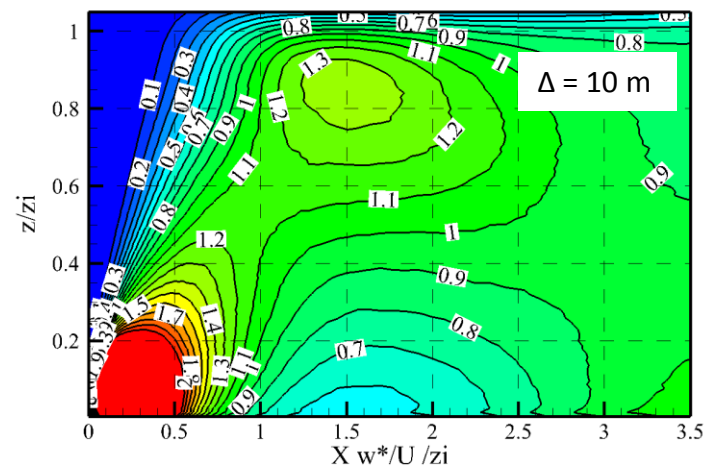
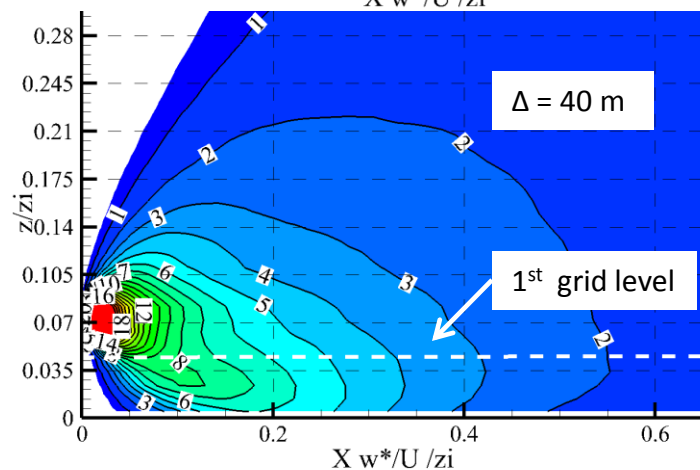
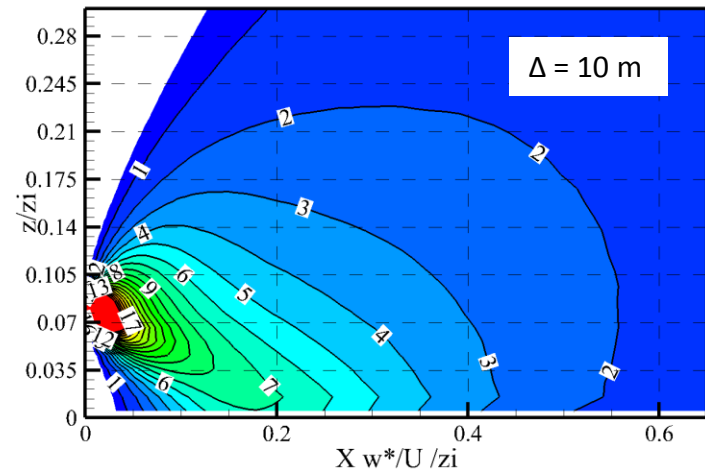
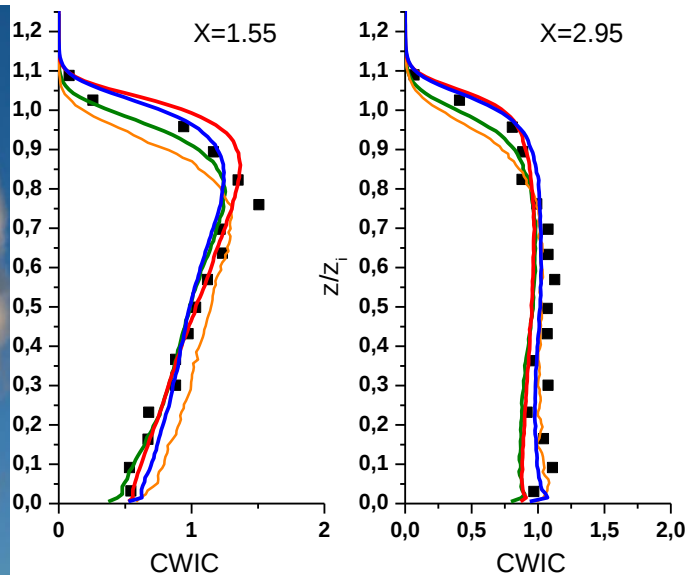
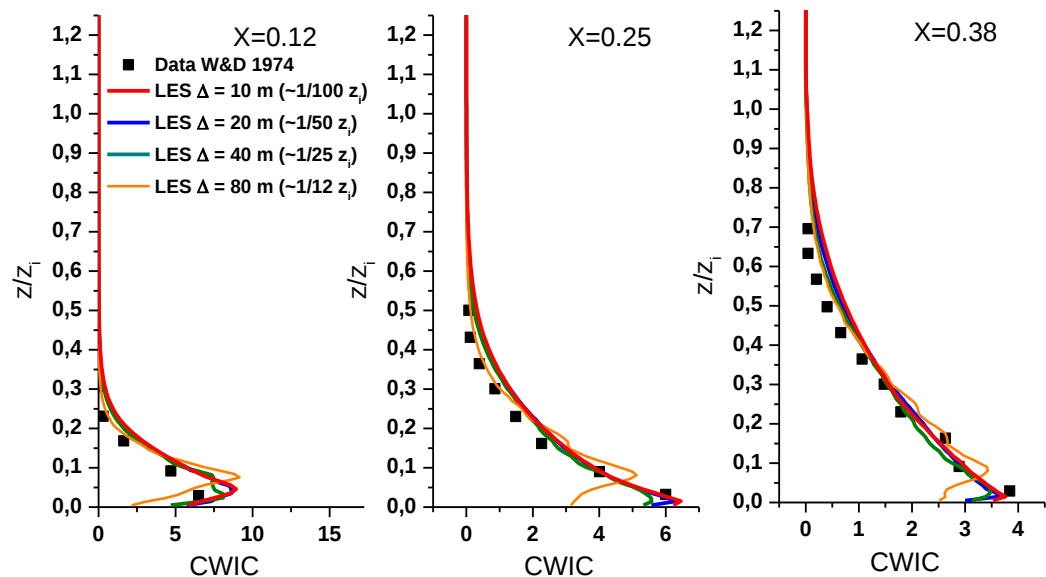
$$Q_p = \iint Q_s(x, y) f_s(x, y) dx dy$$



Сравнение с лабораторными данными

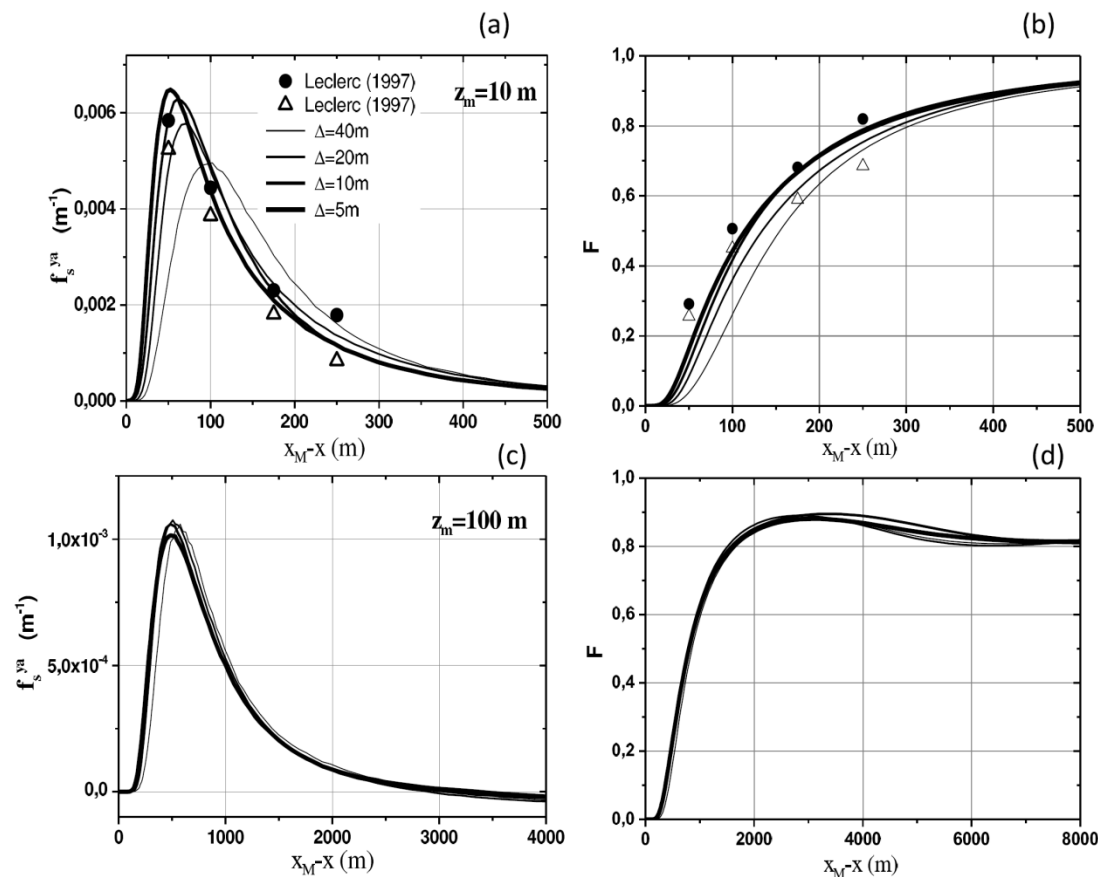
(Конвективный АПС - Масштаб Обухова $L \sim 10\text{ м}$, высота АПС $z_i \sim 1000\text{ м}$)

Концентрация примеси не расстоянии от приподнятого над поверхностью источника.





