

Национальный исследовательский Томский государственный  
университет

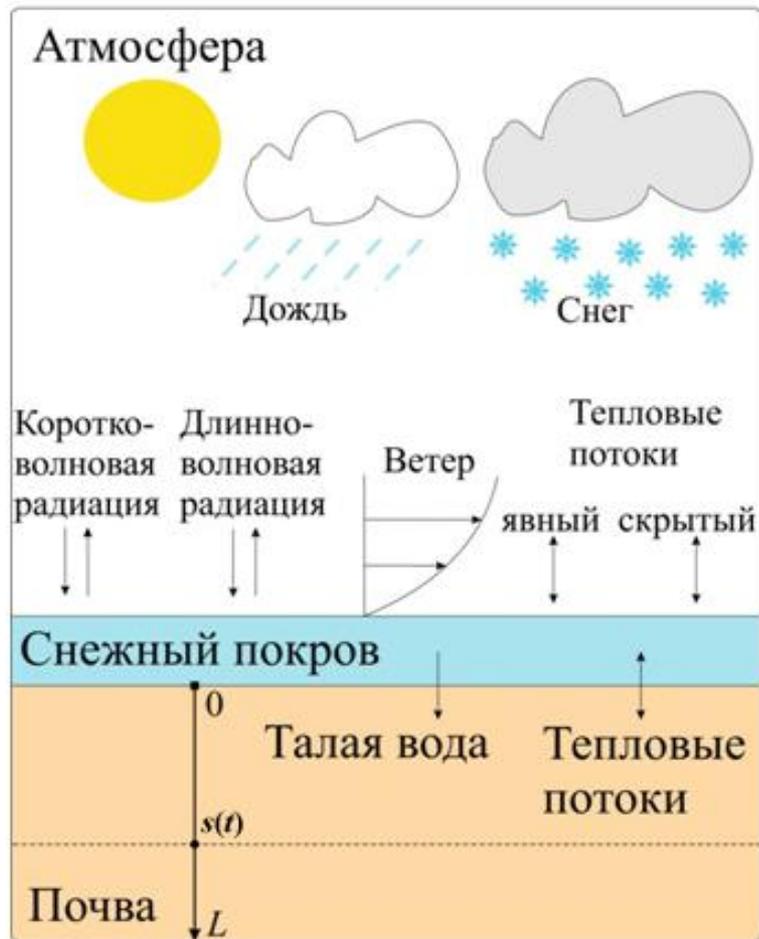
# Математическое моделирование процессов подстилающей поверхности

**Алипова К.А.**  
магистрант 2 курса ММФ ТГУ

**Научный руководитель:**  
**к.ф.-м.н. Богословский Н.Н.**

05.09.2017

# Физическая постановка задачи



[1] Алипова К.А., Богословский Н.Н. Задача Стефана для уравнения теплопроводности // Всероссийская молодежная конференция «Все грани математики и механики»: сборник статей / под ред. А.В. Старченко. Томск : Издательский Дом Том. гос. ун-та, 2016. С. 92-99.

[2] Алипова К.А. Сравнение двух численных методов решения задачи Стефана // Материалы XVII Всероссийской конференции молодых учёных по математическому моделированию. г. Новосибирск, Россия, 30 октября - 3 ноября 2016 г. Новосибирск: ИВТ СО РАН, 2016. С. 26.

# Математическая постановка задачи

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} = a_1 \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2}, \quad 0 < x < s(t), \quad t > 0;$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial t} = a_2 \frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2}, \quad s(t) < x < L, \quad t > 0;$$

