

ENVIROMIS-2016

11-16 июля 2016 г., ИМКЭС СО, г. Томск

**RANS приближение
моделирования турбулентности в
задачах окружающей среды**

А. Ф. Курбацкий

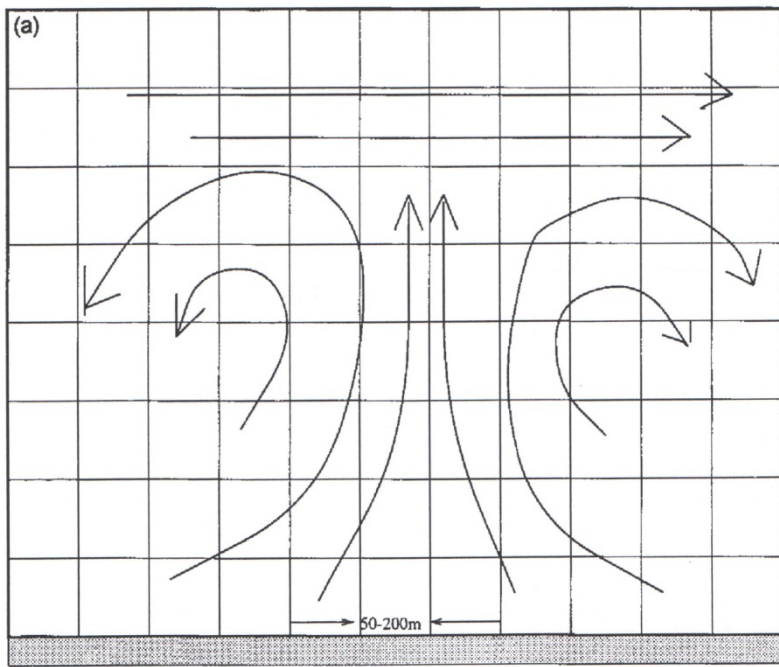
ИТПМ им. С.А. Христиановича СО РАН

СОДЕРЖАНИЕ

1. RANS-3 приближение моделирования турбулентности
2. Планетарный пограничный слой (ППС)
 - Вихревая диффузия импульса и тепла в устойчиво стратифицированном ППС
 - Перемежаемость турбулентности в устойчиво стратифицированном ППС
 - Вихревой перенос в свободной атмосфере
3. Проникающая турбулентная конвекция в ППС (городской остров тепла)

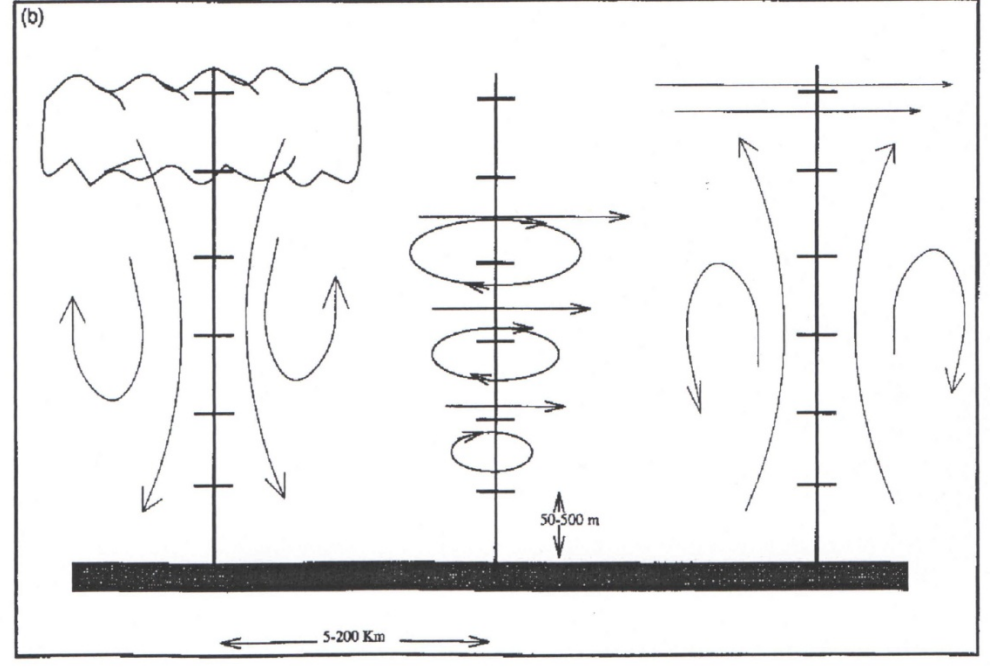
LES

Large-Eddy Simulation (LES)
domain



RANS

Mesoscale domain
(RANS approach)



Improved RANS approach turbulence modeling

Reynolds stresses, $\overline{u_i u_j}$

$$\frac{D}{Dt} \overline{u_i u_j} + D_{ij} = P_{ij} + \overline{u_i h_j} + \overline{u_j h_i} - \Pi_{ij}$$

Heat fluxes, $\overline{u_i \theta}$

$$\frac{D \overline{u_i \theta}}{Dt} + D_i^h = \overline{u_j \theta} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \overline{u_j \theta} \frac{\partial \Theta}{\partial x_j} + g_i - \Pi_i$$

$$\Pi_i = \frac{\rho}{x_i}$$

Modification of pressure-scalar correlation, in the stably stratified turbulence

$$\overline{p_i} = \overline{p}, i$$

The relaxation linear model employed for the slow term:

$$\overline{u_i} = \overline{u_i} p^{-1}$$

and in 'standard' the second order closure models usually assume, that

$$p = E /$$

But, such closure may not necessarily apply to stably stratified flows!

Indeed, the time scale p must include a buoyancy frequency N (effect of internal waves on turbulent transport) :

$$(*) \quad p = / [1 + a^2 N^2]$$

The physical reason behind (*) is that in stably stratified flows, eddies work against gravity and lose the TKE, which converted to potential energy.

Full Explicit Models for Turbulent Momentum and Heat Fluxes

$$\frac{Db_{ij}}{Dt} + D_{ij} = 0 = \frac{4}{3} ES_{ij} \left(\frac{u_{ij} + v_{ij}}{x_j} \right) + B_{ij} \Pi_{ij}$$

$$\frac{Dh_i}{Dt} + D_i^h = 0 = h_j \frac{U_i}{x_j} \frac{u_{ij}}{x_j} + g_i \Pi_i,$$

Algebraic equations for $b_{ij} = u_i u_j / E$ and $h_i = u_i$:

$$b_{ij} = \frac{1}{3} E S_{ij} \left(\frac{u_{ij} + v_{ij}}{x_j} \right) + \frac{2}{3} B_{ij}$$

$$A_{ij} h_j = b_{ij} + \frac{2}{3} \frac{u_{ij} E}{x_j} + g_i \Pi_i$$



Improved RANS approach turbulence modeling: eddy diffusivities of momentum and heat

$$\left(\langle uw \rangle, \langle vw \rangle \right) = K_M \frac{U}{z}, \frac{V}{z}$$

$$\langle w \rangle = K_H \frac{1}{z} + c$$

$$K_M = \frac{E^2}{S_M}$$

$$K_H = \frac{E^2}{S_H}$$

Improved RANS approach turbulence modeling: the closure procedure

Turbulent kinetic energy

$$\frac{DE}{Dt} + \frac{1}{2} D_{ii} = \tau_{ij} \frac{U_i}{x_j} + \beta_i h_i \quad \varepsilon, \quad E = (1/2) u_i u_i$$

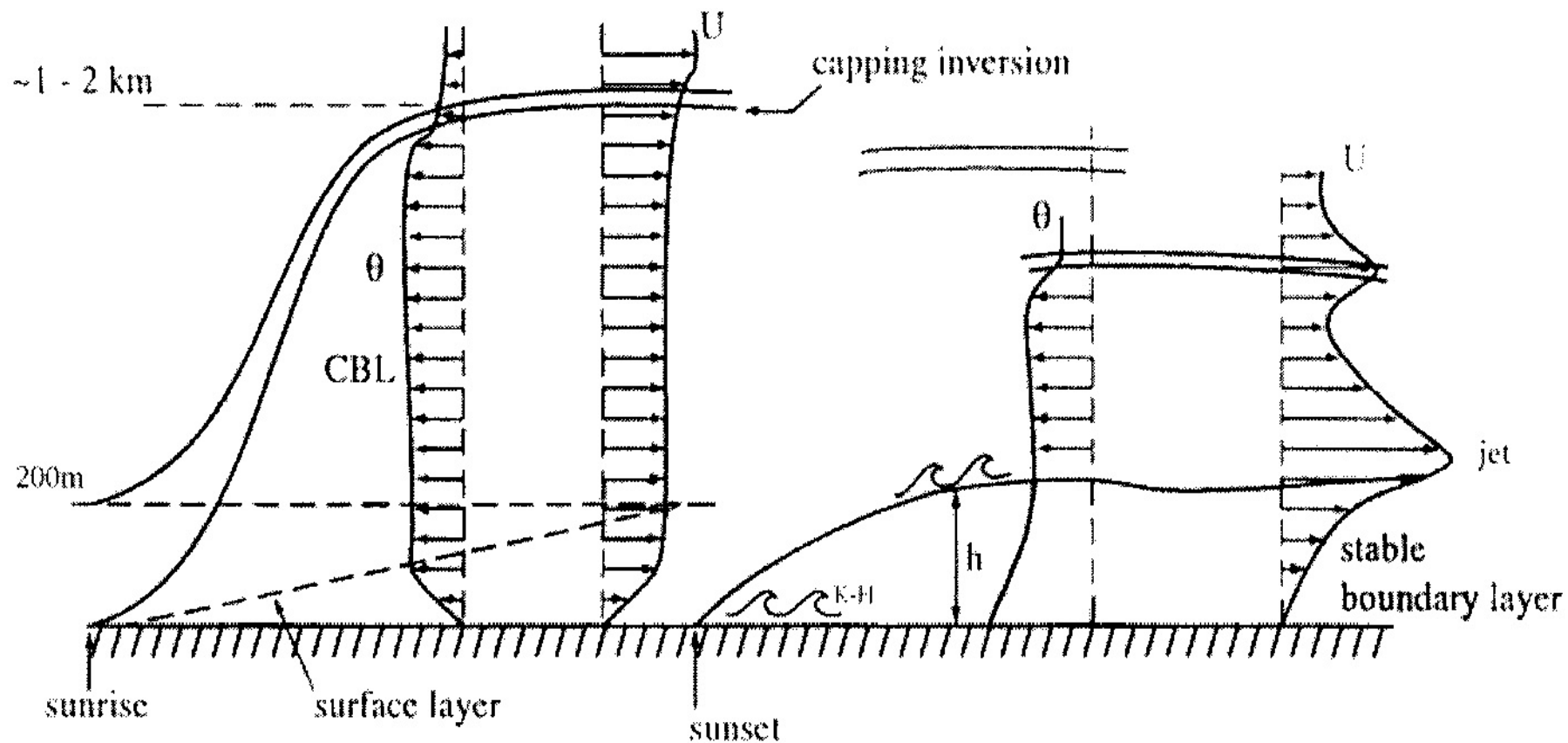
TKE dissipation,

$$\frac{D\varepsilon}{Dt} + D_\varepsilon = c_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{E} u_i u_k \frac{U_i}{x_k} + \beta g \delta_{i3} u_i \theta \quad c_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{E},$$

Temperature variance, $\overline{\theta^2}$

$$\frac{D \theta^2}{Dt} + D_{\theta^2} = 2h_i \frac{\Theta}{x_i} - 2\varepsilon_\theta,$$

Развитие пограничного слоя над плоской земной поверхностью



Противоградиентный перенос тепла в нижней атмосфере

- Измерениями самолетной лаборатории фиксировался (Telford and Warner, 1964) слегка положительный градиент потенциальной температуры при направленном вверх потоке тепла (в диапазоне высот от 150 m до 1250m)

$$\overline{w} > 0, \quad / \quad z > 0 \text{ и, если } \overline{w} = K_H \quad / \quad z, \text{ то}$$
$$K_H < 0 (?)$$

- Вопрос: как направленный вверх поток тепла может сохраняться при исчезающем или слегка положительном градиенте потенциальной температуры?