Leclerc MY, Shen SH, Lamb B (1997) Observations and large-eddy simulation modeling of footprints in the lower convective boundary layer. J Geophys Res Atmos 102:9323–9334



PALM (Steinfeld et al. 2008)

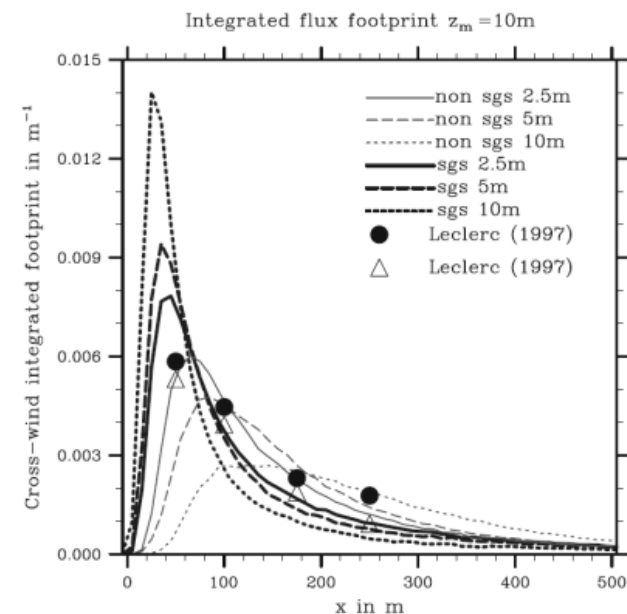


Figure 15. Footprints f_s^y (a,b) and cumulative footprints F (c,d) for the sensor heights $z_M=10\text{m}$ (a,b) and $z_M=100\text{m}$ (c,d), computed with the different spatial resolution in LES. Symbols - observational data Leclerc et al. (1997)

Лагранжев перенос трассеров. Стохастические модели

Обобщенное уравнение Ланжевена (Броуновское движение частицы)

$$du_i'^p = a_i(\mathbf{x}^p, \mathbf{u}^p, t)dt + b_{ij}(\mathbf{x}^p, \mathbf{u}^p, t)\xi_j^p$$

$$d\mathbf{x}^p = \mathbf{u}^p dt \quad u_i^p = \langle u_i^{(p)} \rangle + u_i'^p$$

ξ - дельта-коррелированный (обычно Гауссов) случайный шум

$$\langle \xi_i^p(t) \xi_j^h(t + \tau) \rangle = \delta_{ij} \delta_{ph} \delta(\tau) dt$$

Универсальная константа $\sim 6 \pm 0.5$

$$D(\tau) = \langle w(t + \tau)w(t) \rangle = C_0 \epsilon \tau \quad \xrightarrow{\text{Теория К-41}} \quad b_{ij} = \delta_{ij} \sqrt{C_0 \epsilon}$$

Для однородной изотропной турбулентности:

$$a_i^p = -\frac{u_i^p}{T_L}, \quad T_L = \frac{4}{3} \frac{E}{C_0 \epsilon}$$

Для неоднородной турбулентности обычно применяется условие «хорошего перемешивания» (Tomson, 1987), следующее из соотношения между плотностью вероятности лагранжевой скорости и плотностью вероятности эйлеровой скорости:

$$p_E(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) = \int_{R^3} p_L(\mathbf{x}, \mathbf{u}^p, t | \mathbf{x}_0) d\mathbf{x}_0$$

$$\frac{\partial p_E}{\partial t} + u_i \frac{\partial p_E}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial u_i} \Phi_i = 0, \quad \Phi_i = a_i p_E - \frac{C_0 \epsilon}{2} \frac{\partial p_E}{\partial u_i}$$

Модель случайных смещений

$$\frac{\partial \langle s \rangle}{\partial t} + \langle u_i \rangle \frac{\partial \langle s \rangle}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} K_s \frac{\partial \langle s \rangle}{\partial x_i} + Q_s$$

Уравнение адвекции-диффузии
Концентрации скаляра

$$\langle s(\mathbf{x}, t) \rangle = \int_{R^3 - \infty} \int_0^t Q_s(\mathbf{x}_0, t_0) P(\mathbf{x}, t | \mathbf{x}_0, t_0) d\mathbf{x}_0 dt_0$$

$$dx_i^p = \langle u_i \rangle dt + \frac{\partial K_s}{\partial x_i} dt + \sqrt{2K_s} \xi_i^p$$

$$\langle \xi_i^p(t) \xi_j^h(t + t') \rangle = \frac{\langle u'_i u'_j \rangle}{\sigma_i \sigma_j} \delta_{ph} \delta(t') dt$$

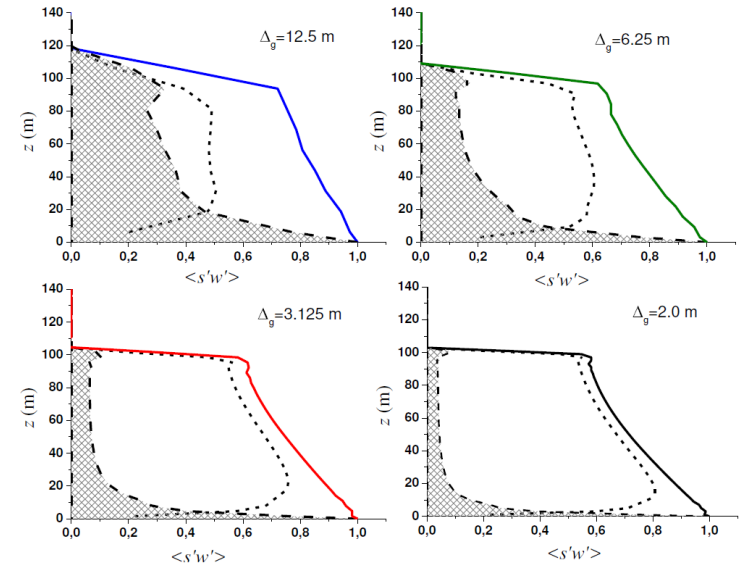
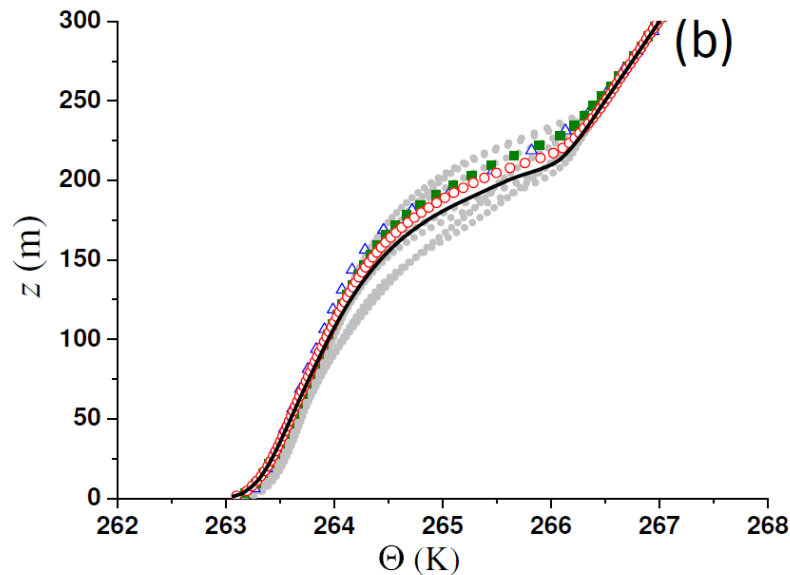
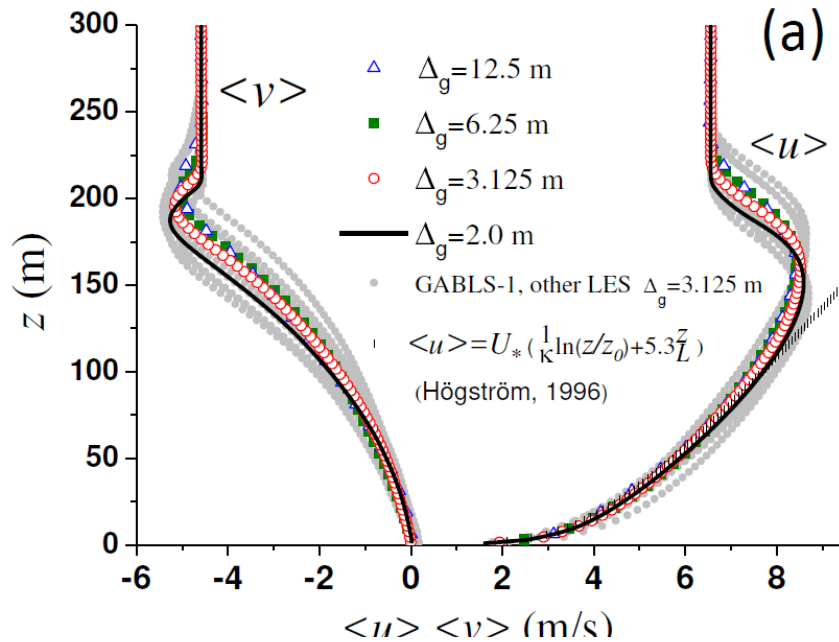
Стохастические модели могут применяться в LES для описания флуктуаций скорости частицы, связанных с «подсеточной» турбулентностью

- «Подсеточные» стохастические параметризации требуют больших вычислительных затрат

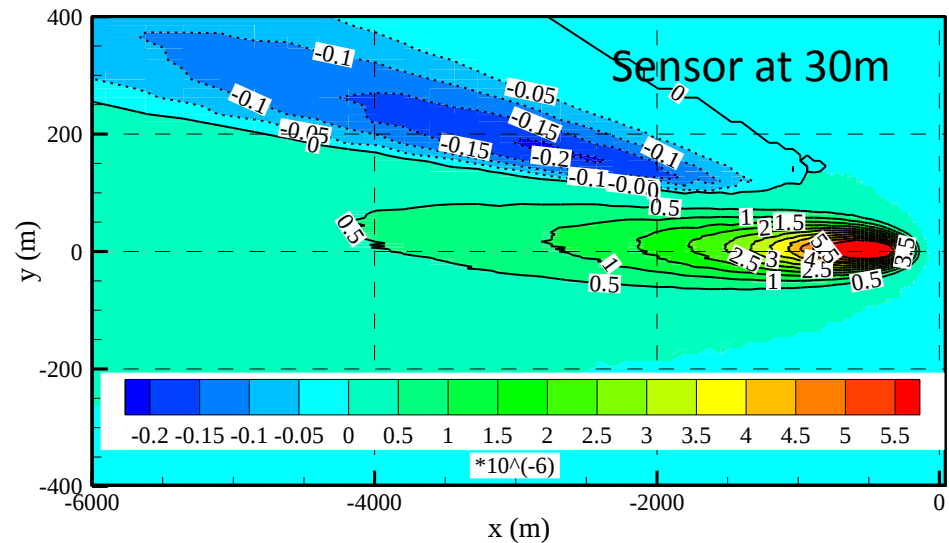
Устойчиво –стратифицированный АПС

АПС

Турбулентность носит мелкомасштабный характер. Существенная часть переноса скаляров обеспечивается подсеточными процессами. Требования к качеству LES-моделей возрастают



Вычисляя траектории большого количества частиц ($\sim 10^8$), можно определить двумерную функцию футпринта потока с поверхности.