$$t = 0: u_1(x) = T_{fr}, \quad 0 \leq x \leq s(0);$$

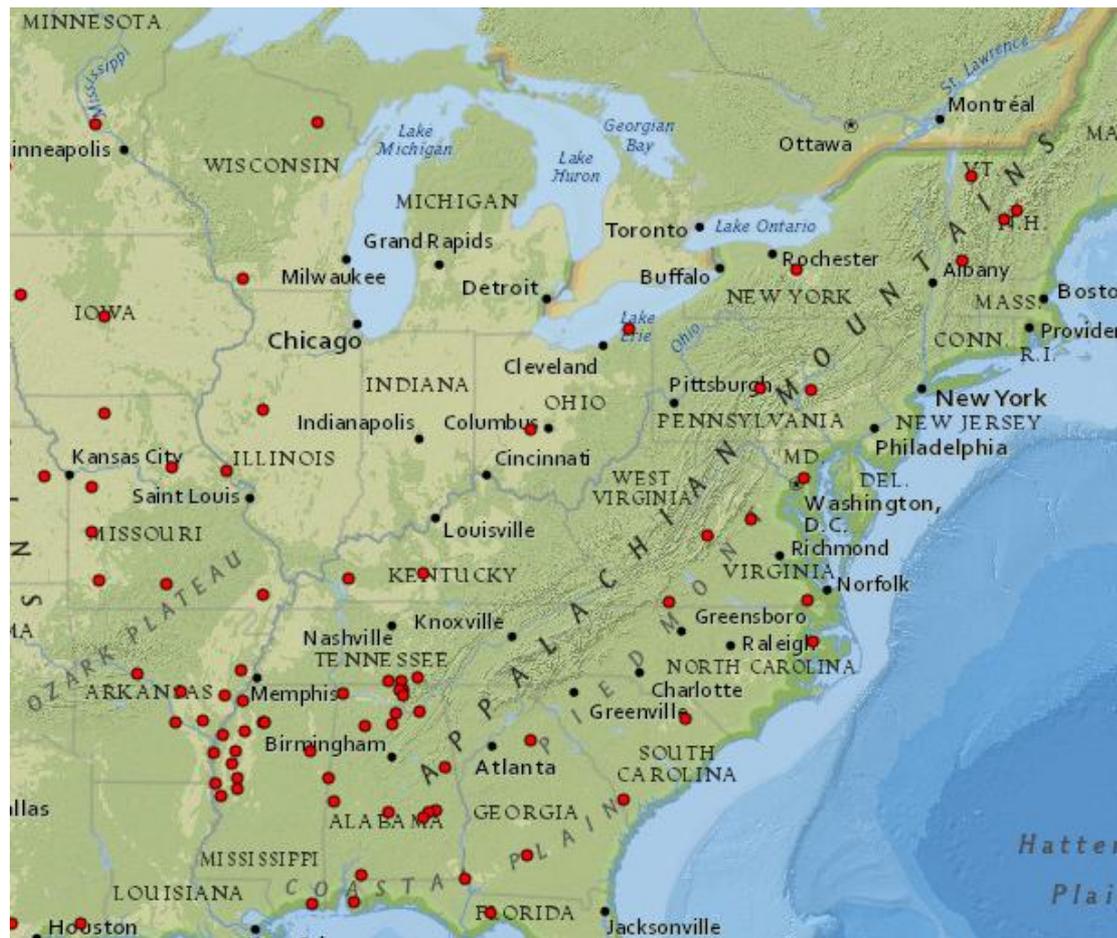
$$t = 0: u_2(x) = T_0, \quad s(0) \leq x \leq L;$$

$$x = 0: u_1(t) = T_c, \quad t > 0;$$

$$x = L: \frac{\partial u_2}{\partial x} = 0, \quad t > 0;$$

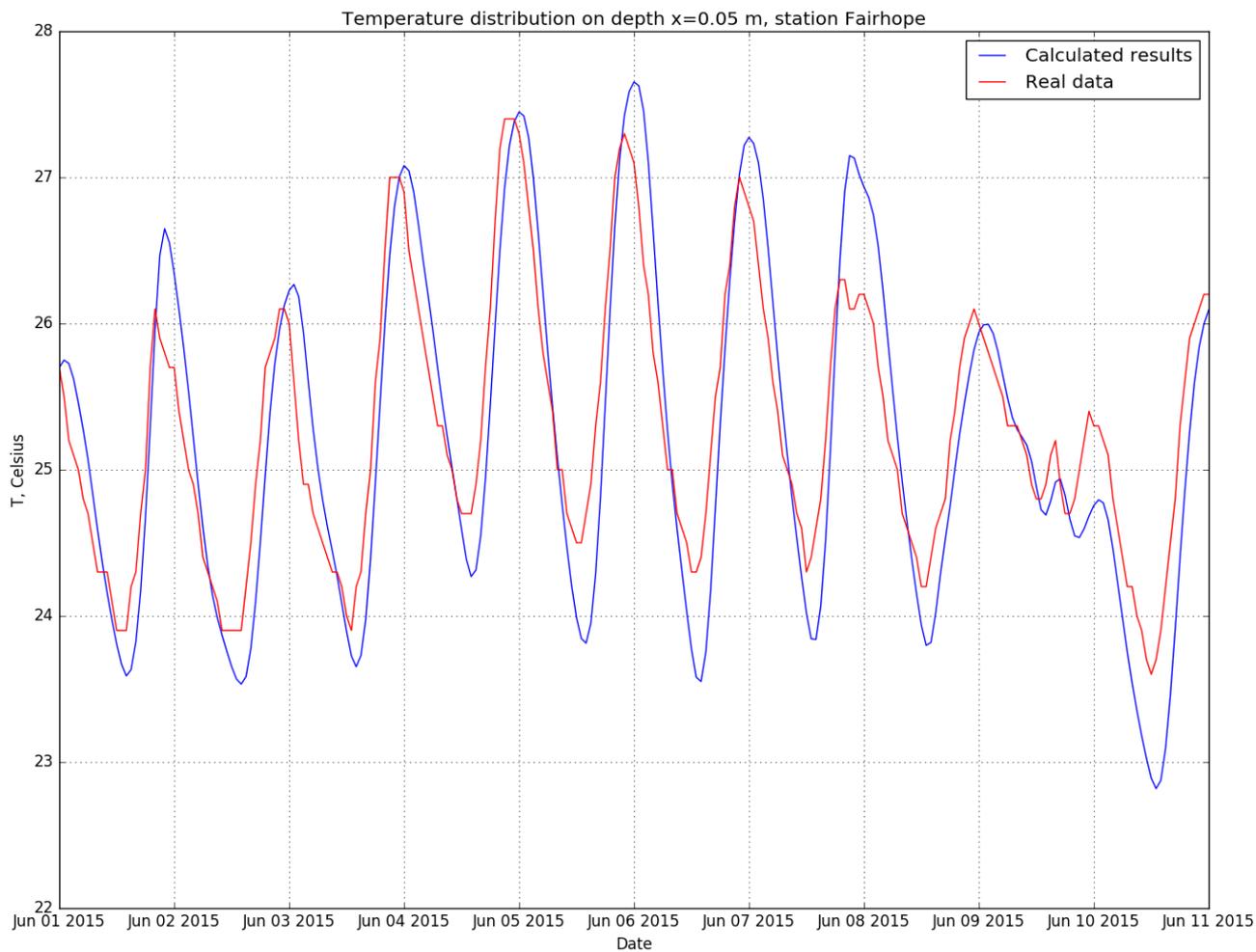
$$x = s(t): u_1 = u_2 = T_{fr}; \quad \lambda_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} - \lambda_2 \frac{\partial u_2}{\partial x} = Q_f \rho w \frac{ds}{dt}.$$