DEARDORFF' COUNTER-GRADIENT(1966)

$$0 = 2\overline{w} \frac{\overline{w^2}}{z} - \frac{\overline{w^2}}{z} - 2$$

$$\overline{w} = K_h \left(\frac{\overline{w^2}}{z} - c \right), \quad c > 0$$

$$c \left(\frac{\overline{w^2}}{z} \right)_{\text{upper limit}} = \left(\frac{\overline{w^2}}{z} \right) / \overline{w}$$

$$c = 0,65 \text{ C}_M^{-1} (h = 350\text{m}; \text{Telford \& Warner, 1964})$$

Understanding of 'counter-gradient' heat flux

$$\frac{D \overline{\theta^2}}{Dt} = P_2 + D_2 \quad 2$$

$$P_2 = 2 \overline{w \theta} \quad / \quad z > 0$$

"smoothing" term

$$D_2 = (\overline{w^2} / z) \quad \text{turbulent diffusion}$$

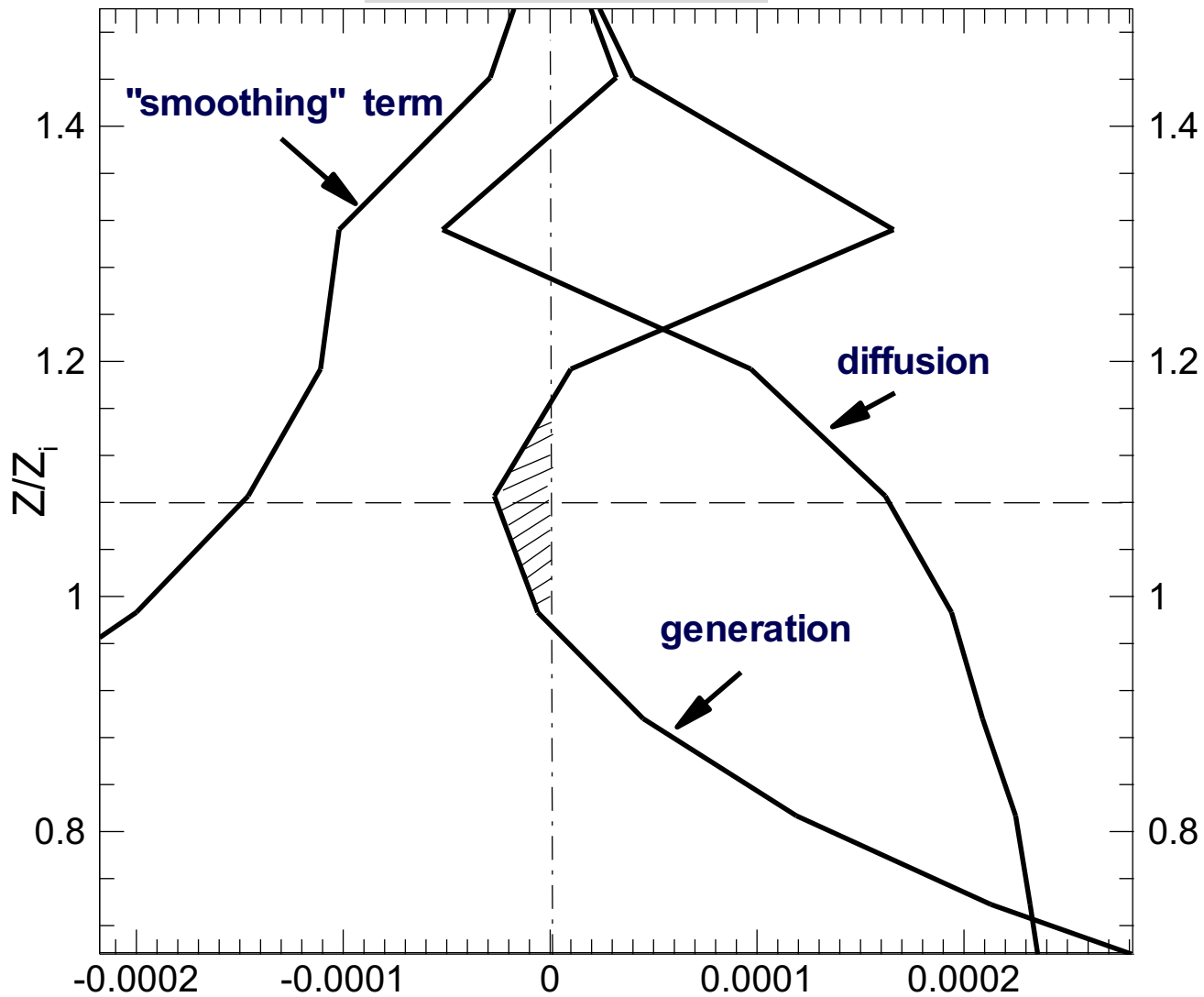
→ когда диффузия пренебрежимо мала, поток тепла должен быть направлен по градиенту:

$$\overline{w} = K_H \quad / \quad z$$

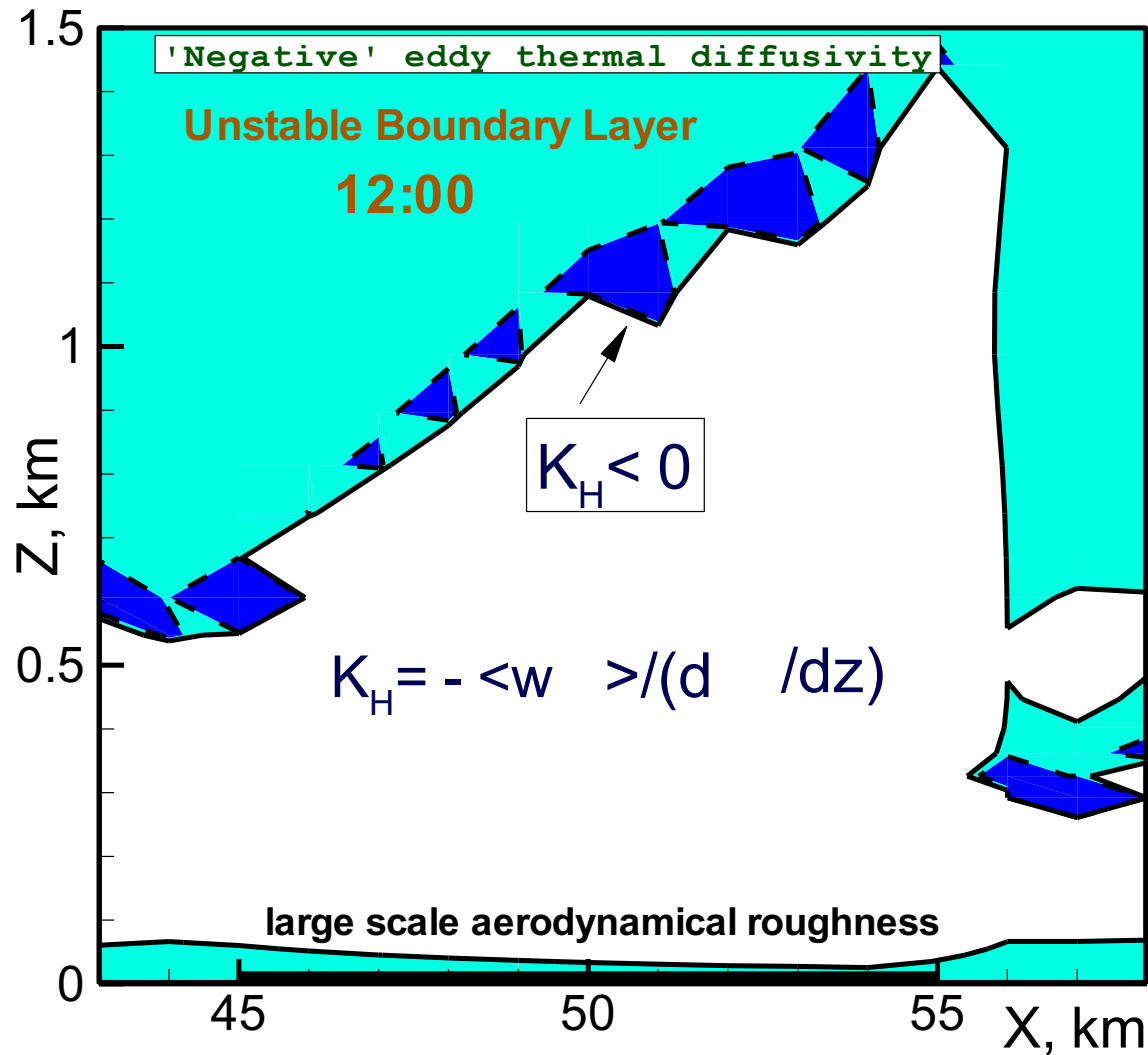
→ когда диффузионный член положителен и превосходит сглаживающий член, противогradientный поток тепла может иметь место. Только тогда порождение может быть отрицательно:

$$P_2 = 2 \overline{w \theta} \quad / \quad z < 0!$$

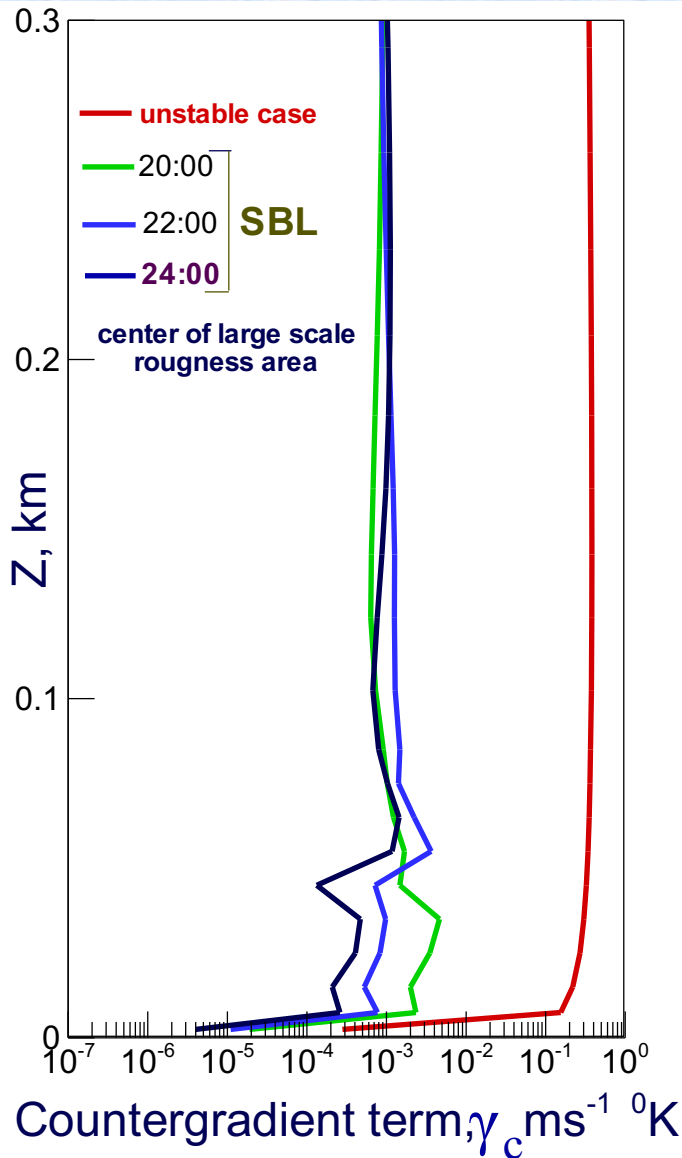
$$\frac{D}{Dt} = P_2 + D_2$$



Диагностика противогradientного потока тепла в городском конвективном АПС



Counter-Gradient term (Improved RANS- approach)