«Дефильтрация» скорости (детерминистический подход) и Лагранжевы стохастические «подсеточные» модели (сравнение).

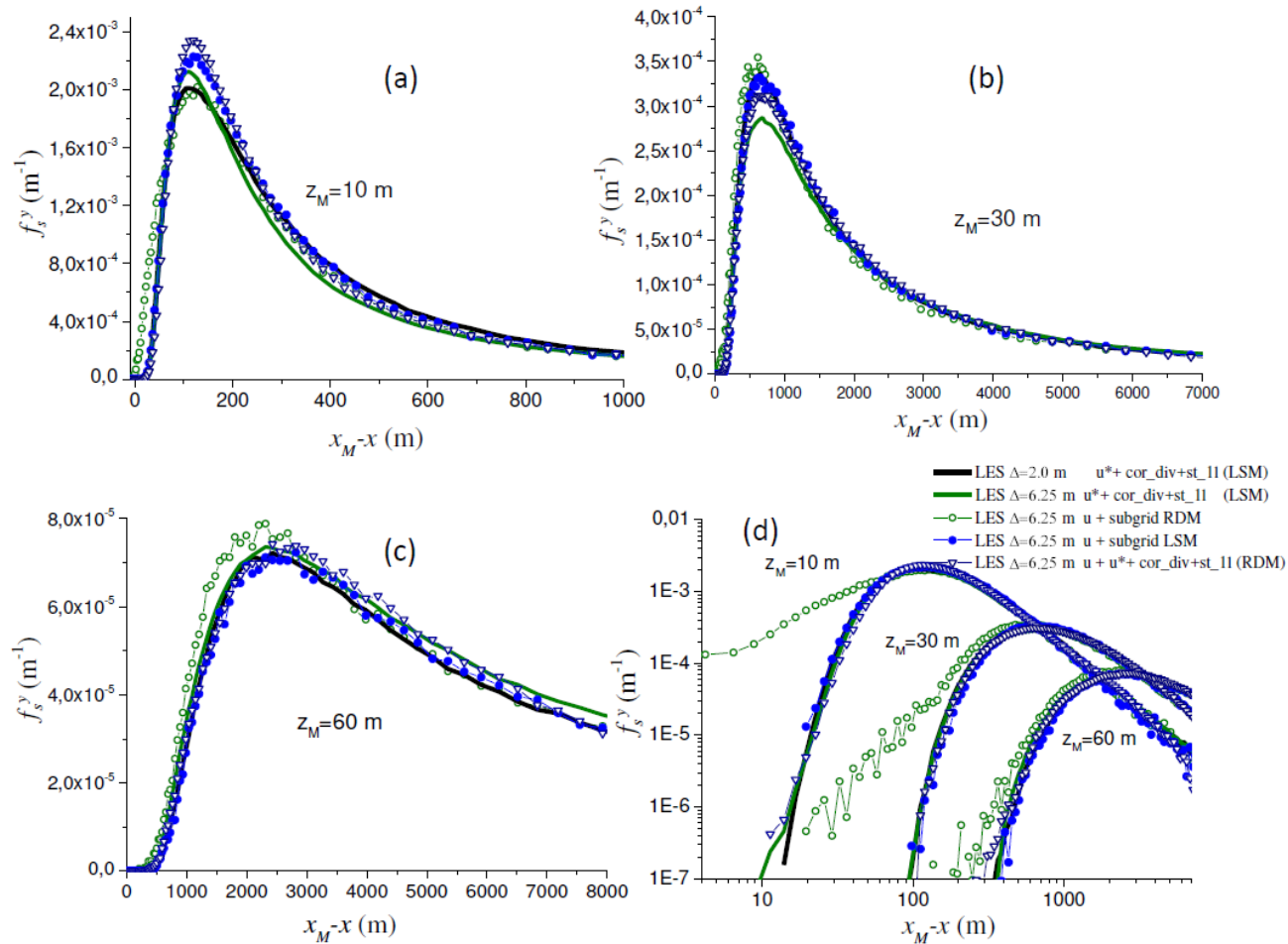
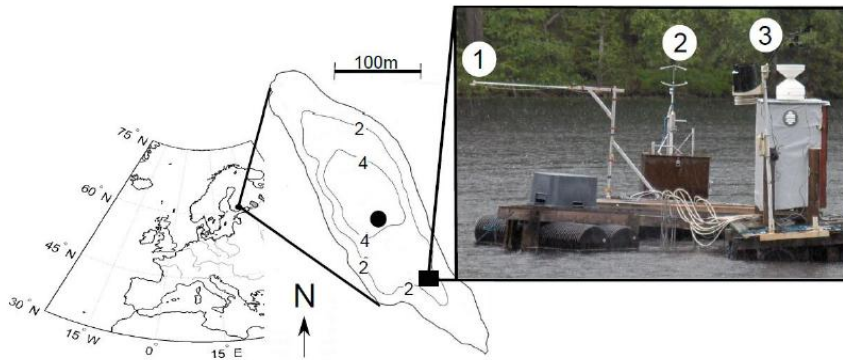


Figure 7. Crosswind-integrated scalar flux footprints f_s^y , obtained in LES with $\Delta_g = 6.25$ m using different stochastic Lagrangian subgrid models RDM (Eq. 33) and LSM (Eqs. 28–32). The results obtained with these subgrid models applied within the first computational grid layer in combination with velocity recovering $u^* = F^{-1}\bar{u}$ and correction of velocity (Eqs. 34 and 35) are also shown. Black lines are the footprints in LES with $\Delta_g = 2.0$ m.

Общее количество озер с площадью менее 10 км² составляет 99,9 % от числа внутренних водоемов на поверхности Земли, а их суммарная территория составляет 54% от общей площади внутренних водоемов



Для современных моделей прогноза погоды и климата требуется вычисление балансов тепла, влаги и газовых примесей на поверхности с учетом наличия водных объектов подсеточного масштаба.

Высота вытеснения

$$\langle U \rangle = \frac{U_*}{\kappa} \ln \left(\frac{z - D}{z_{ow}} \right)$$

Параметр шероховатости

Растительность



Средняя
скорость
ветра

$$z_{ow} \gg z_{0l}$$

Озеро

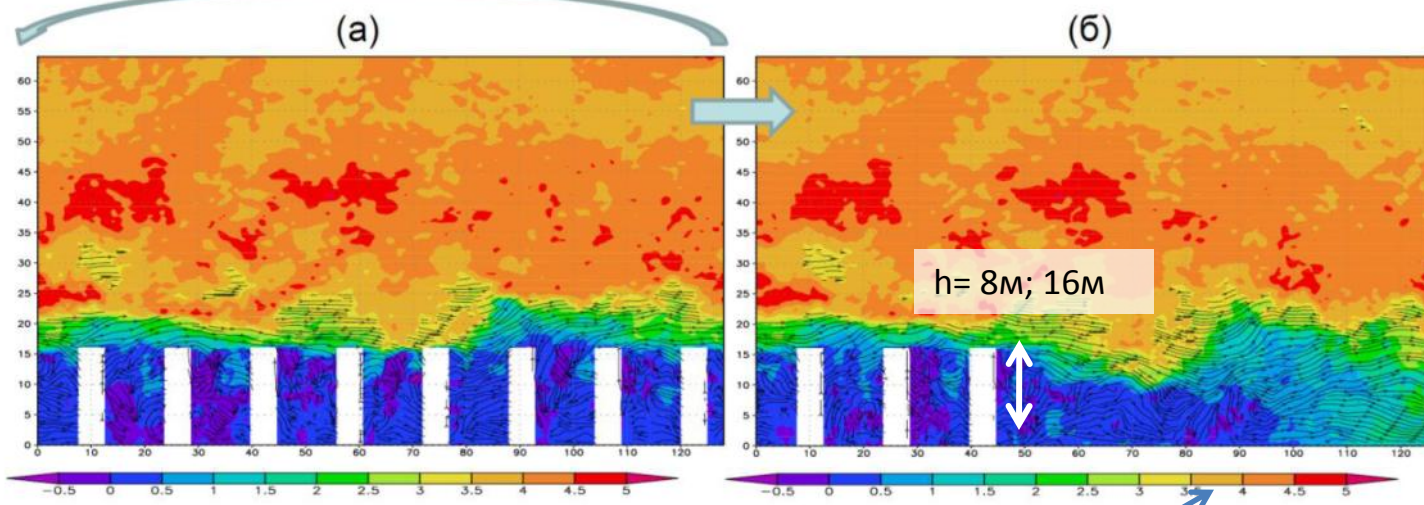
$$D \sim 0.7 - 0.9 h \sim 10 \text{ m}$$

$$z_{ow} \sim 0.05 h \sim 0.5 \text{ m}$$

$$z_{0l} \sim 10^{-3} - 10^{-4} \text{ m}$$

Потоки тепла,
импульса,
CO₂, CH₄, H₂O....

Измерения ?