# Моделирование с использованием реальных данных

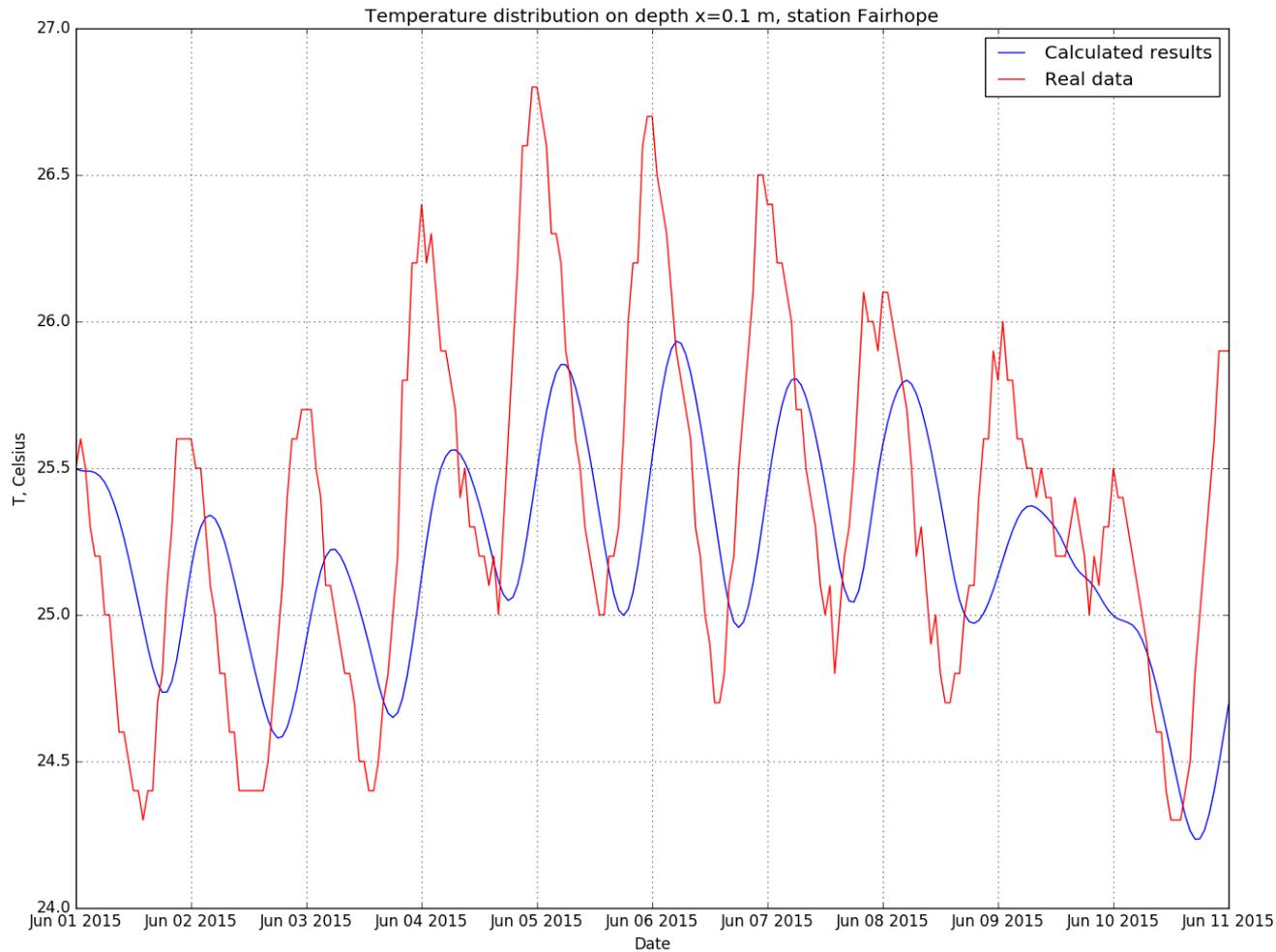


Метеостанция  
Fairhope,  
штат Алабама,  
США,  
 $30^{\circ}52'$  с.ш.,  
 $87^{\circ}87'$  з.д.,  
высота над  
уровнем моря –  
42 м.