- Counter-gradient term, γ_c

$$w\theta = K_h \frac{\Theta}{z} + \gamma_c$$

$$\gamma_c = \gamma_c(S, N, \theta^2, \tau = E/\varepsilon)$$

$$S^2 = \frac{U^2}{z} + \frac{V^2}{z}$$

$$N^2 = \beta g(\Theta/z)$$

$$E = \frac{1}{2} u_i^2 \quad \text{TKE}$$

$$\varepsilon \quad \text{TKE dissipation}$$

**Вихревая диффузия импульса и
тепла в устойчиво
стратифицированном
атмосферном пограничном слое**

Computational GABLS Scenario (BLM.2006. 118: 273-303)

→ The boundary layer is driven by an imposed geostrophic wind, with a specified surface cooling rate.

→ A vertical domain of 400 m is used, with a grid mesh of 6.25m (64 vertical levels), and a time step of 2.5 s.

→ A constant geostrophic wind with height, of 8 m/s in the x-direction, is prescribed.

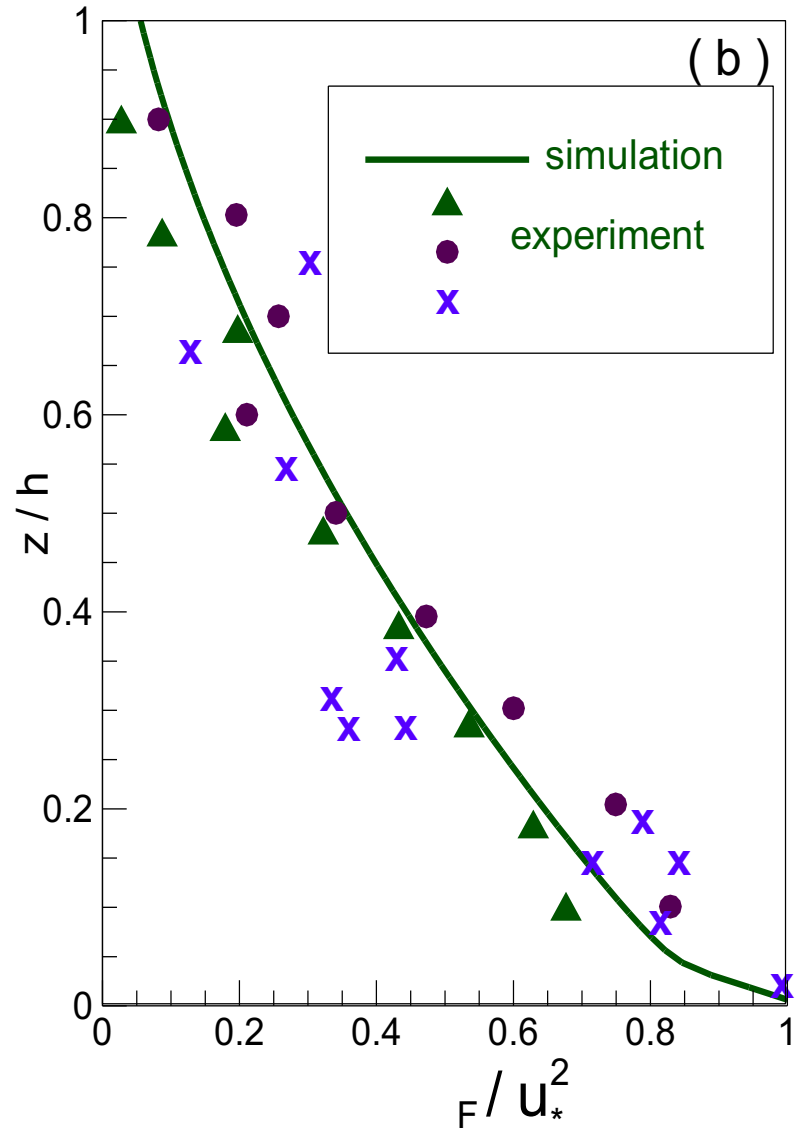
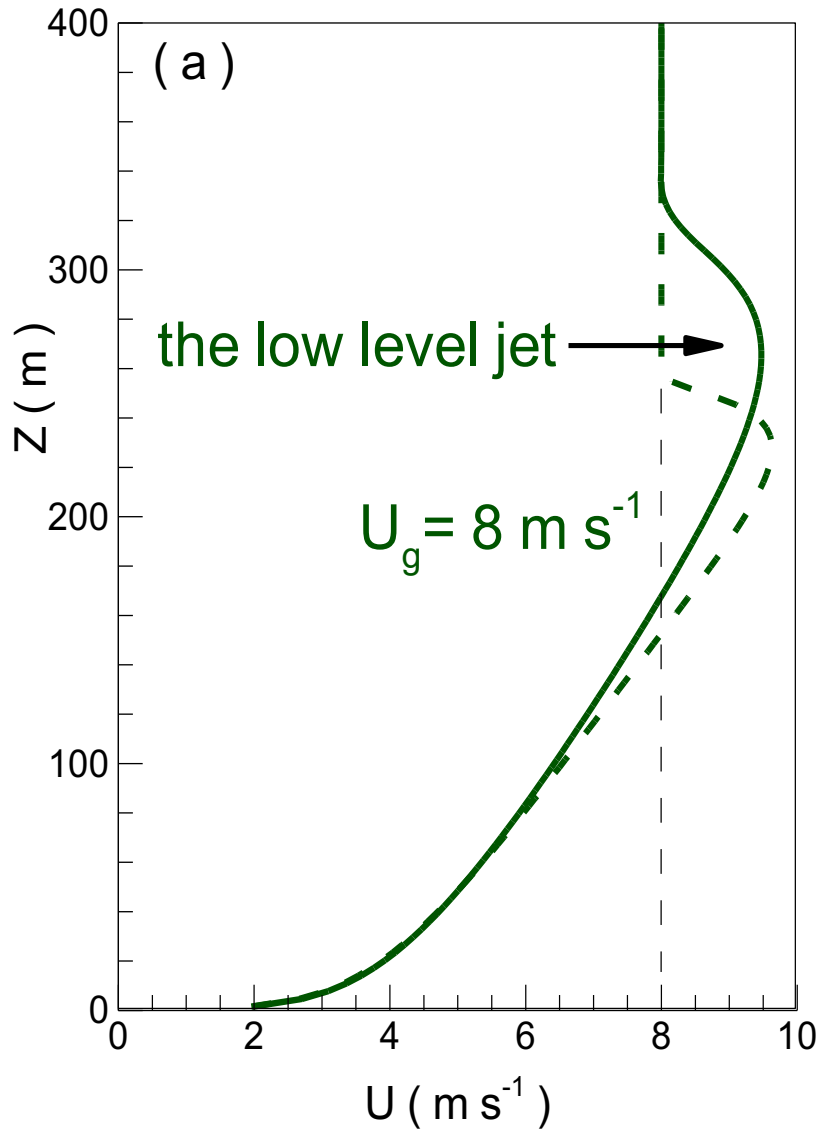
→ The initial potential temperature equals 265 K up to 100 m, and then it increases at a rate of 0.01 K/m until the domain top, where a value of 268 K is reached.

→ Surface boundary conditions:

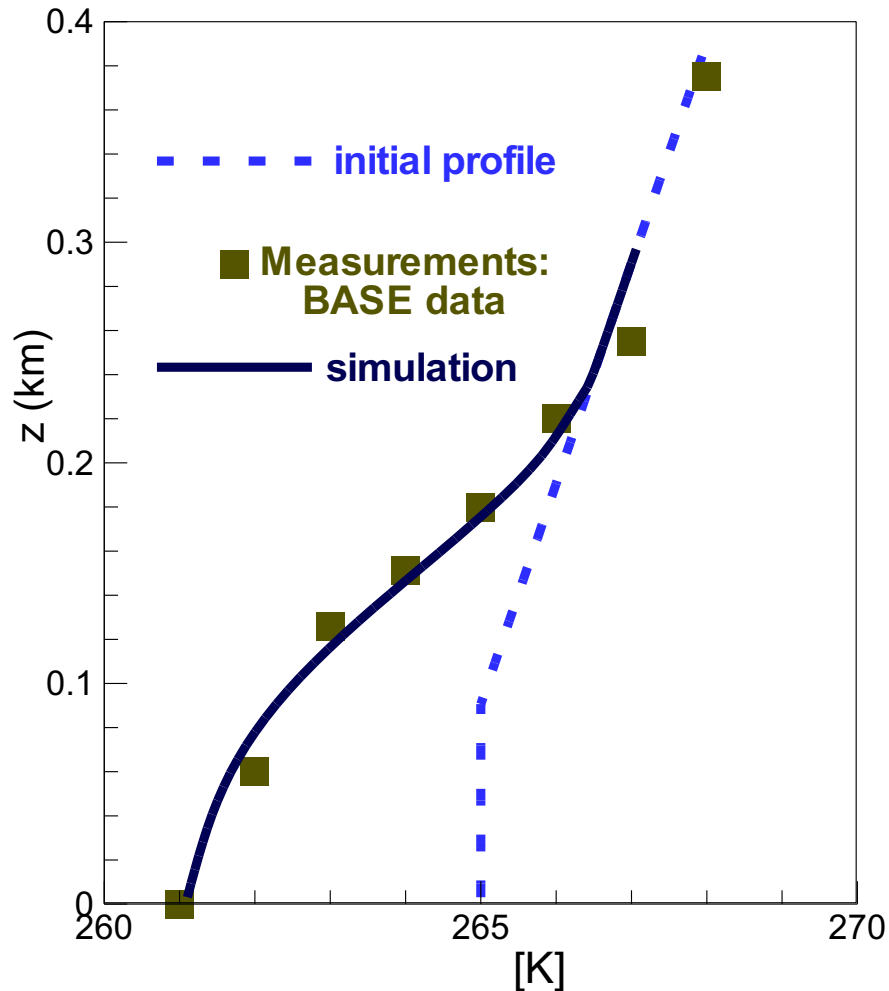
→ The turbulent values are computed using the MOST according to the noniterative procedure of Louis (1979)

→ The surface temperature is decreasing at a constant rate of 0.25 K/h.