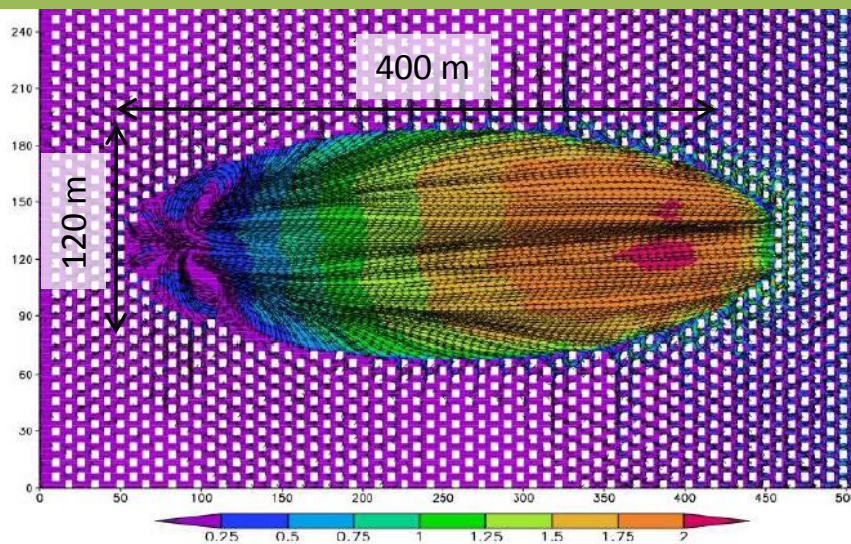
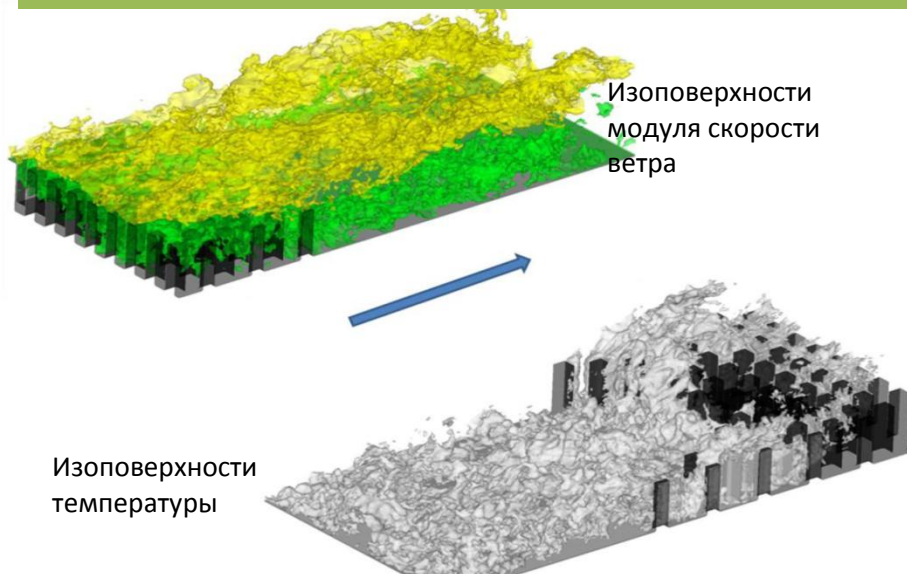
Турбулентный поток генерируется вспомогательной моделью (а) с двоякопериодическими граничными условиями и с заданным массивом объектов на поверхности. Значения z_{0w} и D соответствуют типичным значениям для лесной растительности

Непериодическая расчетная область (б), включающая “озеро”.

$$z_{0l} = 10^{-4} \text{ м}$$

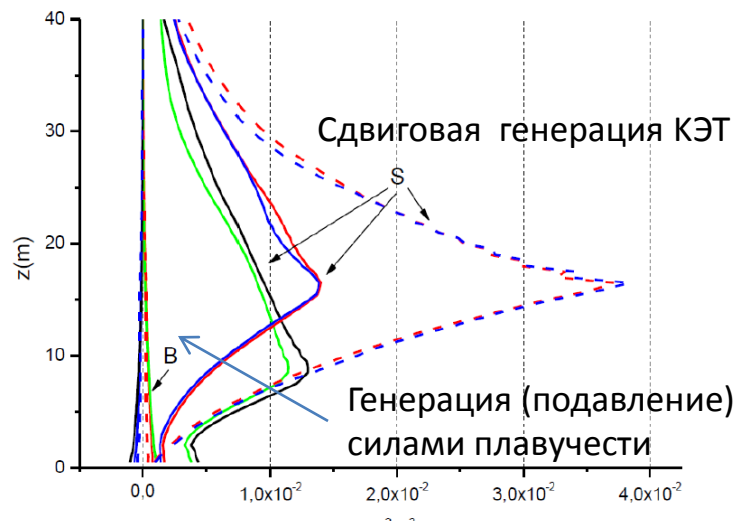
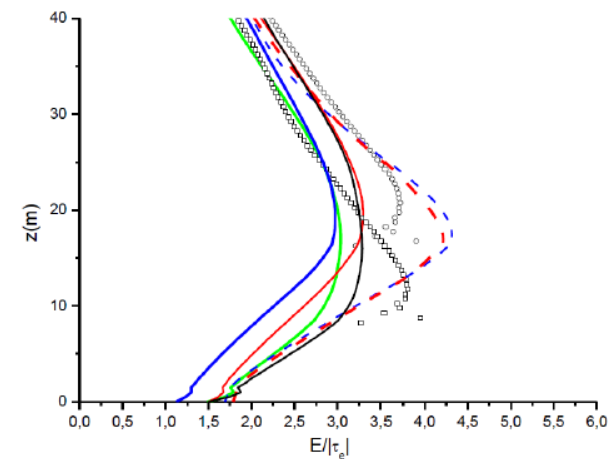
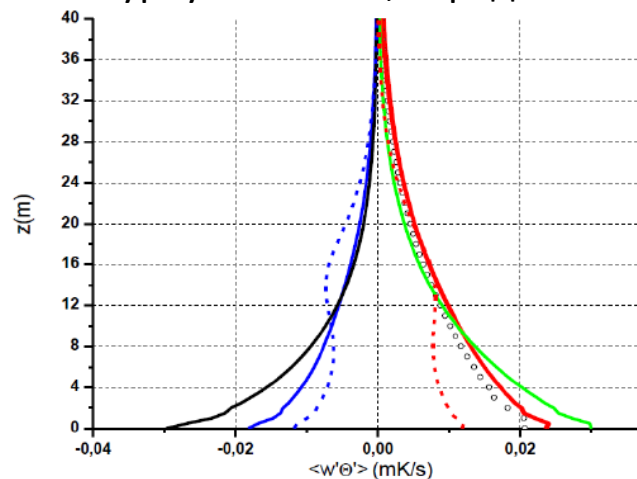
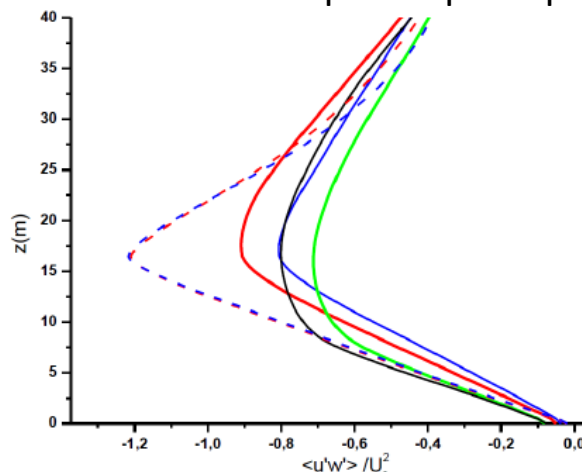
$$T_s^{lake} = T^{air} \pm 5^{\circ}\text{C}$$

Шаг сетки $\Delta = 0.5 \text{ м}$, $1024 \times 512 \times 128$ узлов, время интегрирования $T = 1 \text{ час}$ $\Delta_t = 0.025 \text{ секунд}$