# Распределение температуры грунта на глубине 0,05 м



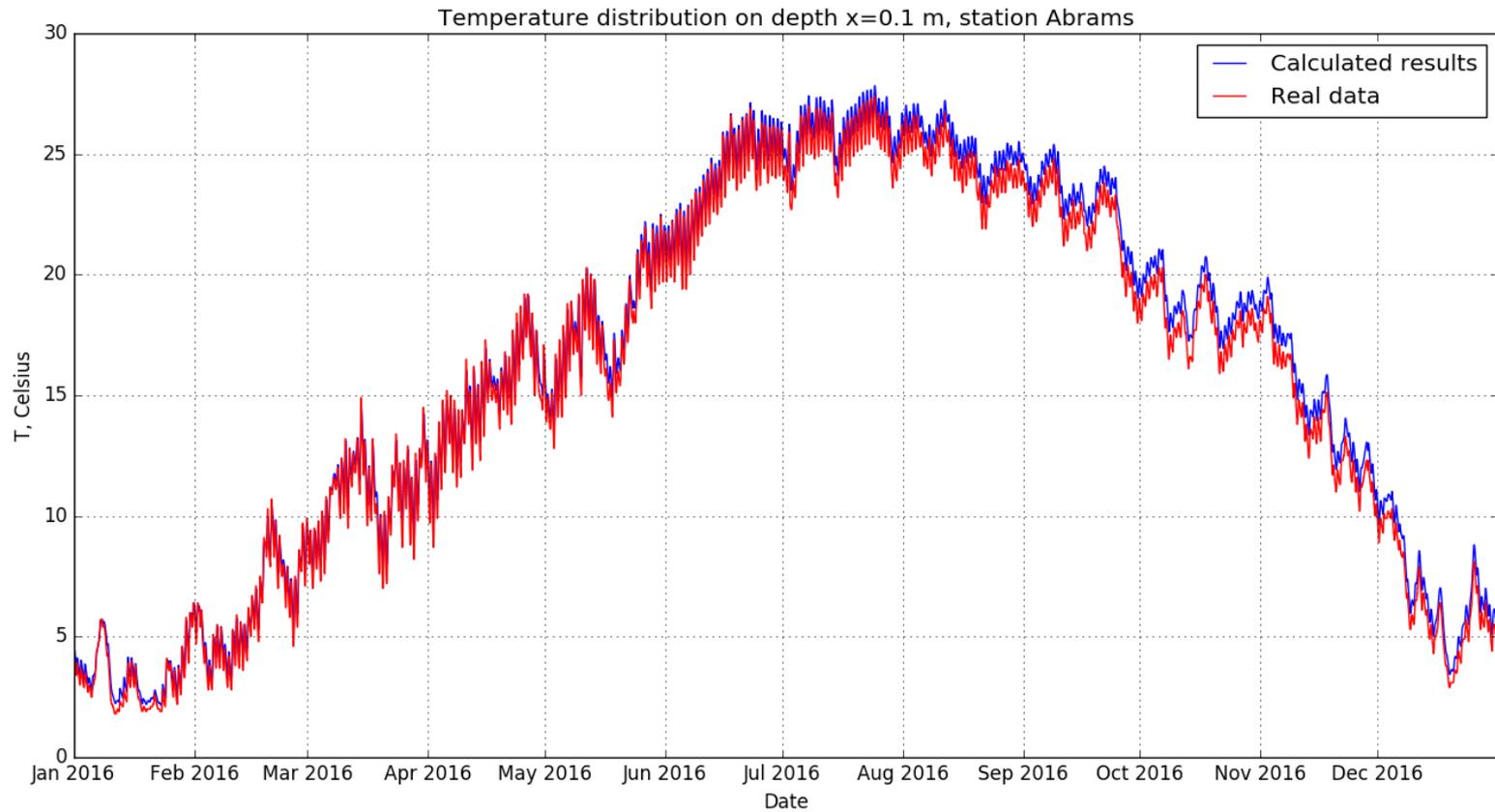
# Распределение температуры грунта на глубине 0,1 м