Profiles of mean velocity and momentum flux



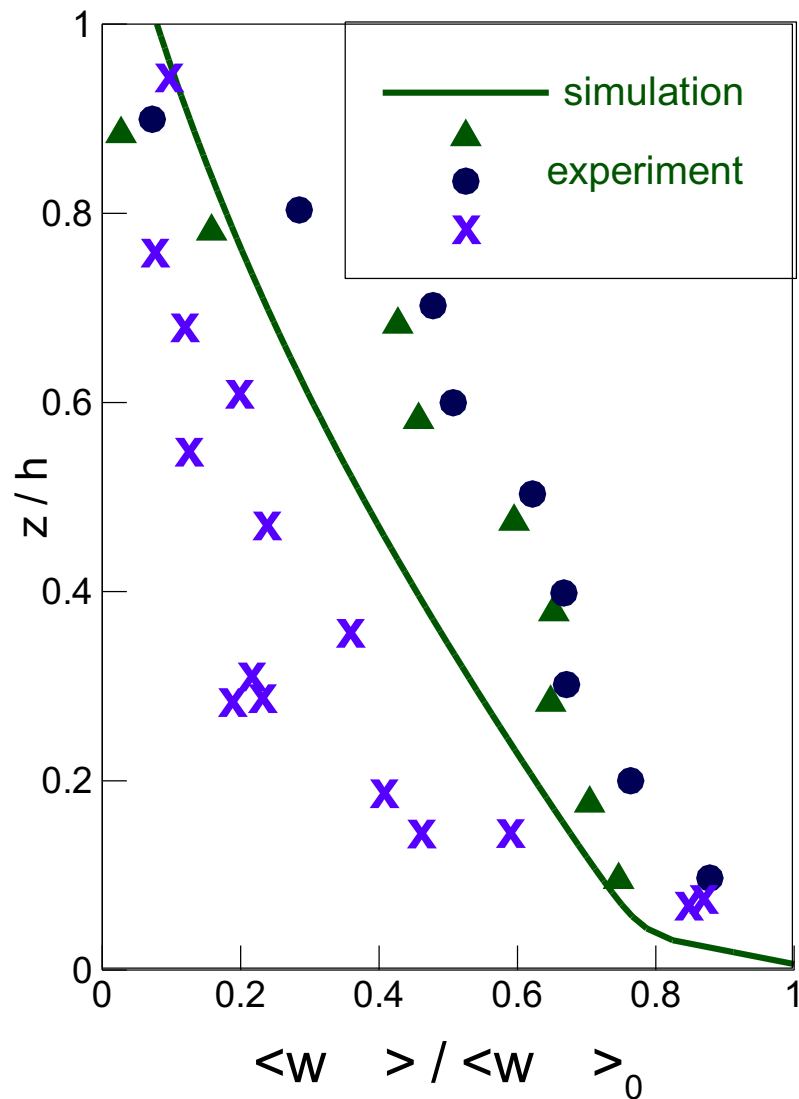
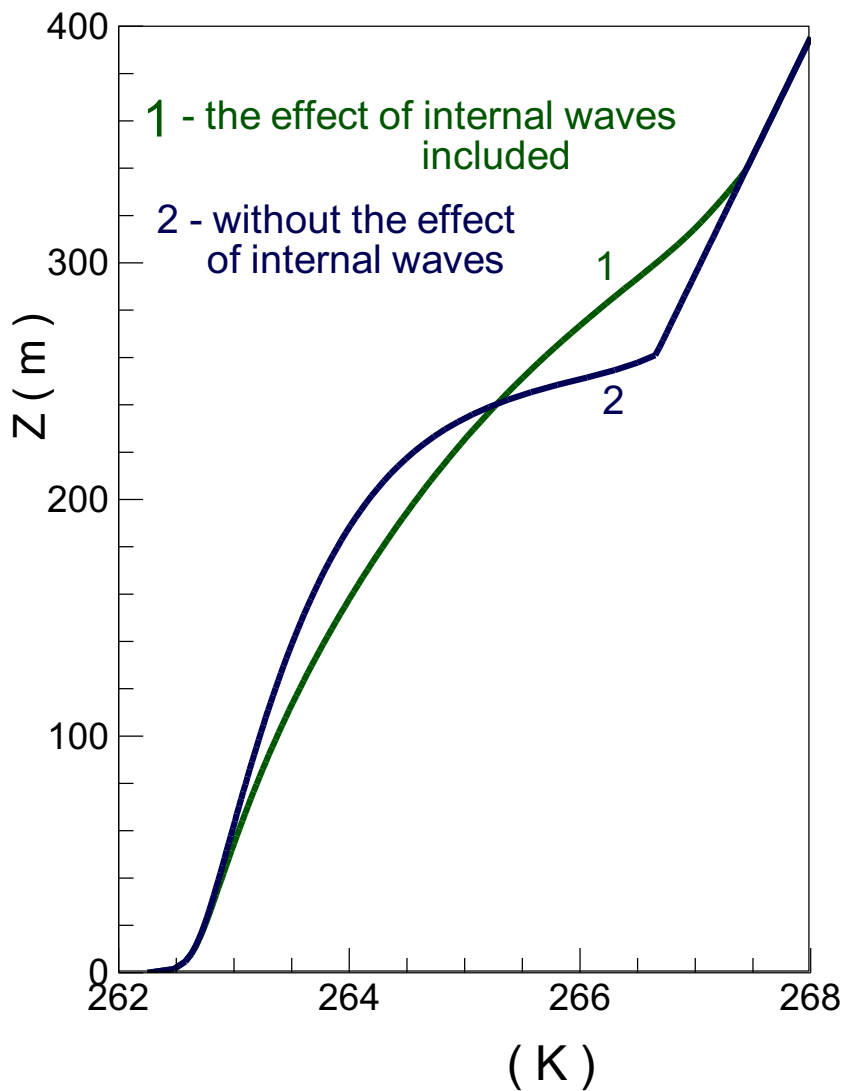
The potential temperature in the SSBL



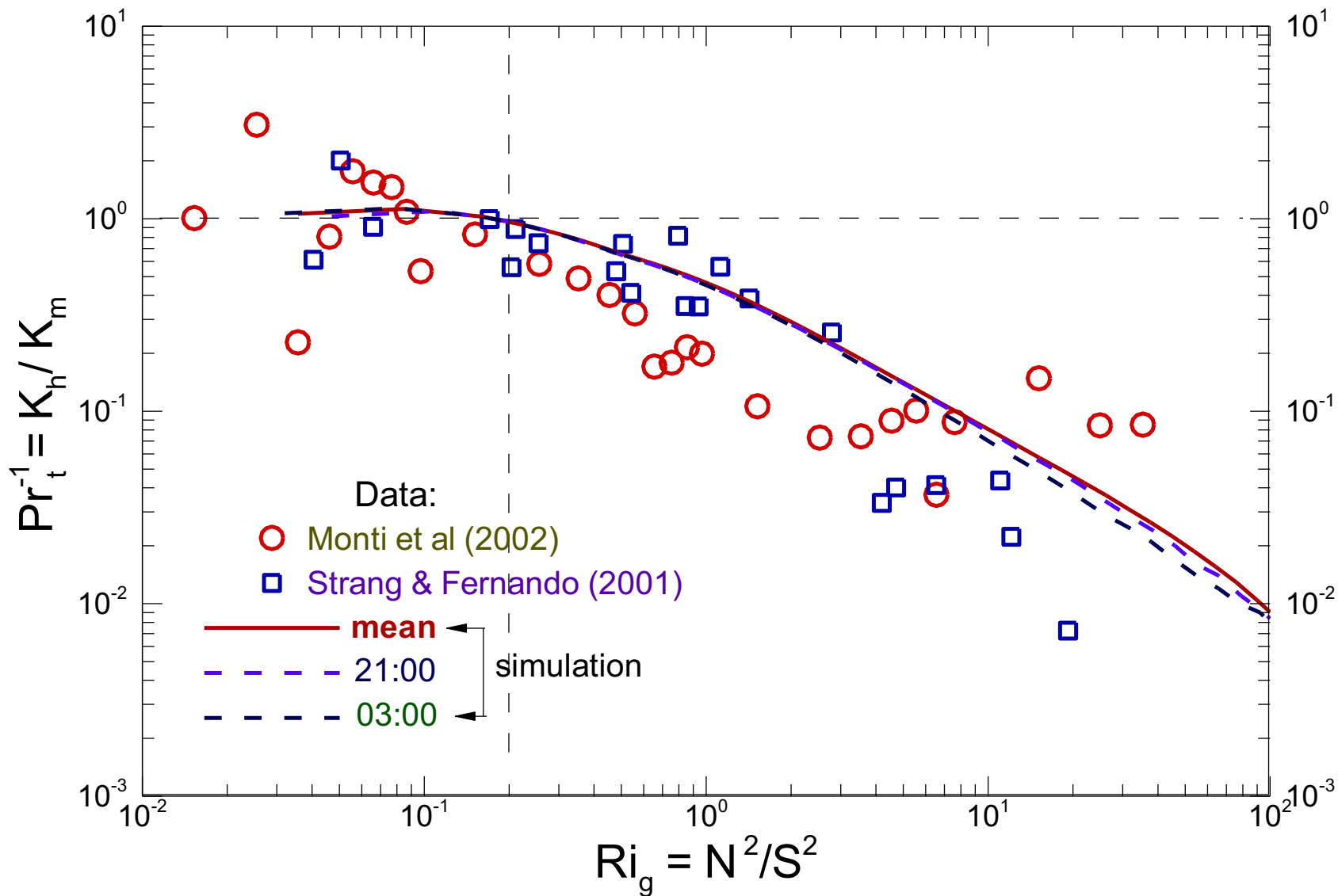
The surface temperature (265 K initially) decreasing at a constant rate of 0.05 K/h. Such a profile developed into the observed profile (square symbols at the left on a figure) after 8 h of simulation.

The elevated inversion layer within the SBL, similar to the ones here, have been found by Kosovic and Carry (2000) on the Arctic sea in their LES simulations.