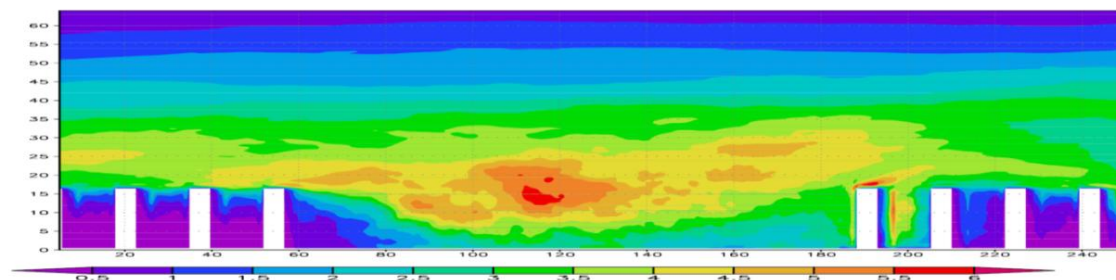


Средняя скорость ветра на высоте $z=0.25 \text{ м}$

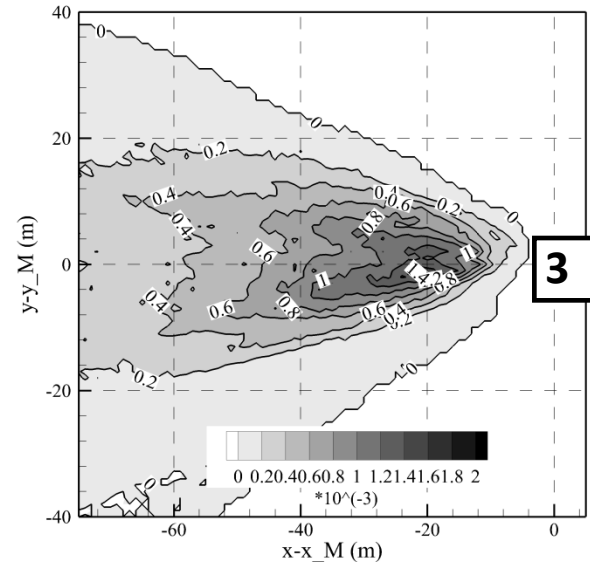
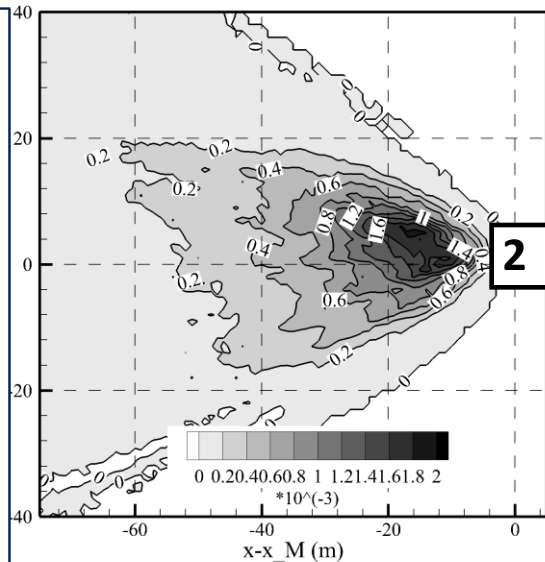
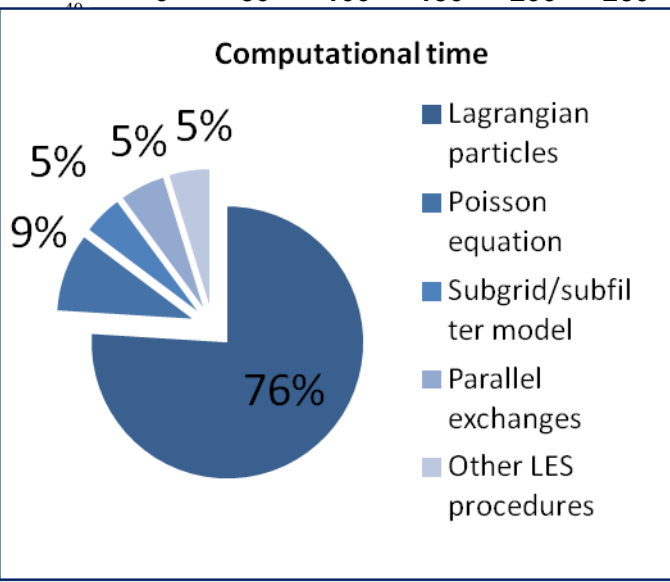
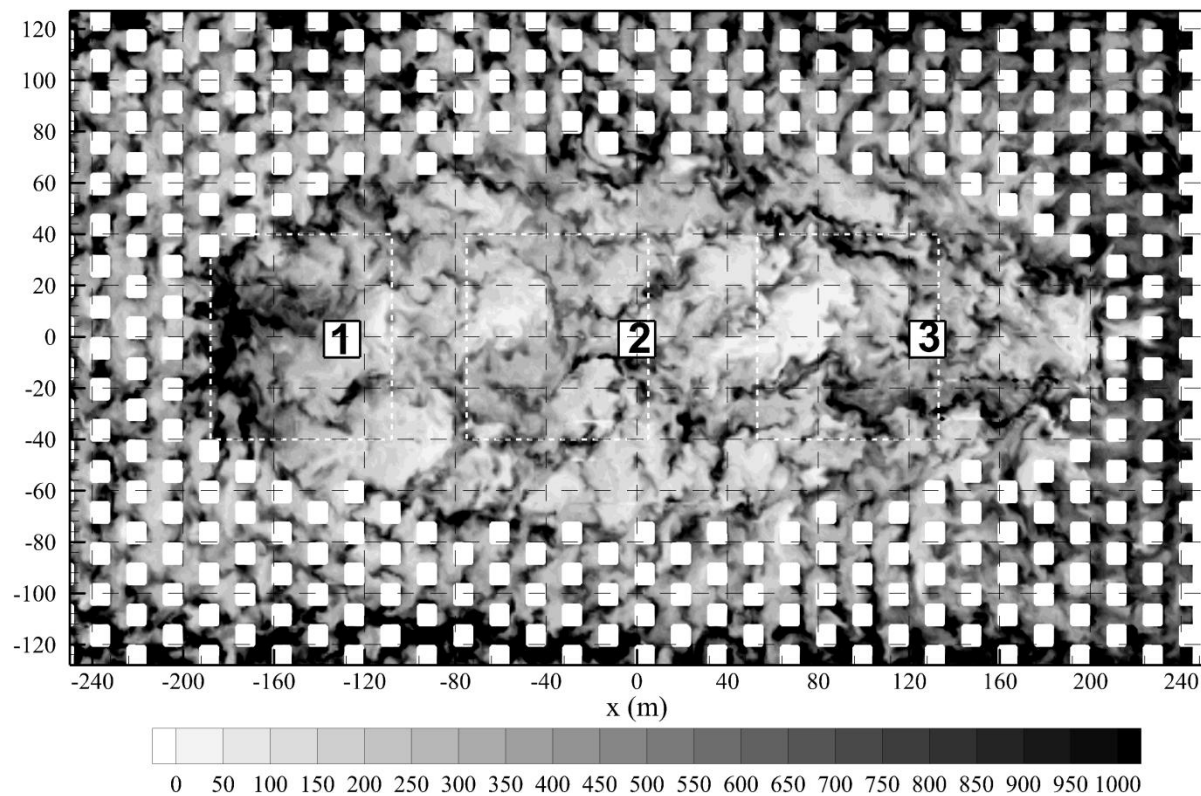
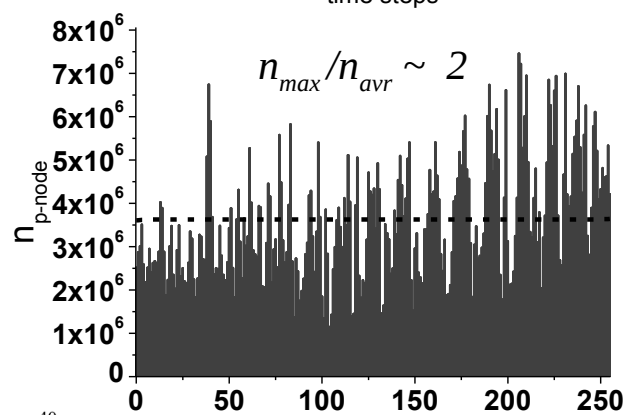
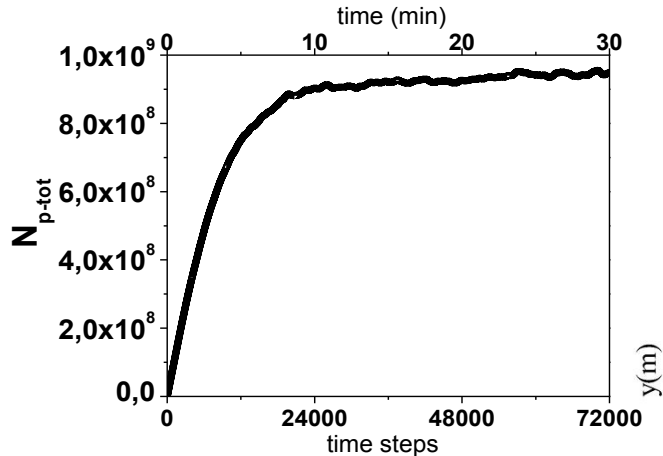
Некоторые характеристики турбулентности, осредненные по всей площади "озера"



Кинетическая энергия турбулентности (КЭТ)



- Слой постоянных потоков отсутствует (Существенная часть тепла и влаги переносится над озером в горизонтальном направлении)
- Очень слабая чувствительность к стратификации (ТПМО неприменима для вычисления турбулентных потоков над «озером»)



(Баренблатт, Голицын, 1974)

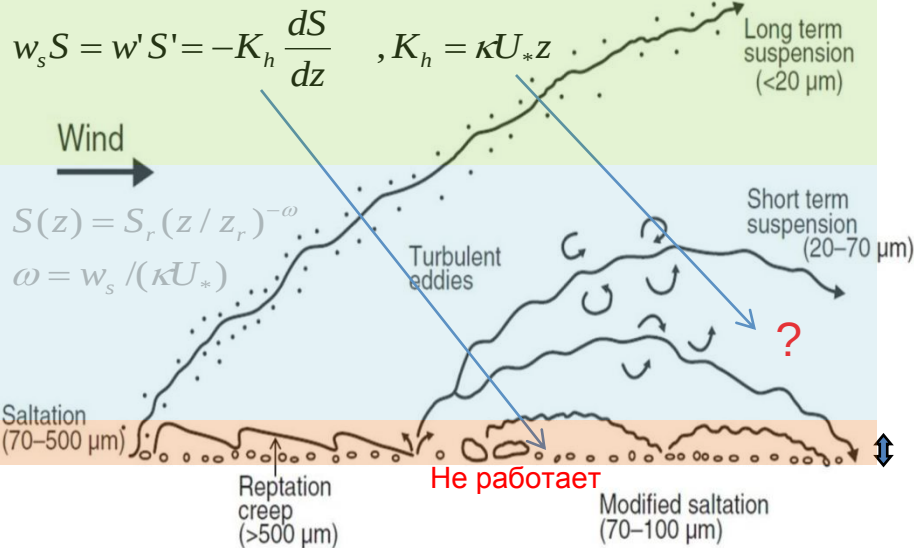
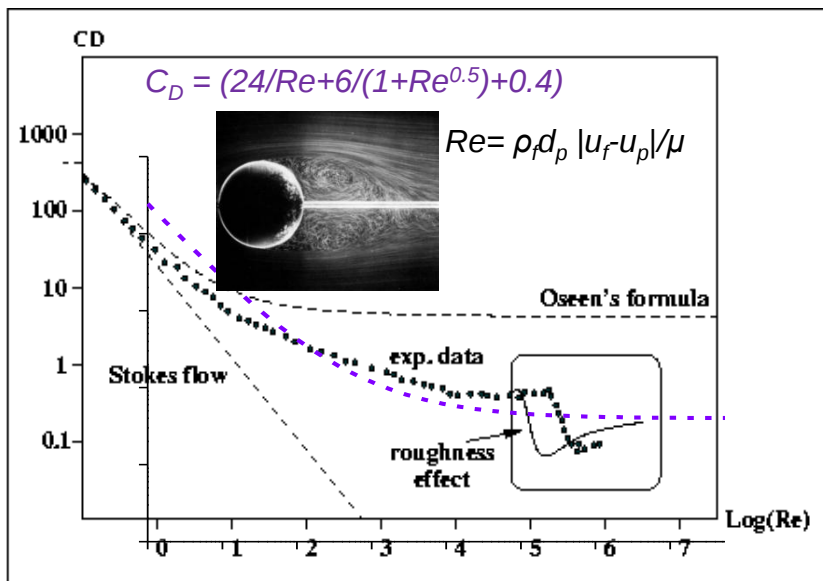


Figure 1.1. Schematic of the different modes of aeolian transport. Reprinted from Nickling and McKenna Neuman (2009), with kind permission from Springer Science+Business Media B.V.

$$du_i^p = \left(\frac{3}{4} \frac{C_D}{d_p} \frac{\rho_f}{\rho_p} |\bar{u}_f - \bar{u}_p| (u_{fi} - u_{pi}) - \delta_{i3} g \right) dt, \quad u_{fi} = \bar{u}_{fi} + u'_i$$



~10¹-10³ м Перенос и турбулентная диффузия мелкодисперсных примесей.

Применимы подходы для пассивных трассеров

Слой равновесия между турбулентным перемешиванием и гравитационным оседанием ~1-10 м

Взвесь воздействует на турбулентность в основном за счет изменения суммарной плотности двухфазной жидкости

Нужно ли учитывать эффекты инерции частиц, турбофорез?

Параметризации для LES:

- 1) Подсеточная стохастика с учетом инерции частиц.
- 2) Обратное влияние ансамбля частиц на разрешаемую и подсеточную турбулентность (возможно осреднение на масштабах шага сетки)

Слой сальтации ~10⁻² м

Непосредственное воздействие индивидуальной динамики частиц на турбулентность в энергонесущем интервале. Важная роль молекулярной вязкости. Столкновения частиц. Проблемы с представлением частицы как материальной точки (ВВО уравнение, силы связанные с вращением и сдвигом скорости на масштабе размера частицы ...)