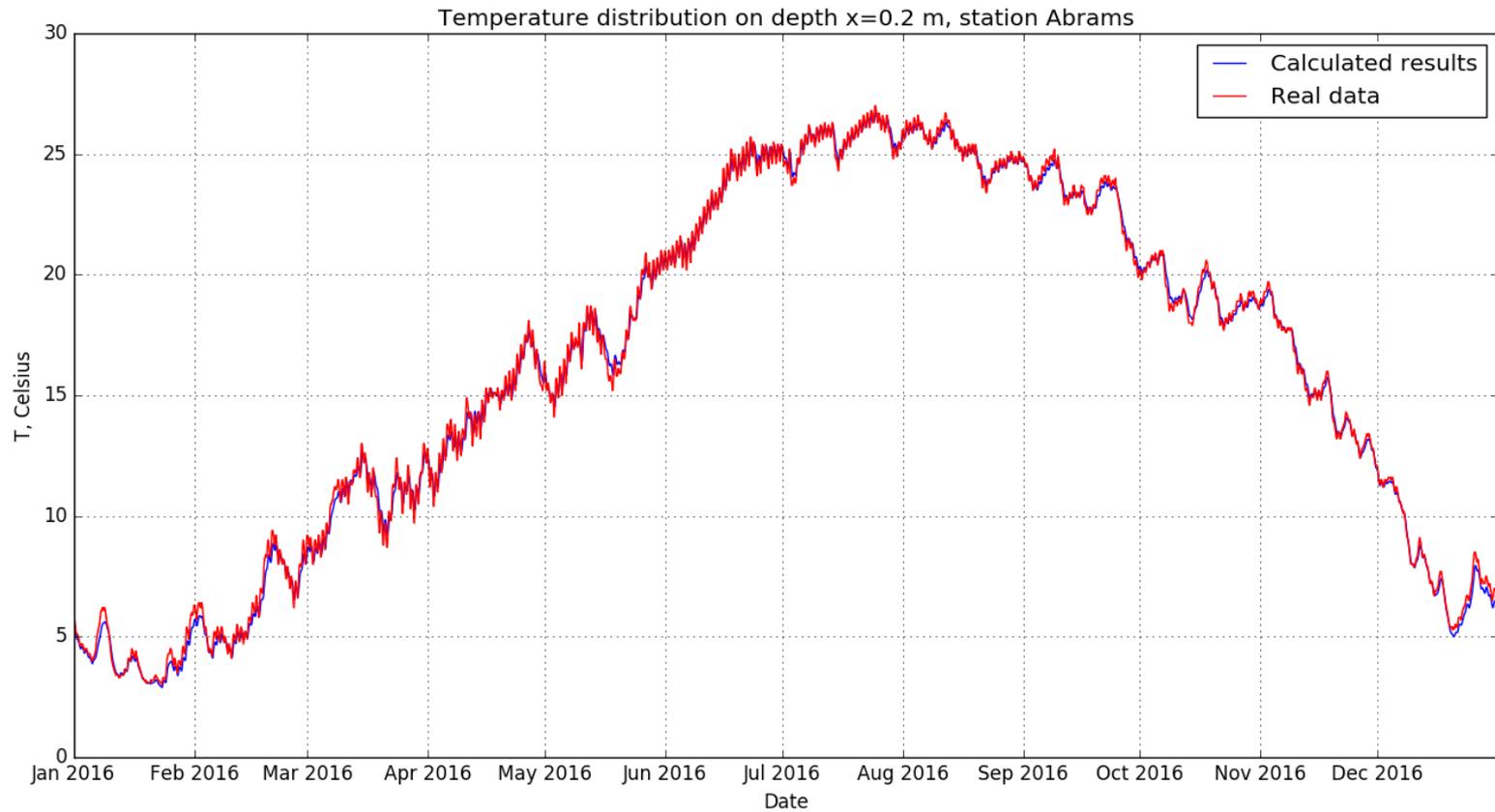
# Средняя и среднеквадратичная ошибки вычислений (°C)

Глубина:	$x = 0.05$ м	$x = 0.1$ м
Средняя ошибка	<b>0.4304</b>	<b>0.4545</b>
Среднеквадратичная ошибка	<b>0.5106</b>	<b>0.573</b>