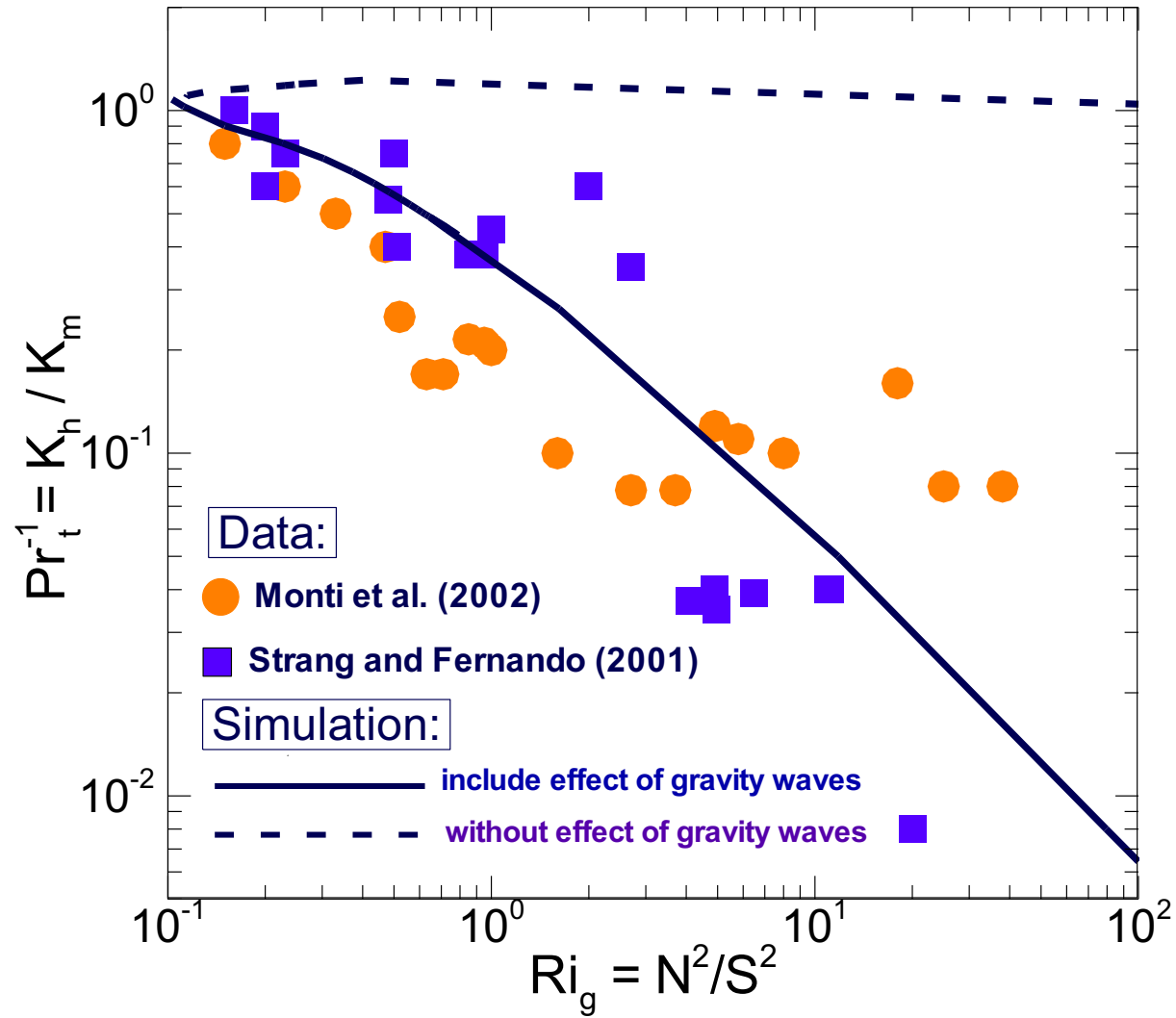
Profiles of temperature and vertical heat flux