Параметризации для LES:

1) Обмен частицами на поверхности:

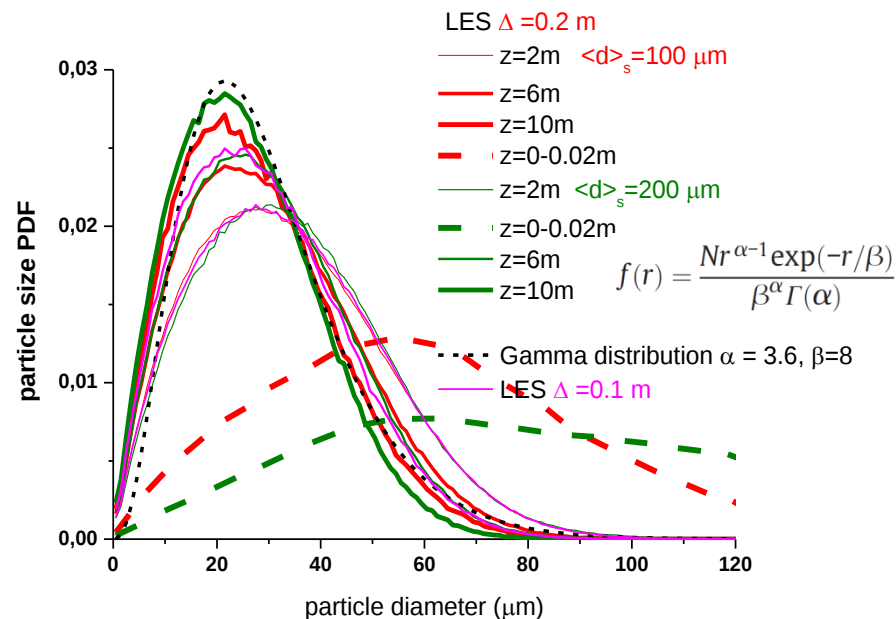
динамическое вовлечение частиц с поверхности, многократные отражения, выбивание новых частиц старыми (эмпирические зависимости, случайные процессы с заданными функциями распределения)

2) Воздействие слоя сальтации на внешний поток:

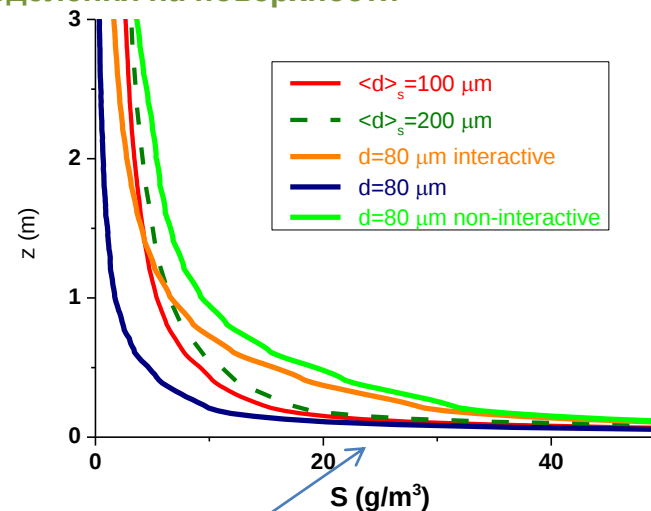
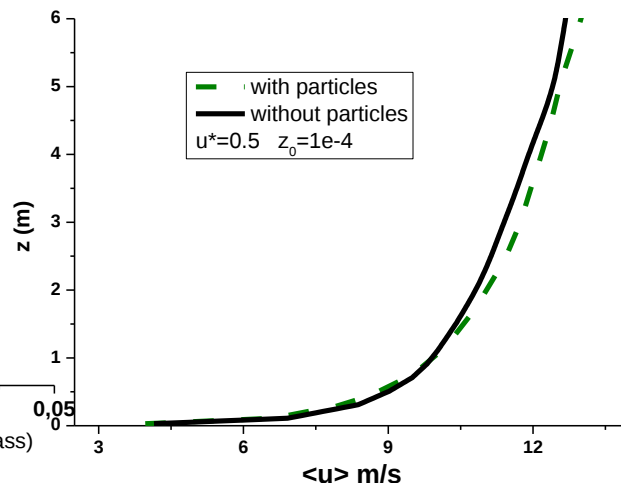
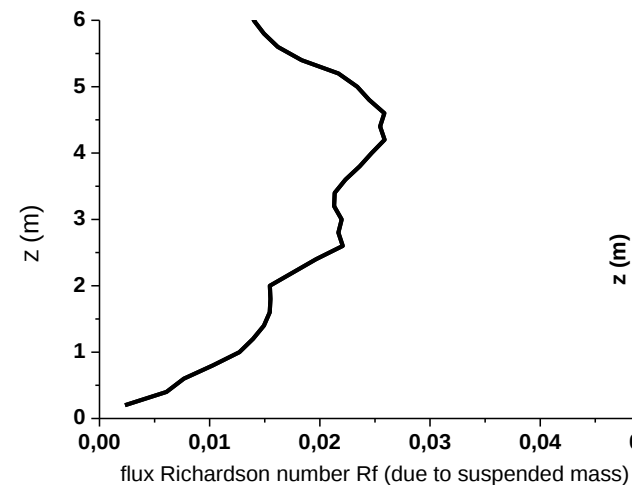
Изменение динамической и термической шероховатости поверхности:

$$z_0 = z_{0i} + a U_*^2 / g ?$$

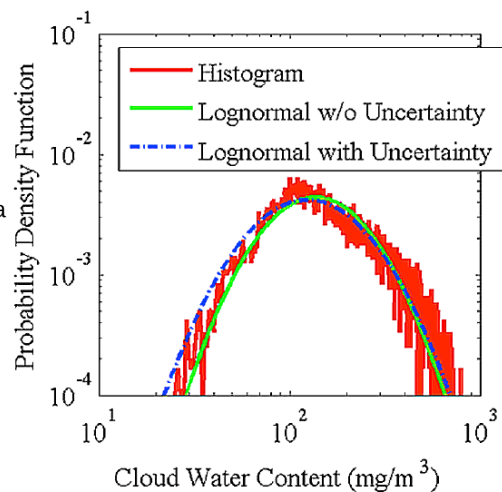
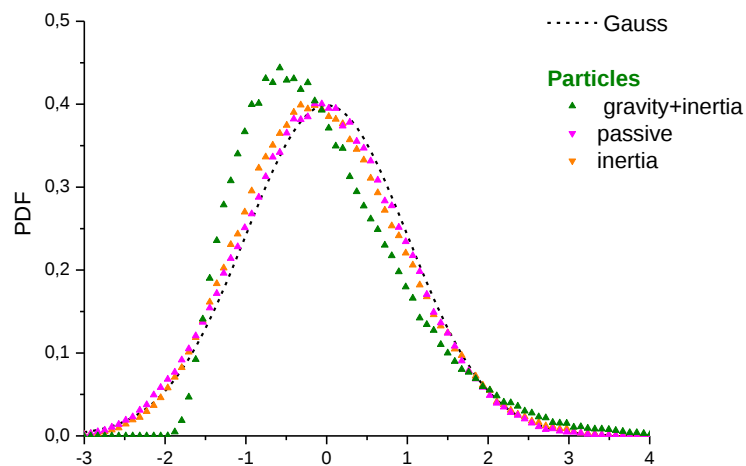
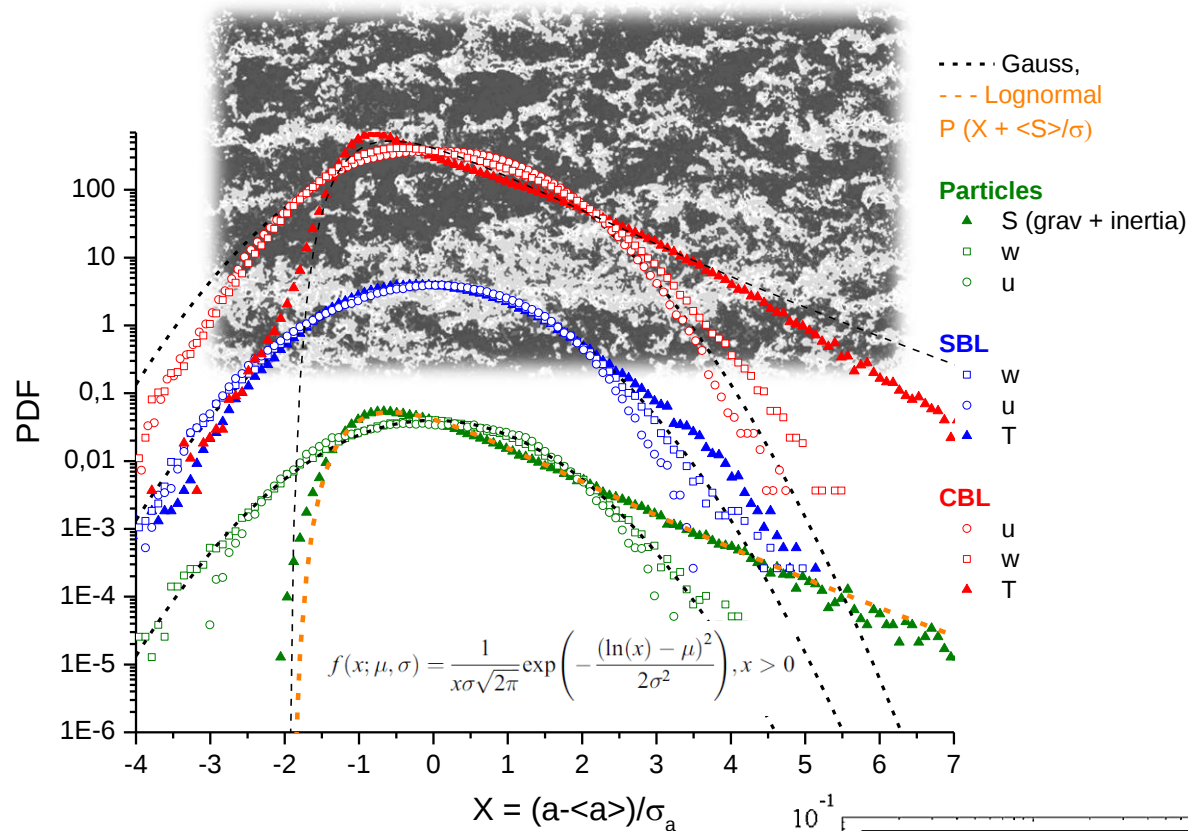
LES, перенос взвесей тяжелых частиц в приземном слое (поземка, пылевой перенос)