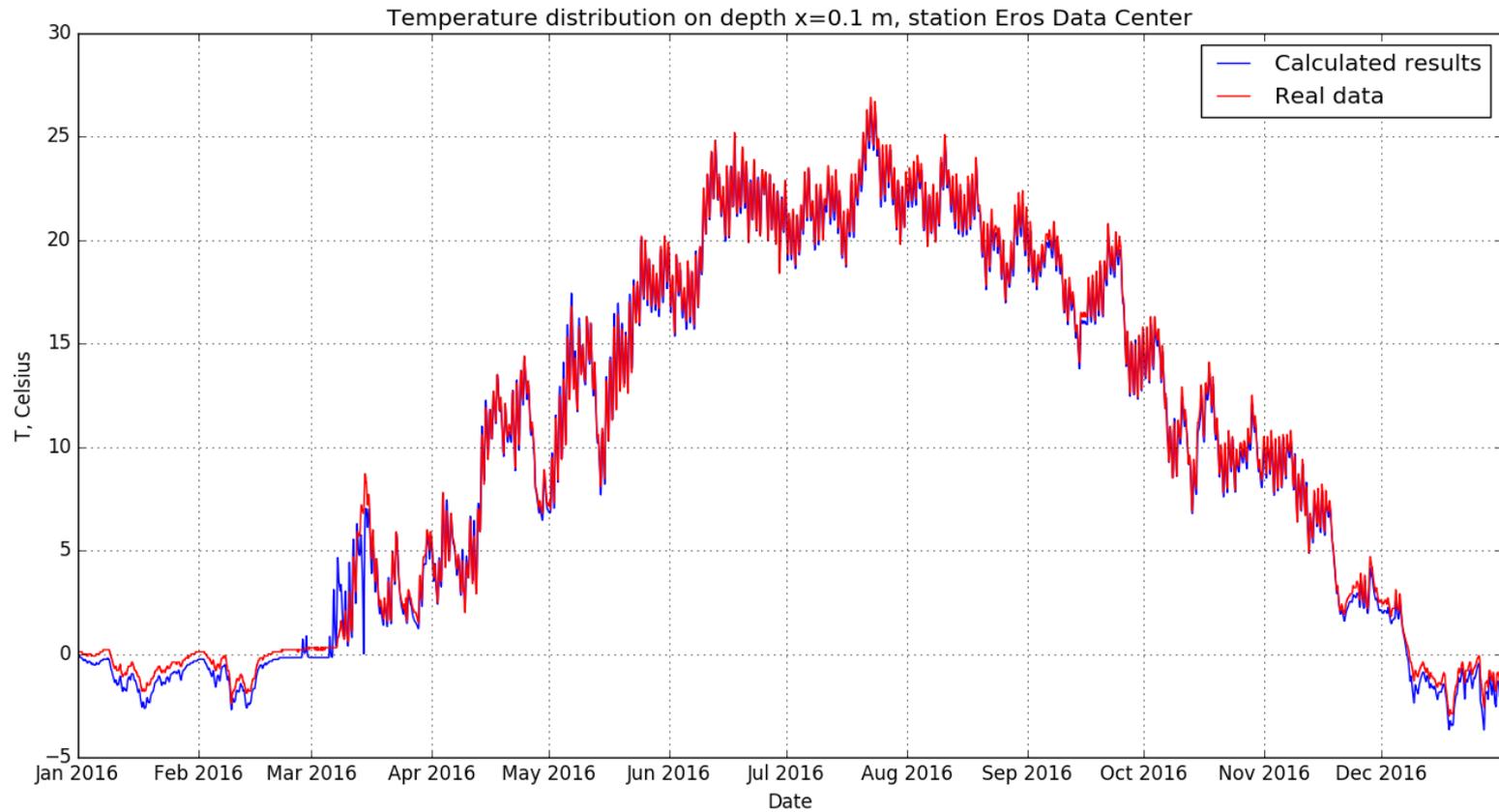
# Результаты моделирования



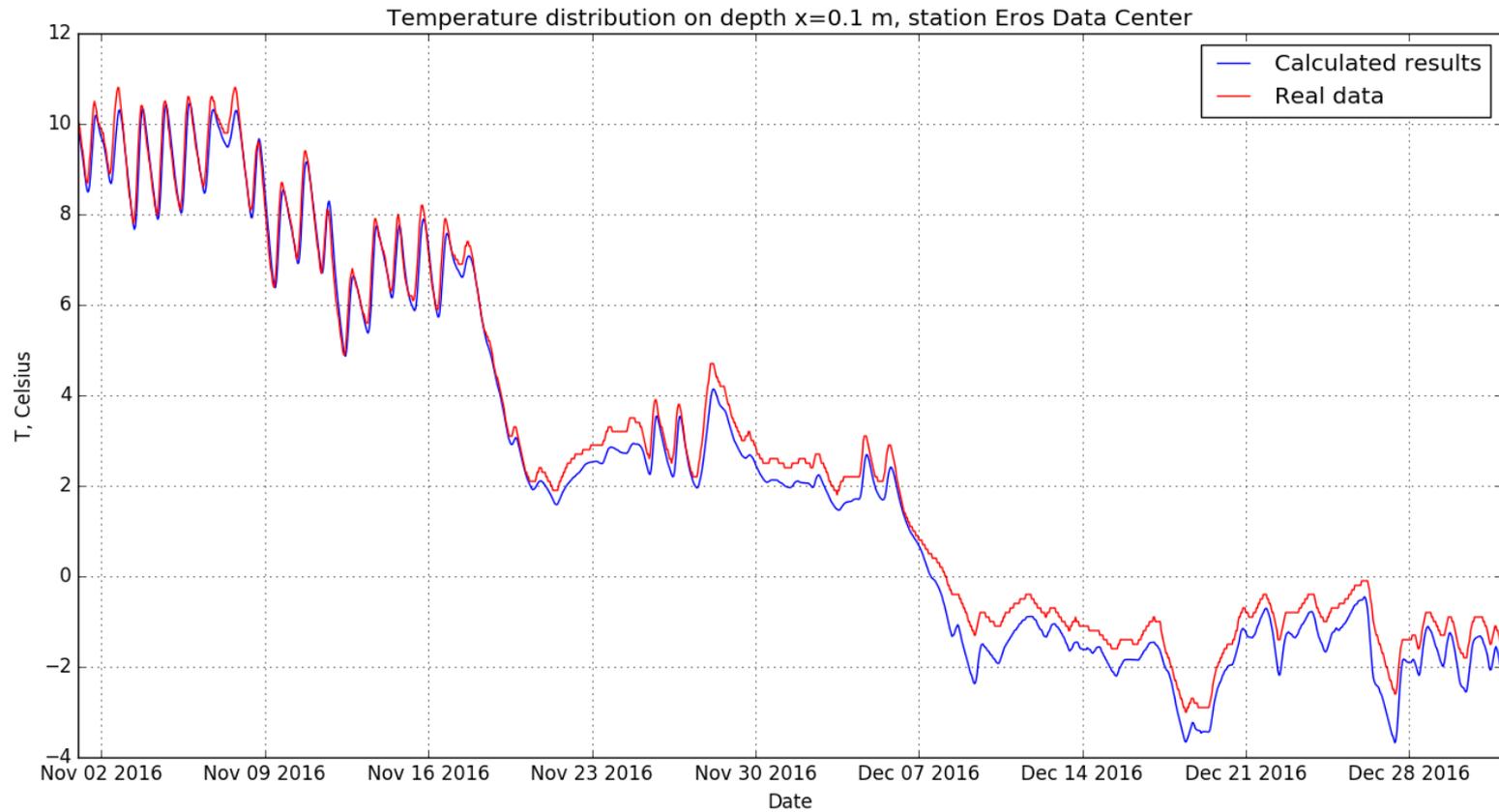
# Результаты моделирования



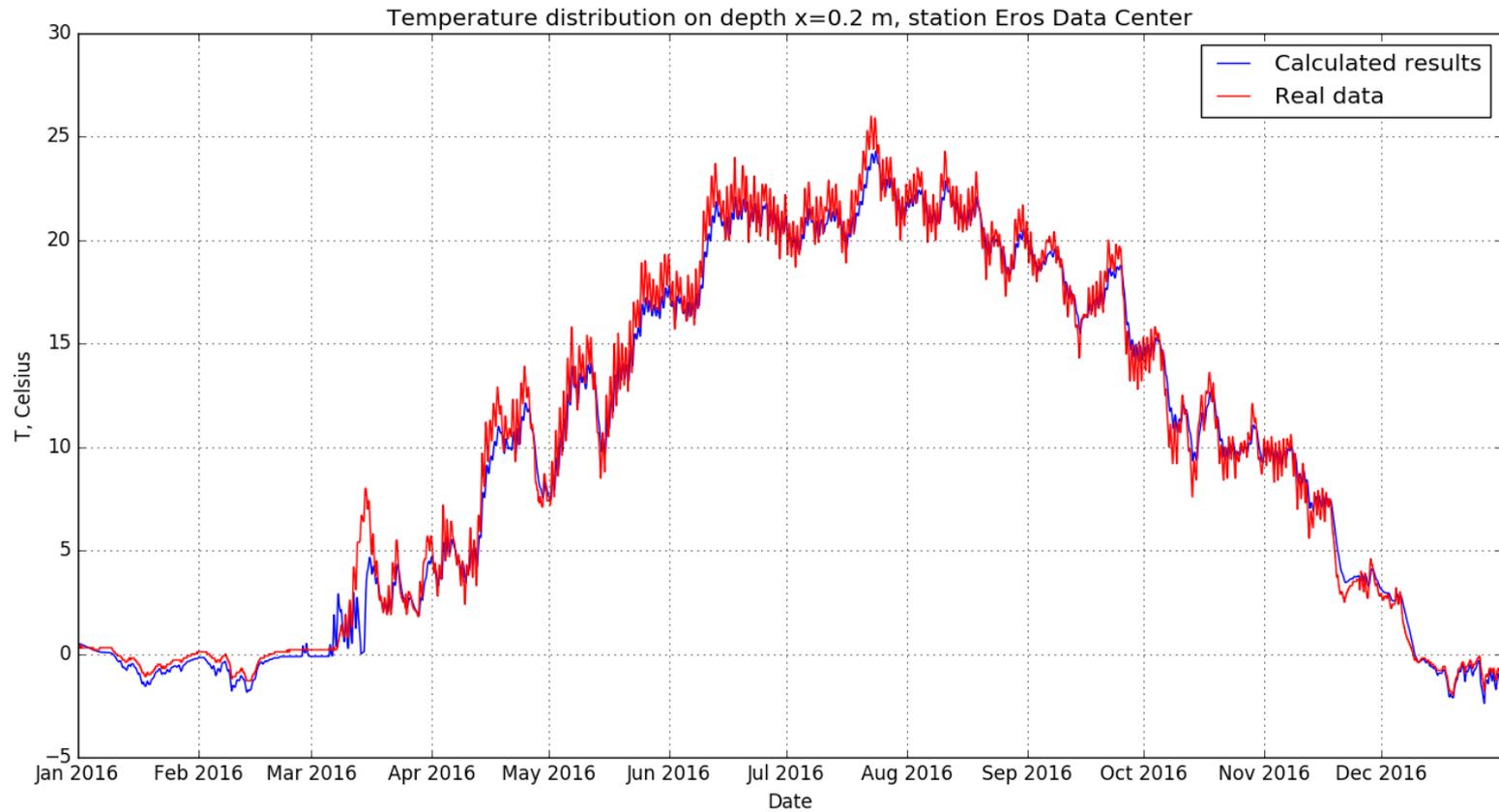
# Результаты моделирования



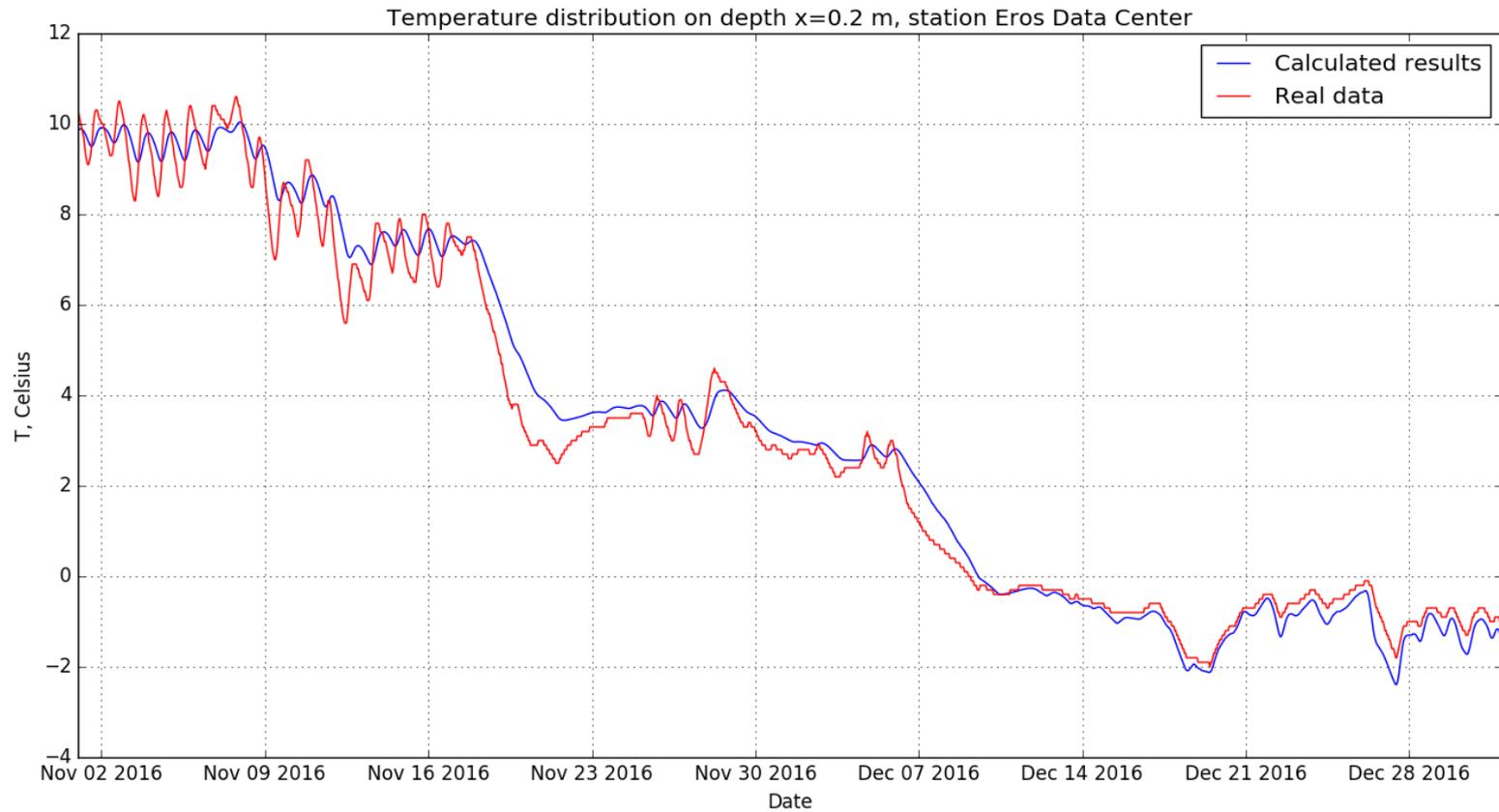
# Результаты моделирования



# Результаты моделирования



# Результаты моделирования



## Заключение

- Математическая модель распределения температуры в почве была протестирована на реальных данных, наблюдается хорошее качественное и количественное согласование численных расчетов и прямых данных измерений.
- Дальнейшие планы: разработать систему задания верхних граничных условий на основе параметризаций, а также добавить в модель снежный покров.

Спасибо за внимание!