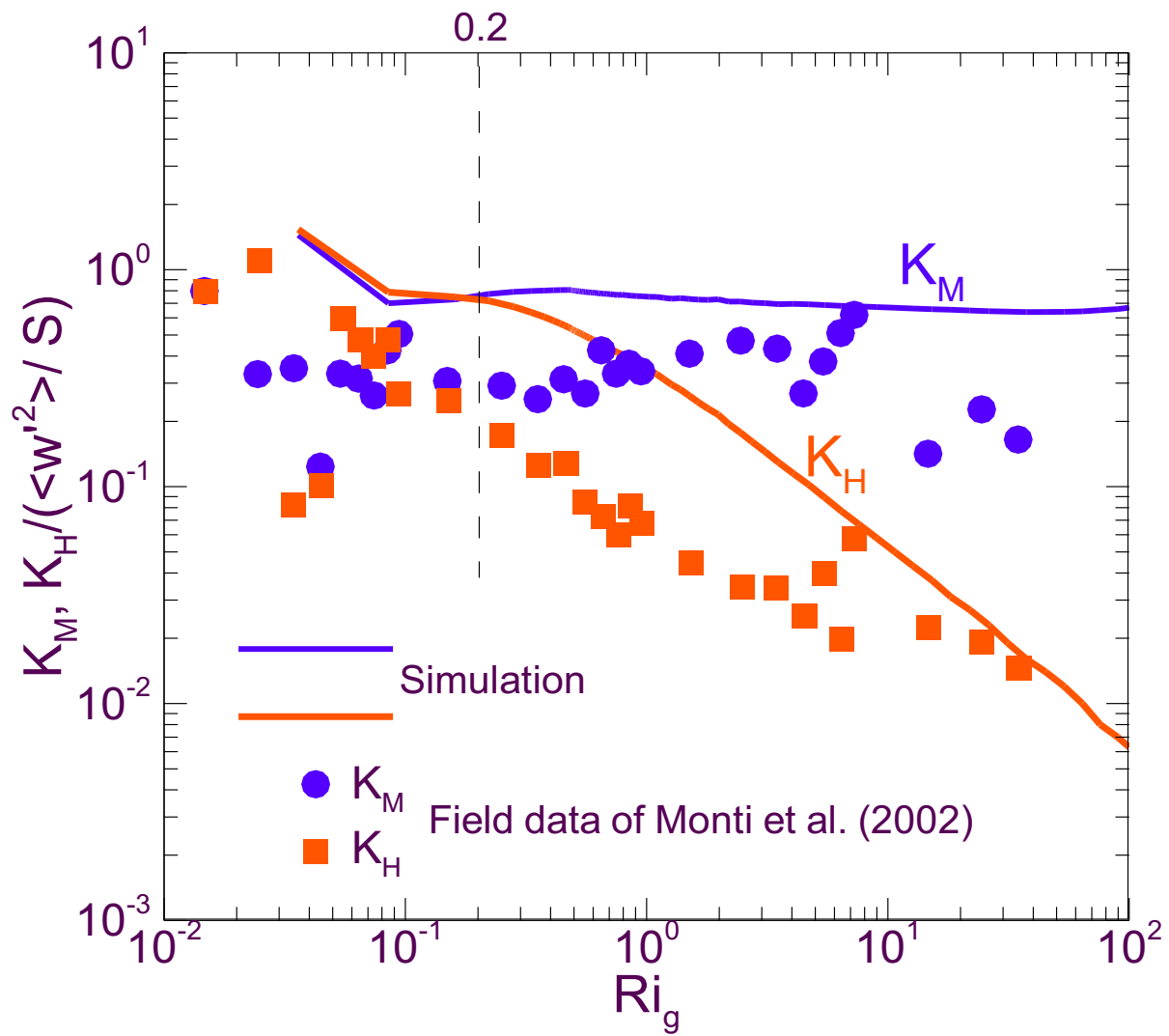


Inverse Turbulent Prandtl Number in the SBL



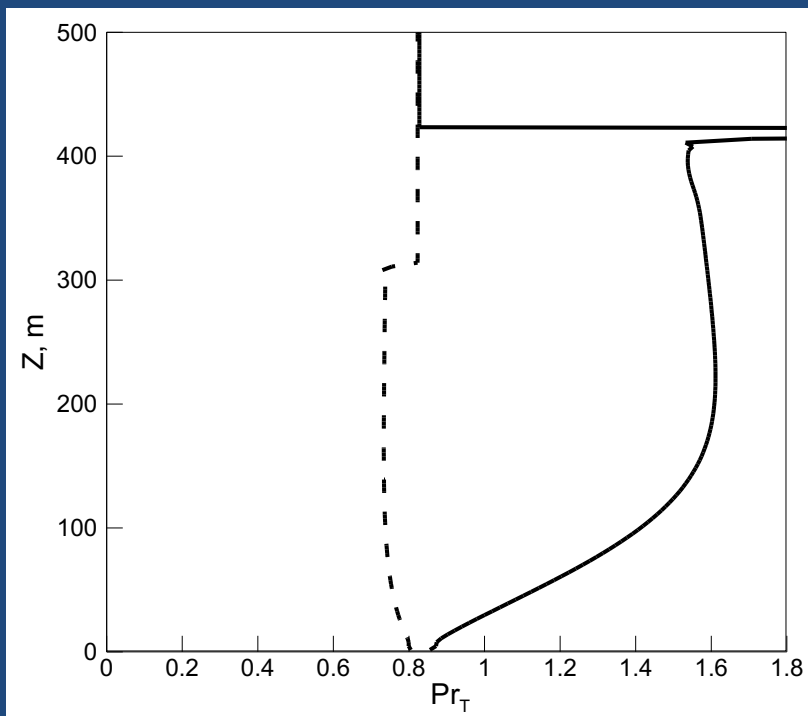
$$\text{Pr}_T^{-1} = K_h / K_m$$



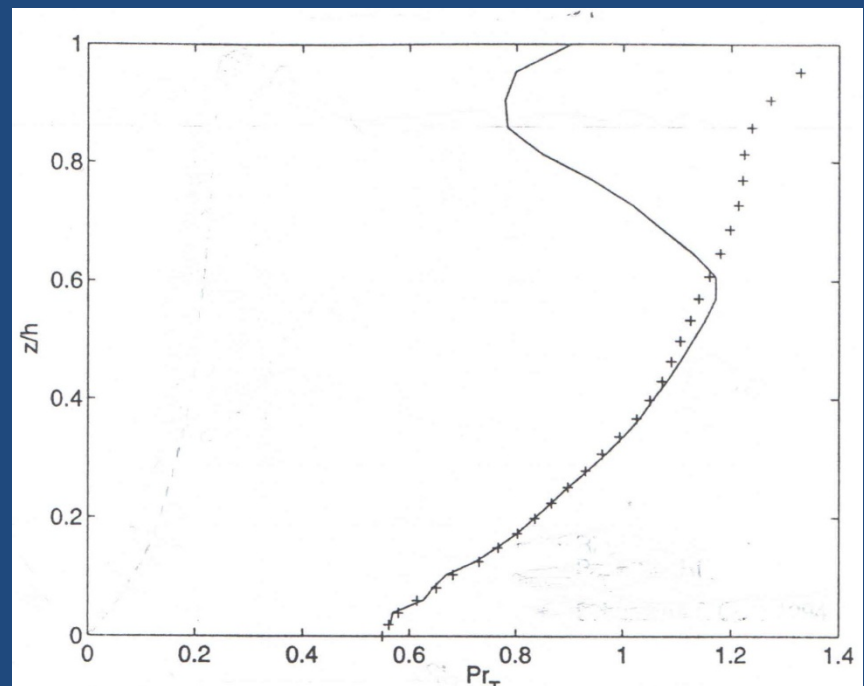


Вертикальные профили Pr_T в квазиустановившемся устойчивом ППС

Pr_T RANS моделирование



Pr_T DNS/LES моделирование

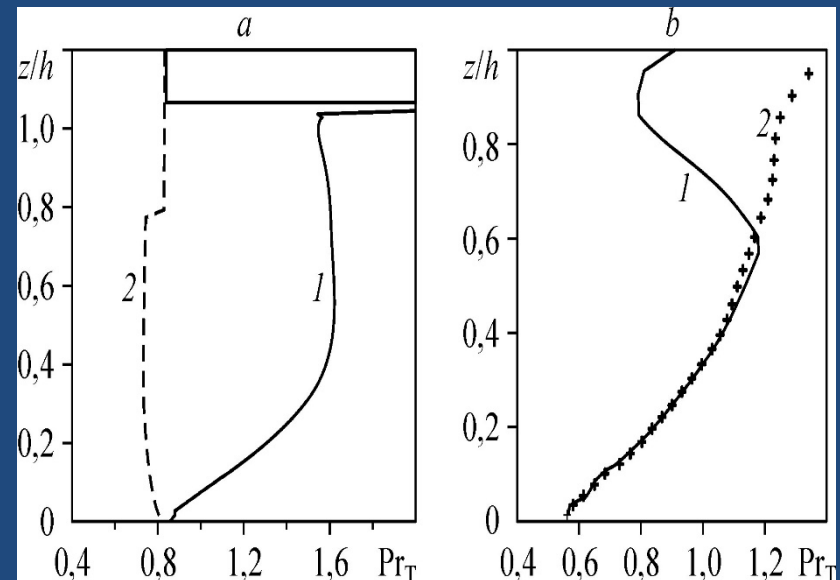
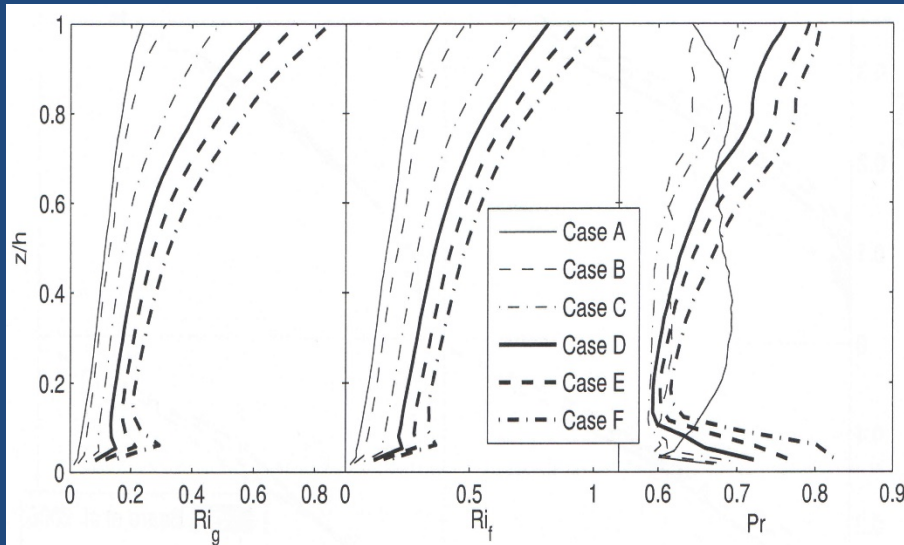


LES: JAS. 2011. 68. 2142-2155

LES or RANS ?

Modeling SBL by LES:
JAS. 2013. Vol. 70, 1513-
1527.

Improved RANS approach
modeling of SBL



**Энергетика устойчиво
стратифицированного
атмосферного пограничного слоя**

Behavior of turbulent potential energy (TPE) in stably stratified PBL

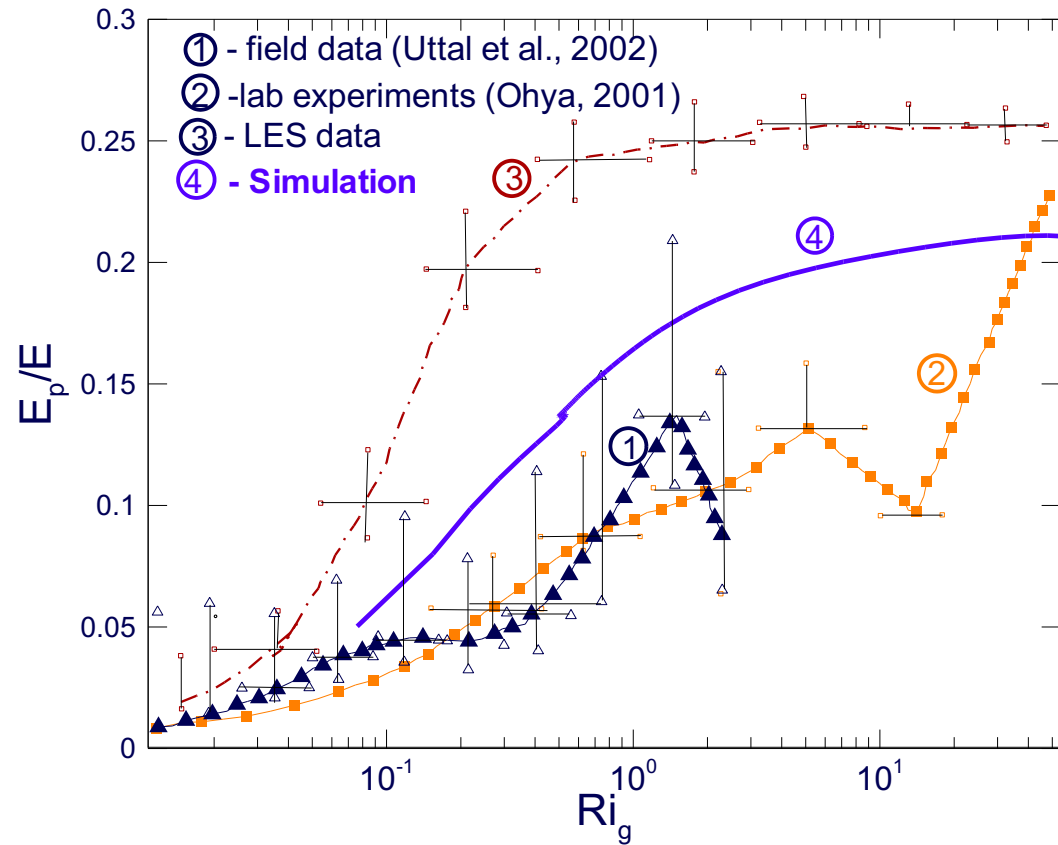
$$E_P = \frac{1}{2} \frac{g}{N} \overline{z'^2} \quad \text{TPE}$$