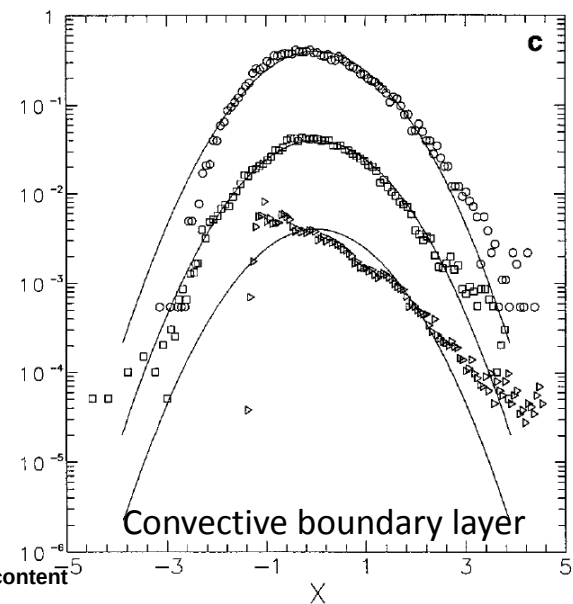
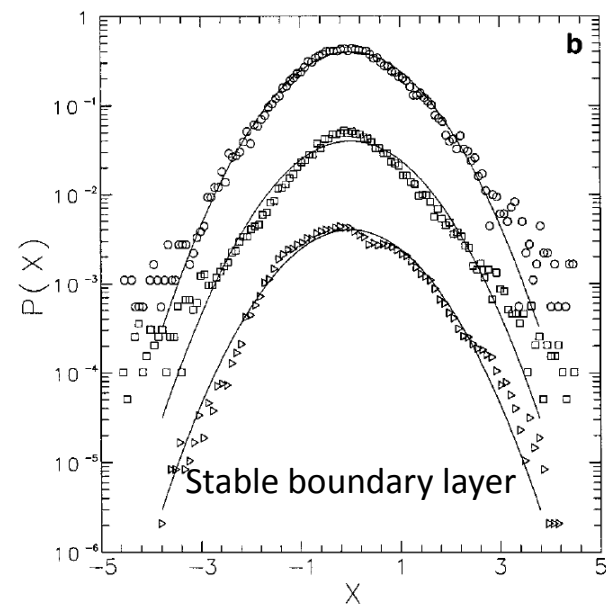
+ Распределение частиц взвеси по размерам слабо зависит от заданного распределения на поверхности



Обратное влияние взвеси на среднюю скорость ветра в приземном слое невелико, однако, тяжелые инерционные частицы имеют тенденцию к кластеризации, поэтому, локальным обратным воздействием частиц на поток пренебречь нельзя.



Lee et al. Characterization of cloud liquid water content
 distributions from CloudSat
 JGR: Atmospheres 115, D20203, 2010 DOI:
 10.1029/2009JD013272



Перенос примесей в городской среде

M. Pavageau, M. Schatzmann / *Atmospheric Environment* 33 (1999) 3961–3971

Re ~ 18 000

Wind tunnel ceiling

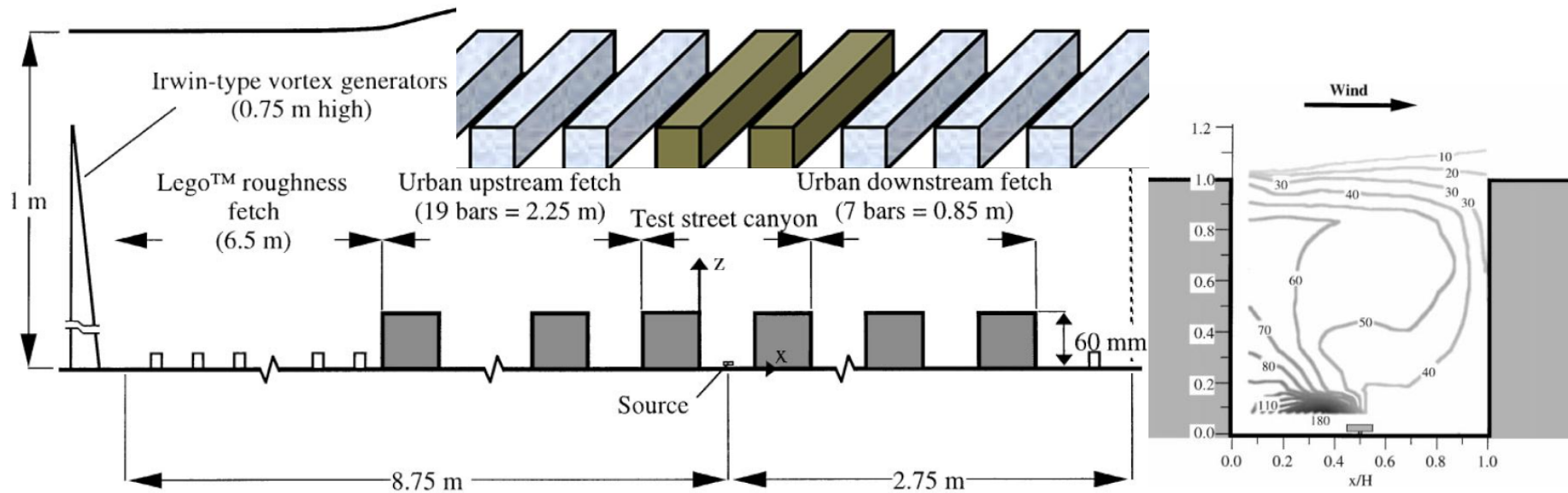
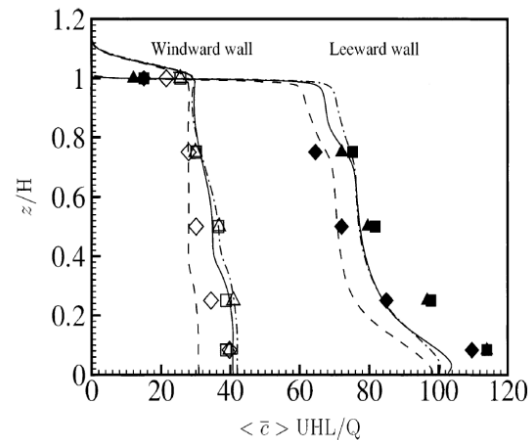
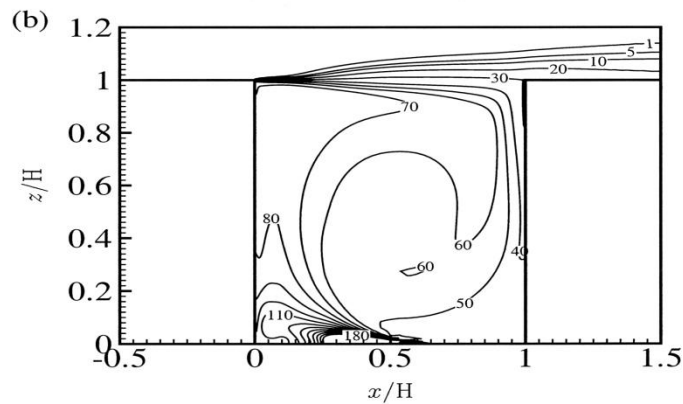


Fig. 1. Side view of the two-dimensional urban model (flow direction from left to right).



LES (Liu & Barth, 2002)

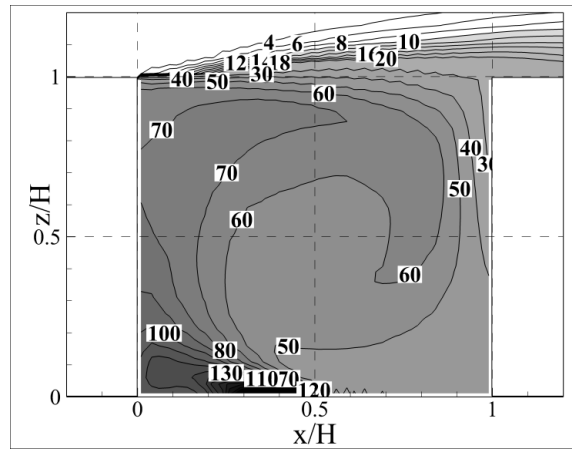
64 × 32 × 64

80 × 40 × 80

96 × 48 × 96

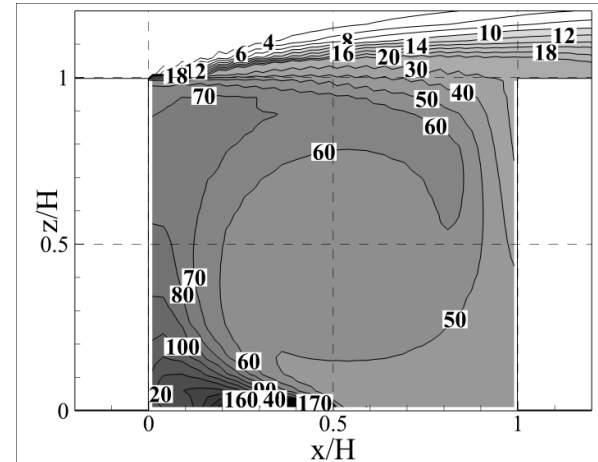
W × L_y × H

$Re \sim 2 \cdot 10^7$, $z_0 = 0.025$ m $H = 30$ m



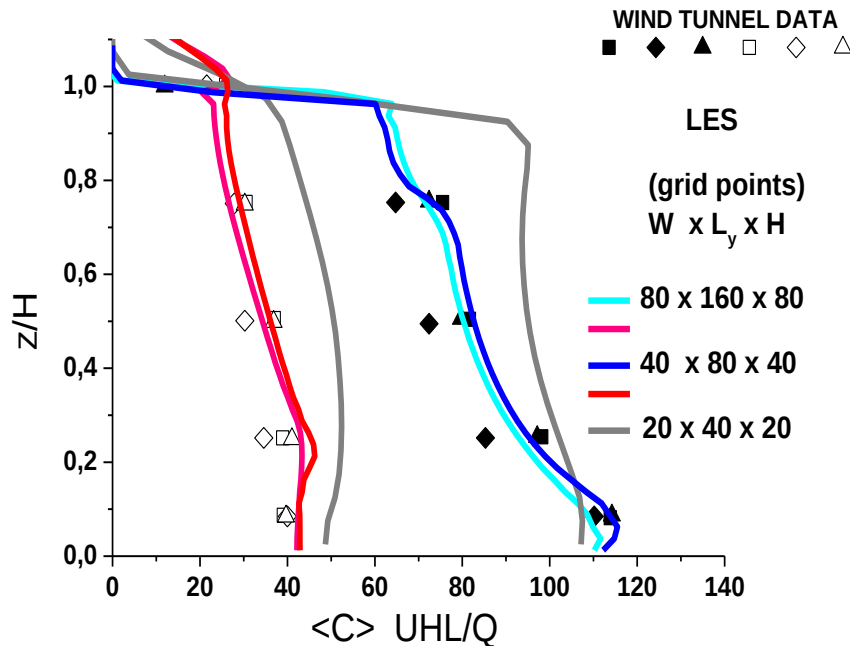
$\langle C \rangle UHL/Q$

$Re = 18\,000$, условие прилипания на стенках, вязкий подслон

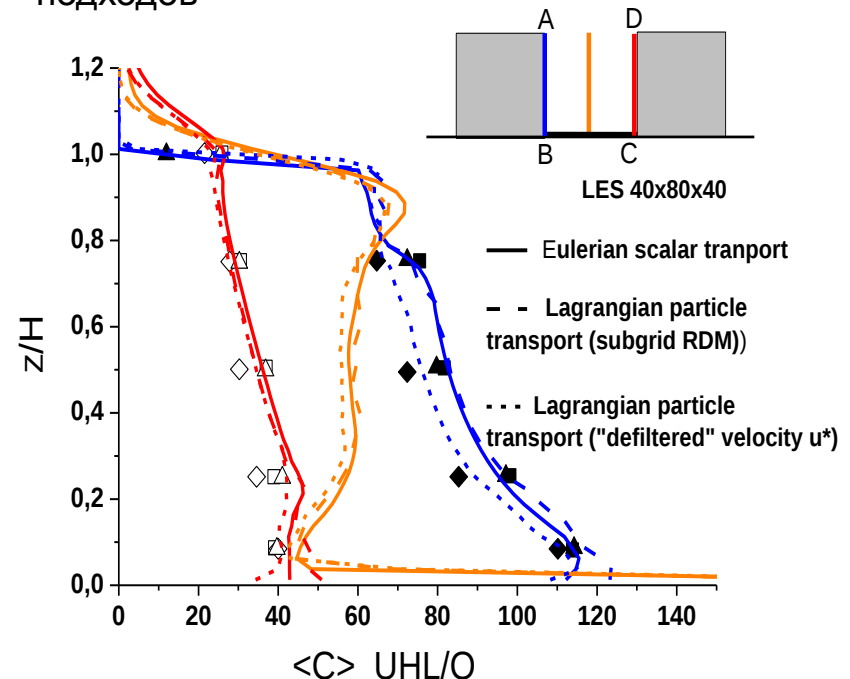


$\langle C \rangle UHL/Q$

Проверка чувствительности модели к пространственному разрешению



Сравнение Лагранжева и Эйлера подходов



Перенос тяжелых частиц в городском каньоне

Carbon spherical particles ($\rho_p=2000 \text{ kg/m}^3$, $d=0 - 100 \cdot 10^{-6} \mu\text{m}$)

$U^*=0.5 \text{ m/s}$,

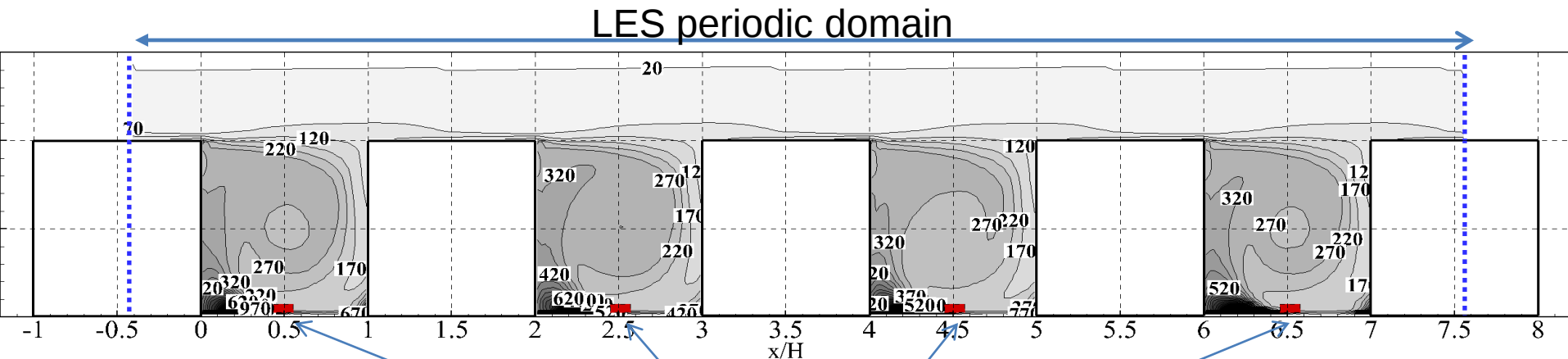
$H=30 \text{ m}$, $W=30 \text{ m}$, $L=30 \text{ m}$,

air kinematic viscosity $1.3\text{E-}5 \text{ m}^2/\text{s}$

$Re_{\text{flow}} \sim 2 \cdot 10^7$

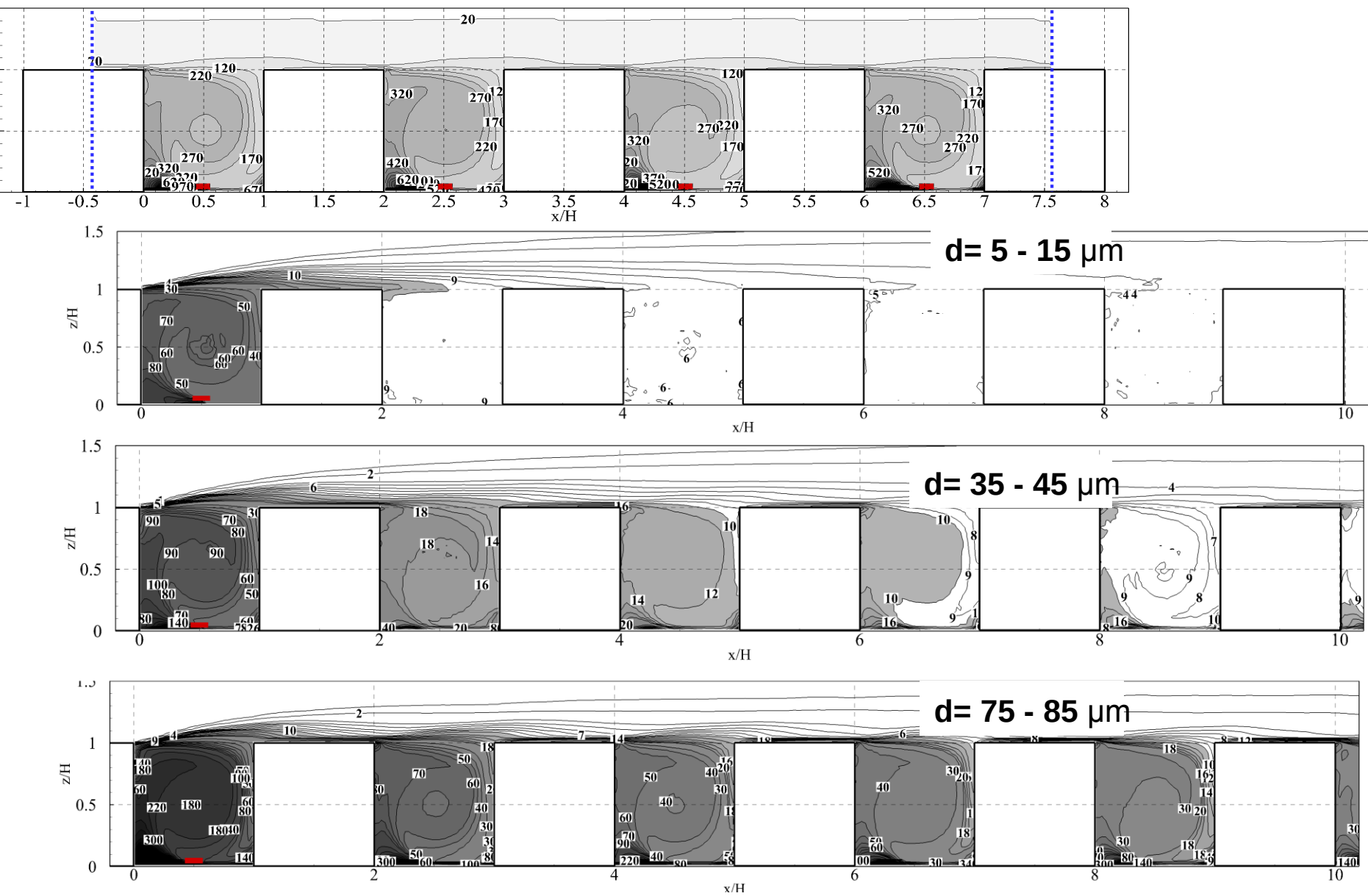
$Re_{\text{particle}} < 100$

Particle falling terminal velocity $U_t/U^* \leq 1$ (less than mean air velocity inside cavity)



Источники примеси (Частицы с размерами $d=0 - 100 \mu\text{m}$)

LES + лагранжева стохастическая подсеточная модель



Перенос тяжелых частиц (пыли, сажи) в городской среде может быть очень эффективным

Модели турбулентных течений, разработанные в ИВМ РАН и НИВЦ МГУ

	Отличительные особенности (вычислительные методы и параметризации)	Возможности	Программная реализация и параллельные вычислительные технологии
DNS	Метод погруженной границы.	Моделирование течений в областях сложной конфигурации, в том числе с подвижной границей.	C++ MPI OpenMP CUDA
	Консервативные конечно-разностные схемы высокого порядка точности.	Решение модельных задач для исследования фундаментальных свойств турбулентности.	
LES	Динамическая подсеточная модель.	Моделирование стратифицированных турбулентных течений при очень больших числах Рейнольдса на достаточно грубых сетках без необходимости подбора параметров.	Fortran MPI
	Блок расчета Лагранжевых трассеров.	Изучение турбулентности и крупных организованных структур в ПСА. Моделирование и изучение турбулентности в городской среде. Задачи переноса примесей.	

Перспектива:

объединение разработанных технологий в одном программном коде + неструктурированные сетки + RANS

Спасибо за внимание!