$$E = E_K + E_P$$

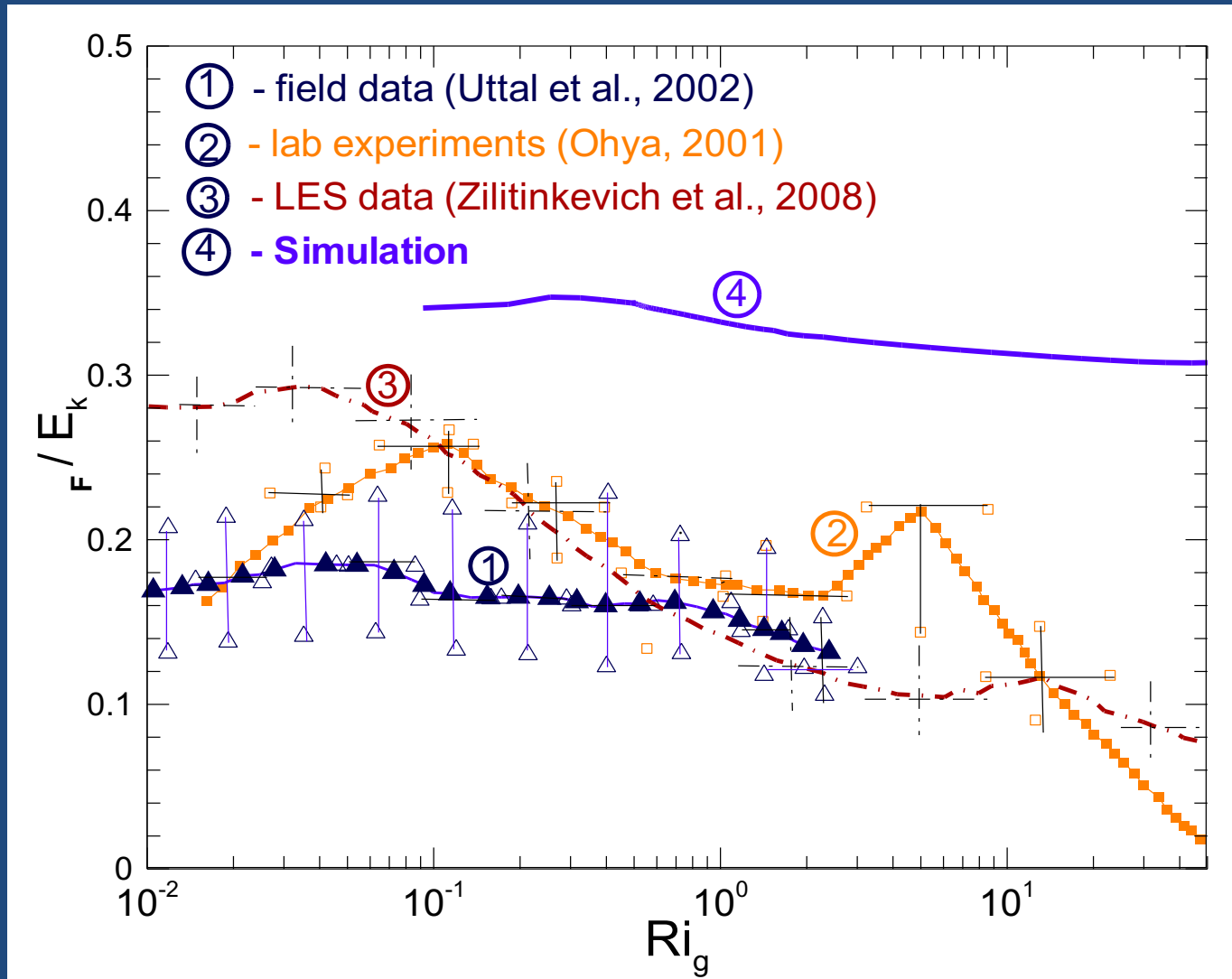
the full turbulent energy

$$E_K = (1/2) \overline{u u}$$

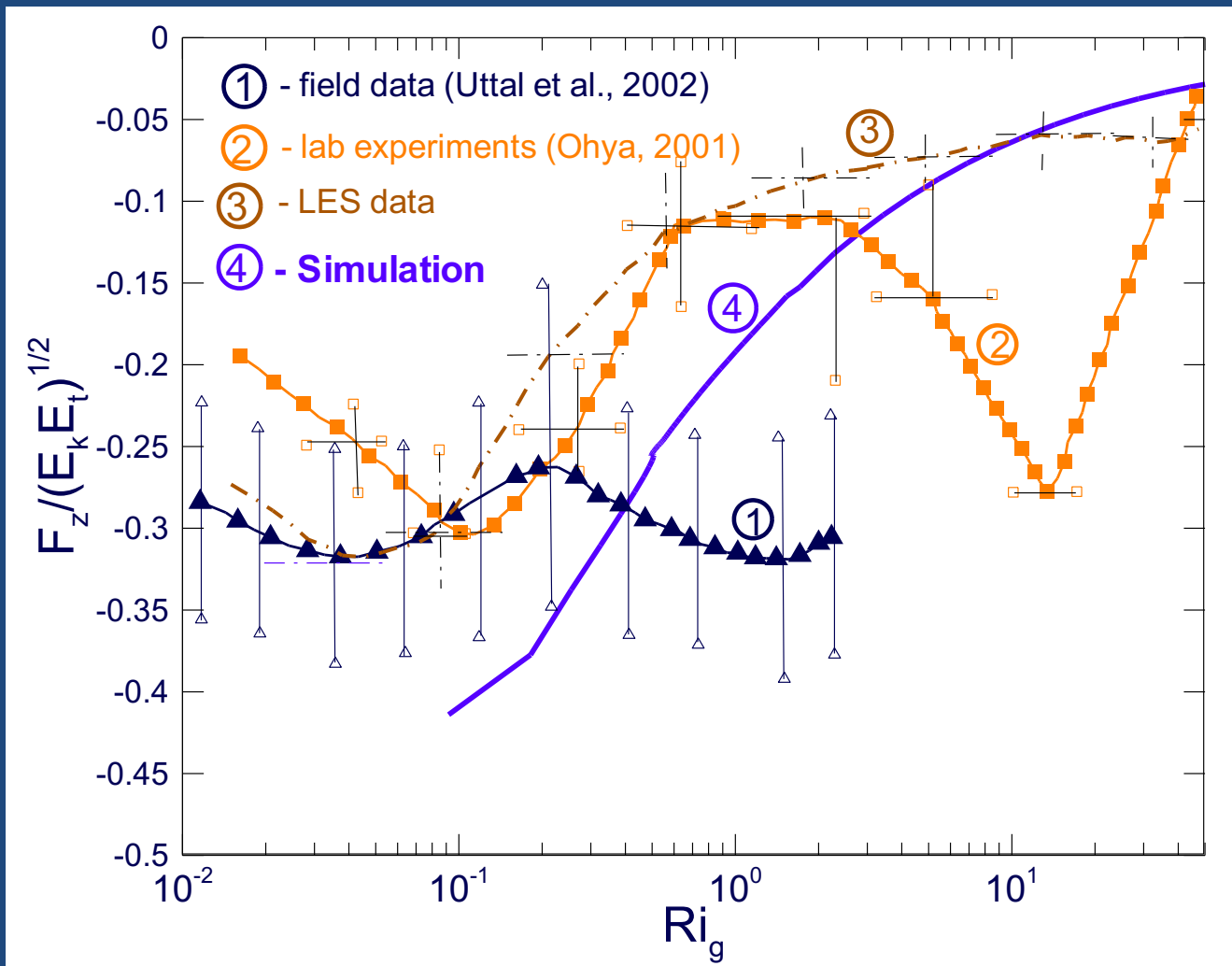
$E_P / E \approx 0.21$ with growth Ri_g



Вертикальный турбулентный поток импульса



Вертикальный турбулентный поток тепла



**Переменяемость
турбулентности в устойчиво
стратифицированном АПС**

SBL. Turbulence intermittency near to surface

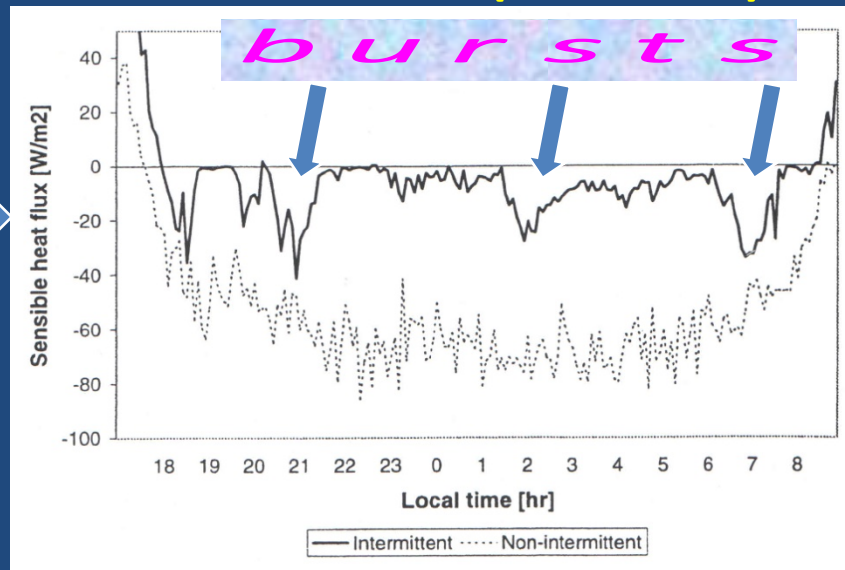
The SBL is formed at surface cooling.

This figure shows the development of turbulent heat flux near the surface during a clear night with relatively weak winds.

Intermittent turbulence is characterized by brief episodes of turbulence with intervening periods of relatively weak or unmeasurable small fluctuations (solid line).

Experiment :

CASES 99



The dashed line represents a case with continuous turbulence (strong surface winds).

Переменная турбулентность вблизи поверхности в устойчивом АПС

- Уравнение баланса ТКЕ

$$\frac{DE}{Dt} + Diff(E) = \overline{\text{порождение (сдвиг, плавучесть)}} - \overline{\text{диссипация}}$$

$$Diff(E) = -\frac{w}{z} \overline{\frac{u^2 + v^2 + w^2}{2}} + \frac{\overline{pw}}{\rho_0} = A + B$$

Градиентная параметризация: $A = \frac{K_m}{z} \frac{E}{z} \left(E = 1/2 \overline{u_i u_i} \right)$

‘Турбулентное число Прандтля’ σ_E :

$\sigma_E < 1$, если знаки механизмов переноса A и B одинаковы

$\sigma_E > 1$, если знаки механизмов A и B противоположны



Конвективный АПС (Deardorff and Willis, 1985; LES: Moeng et al.)

Устойчивый АПС вблизи поверхности (LES): Kosovic and Curry, 2000

SBL: modeling of intermittent turbulence near to surface

TKE transport equation $(E = 1/2 \overline{u_i u_i})$

$$\frac{DE}{Dt} = \boxed{\frac{K_m}{z} \frac{E}{\sigma_E z}} + (P + G) - \varepsilon$$

- ‘Standard’ (e. g. Duynkerke, 1988), $\sigma_E ; 1$ accelerates the turbulent diffusion, smoothing out the intermittent bursts.

$\sigma_E ; 2.5$ is necessary for simulating intermittent turbulence.

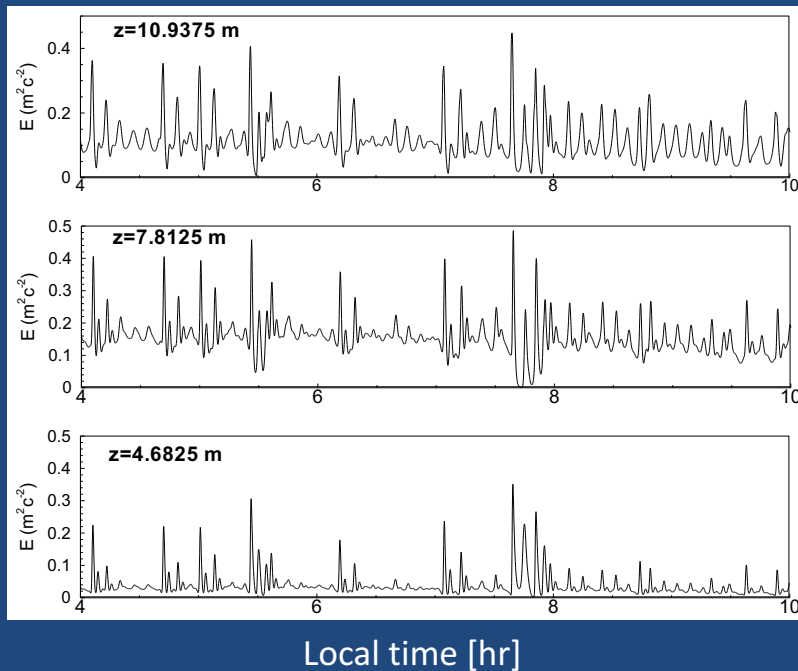
- При уменьшении вертикальной диффузии ТКЕ ($\frac{E}{\sigma_E} > 1$) требуется увеличение потока диссипации ($\frac{E}{\sigma_E} < 1$); транспортный член в уравнении является источником конвергенции потока в слой.

$$\frac{DE}{Dt} = \boxed{\frac{K_m}{z} \frac{E}{\sigma_E z}} = \frac{(P + B)}{E} - \frac{\varepsilon}{E}$$

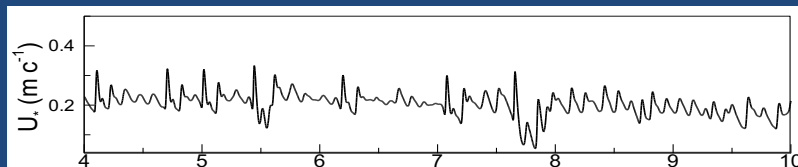
SBL. Simulation of turbulent energy intermittency near to surface: sensitivity test of improved RANS-approach

In the present study has been tested capability of Improved RANS-approach in reproduction of the intermittent turbulence.

Time series of TKE for a quasi-steady state of SBL



The vertical intermittent events under external conditions of low-wind and clear skies are generated at surface, propagating upwards through the turbulence transfer term in the TKE equation.



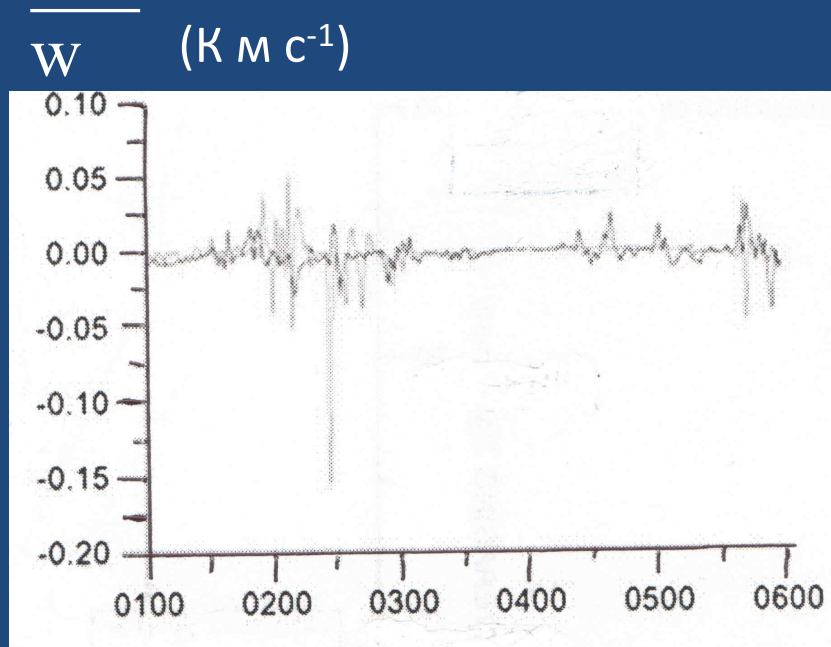
Time series of friction velocity nearest to surface

Переменяющийся турбулентный поток тепла вблизи подстилающей поверхности

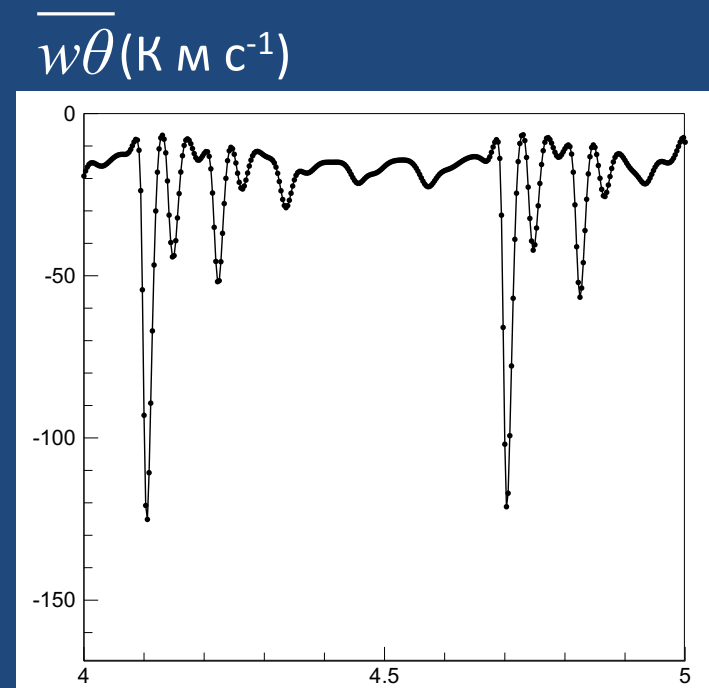
Измерения:

VLM.2010.136. 165-174

RANS моделирование

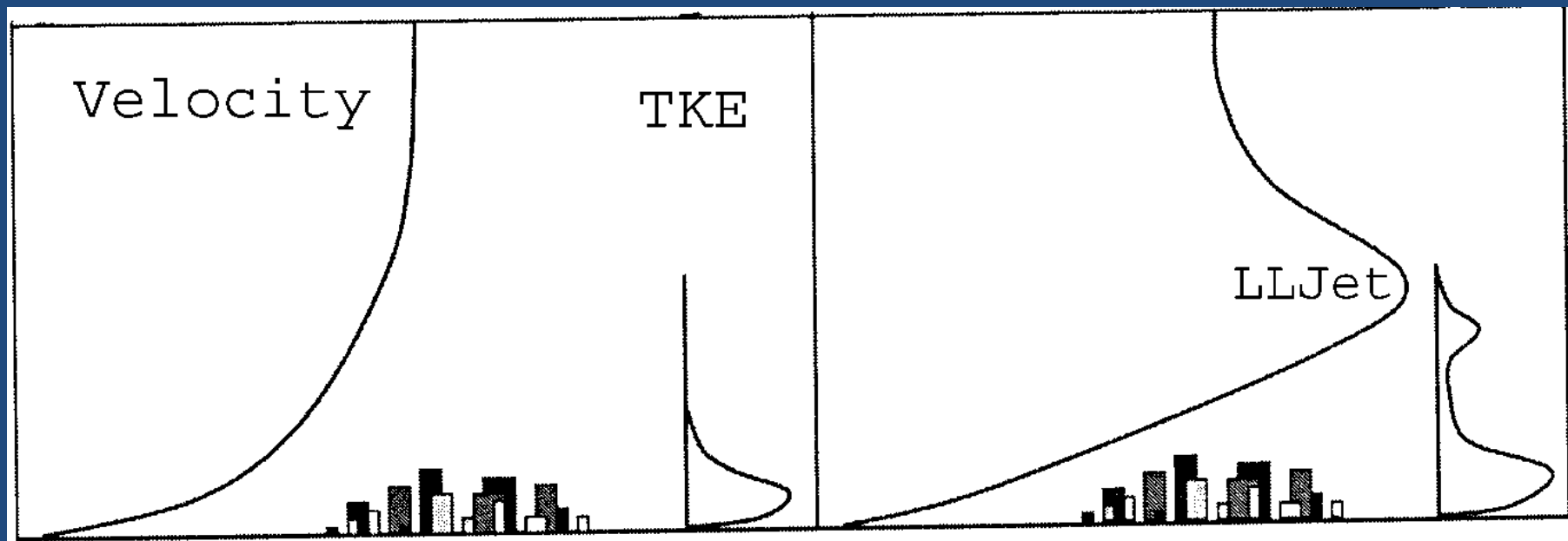


Local time

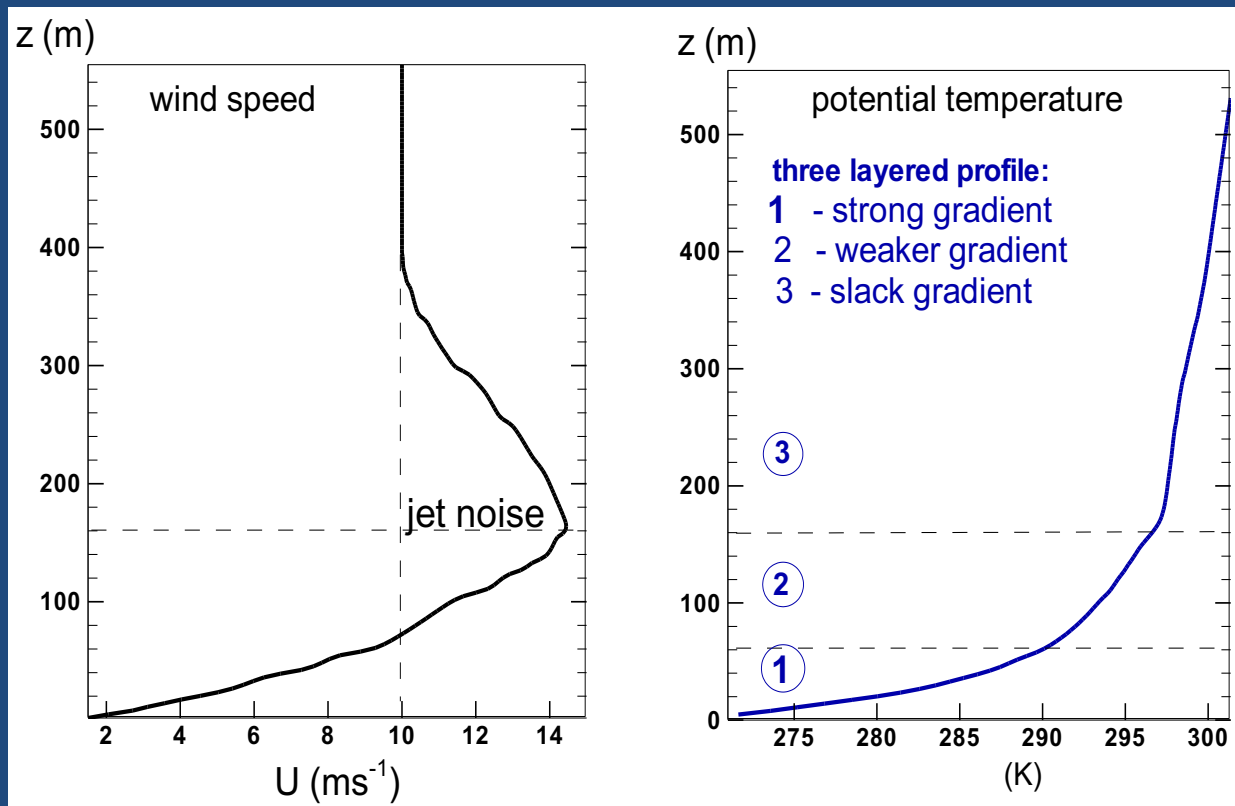


Локальное время (hr)

Низкоуровневая струя в устойчивом АПС и генерация турбулентности



SBL. Intermittency of elevated turbulence generated by Low-level-Jet (LLJ): simulation with RANS-scheme



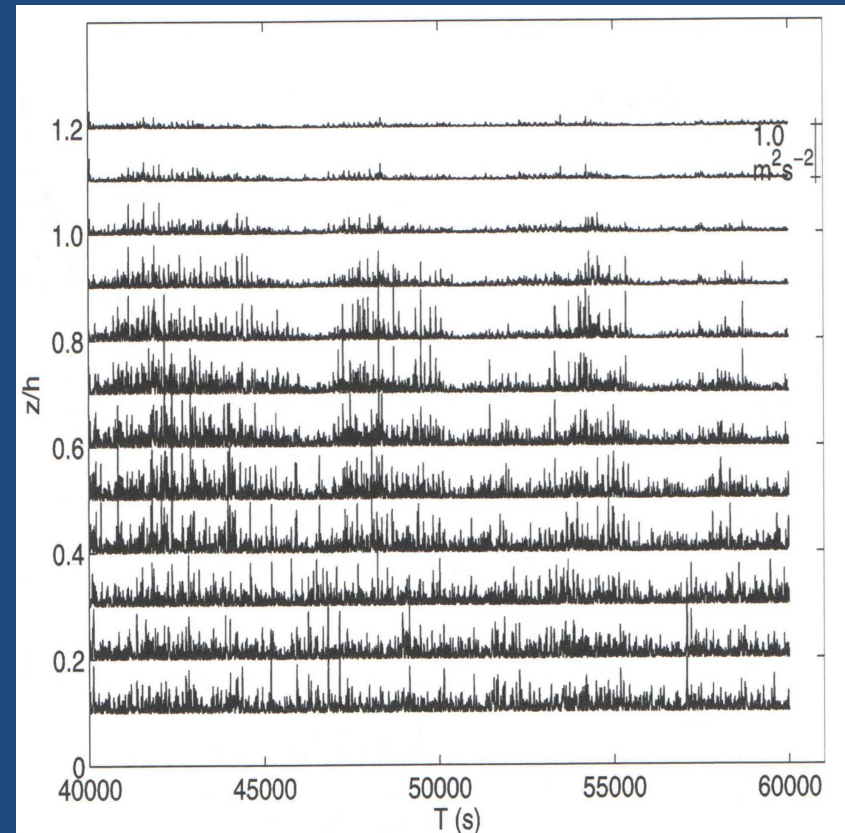
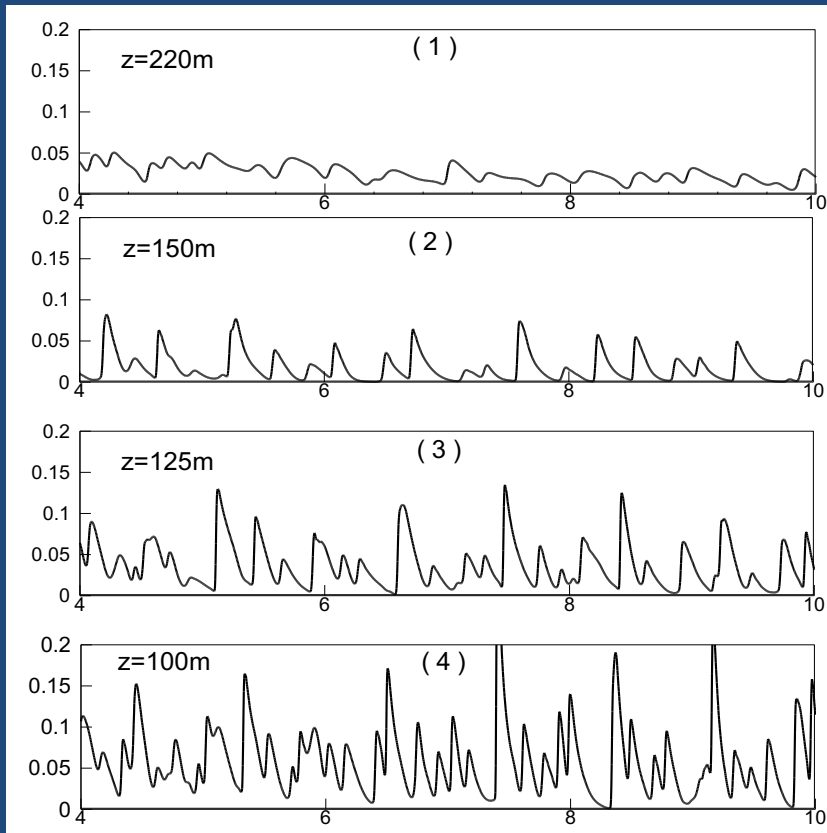
Vertical profiles (a) wind speed and (b) potential temperature for strong SBL with the LLJ.

Переменная турбулентность на границах струйного течения в квазиустановившемся устойчивом ППС

RANS моделирование

LES : JAS 2011. V. 68. 2142-2155.

Временные ряды TKE around low level jet



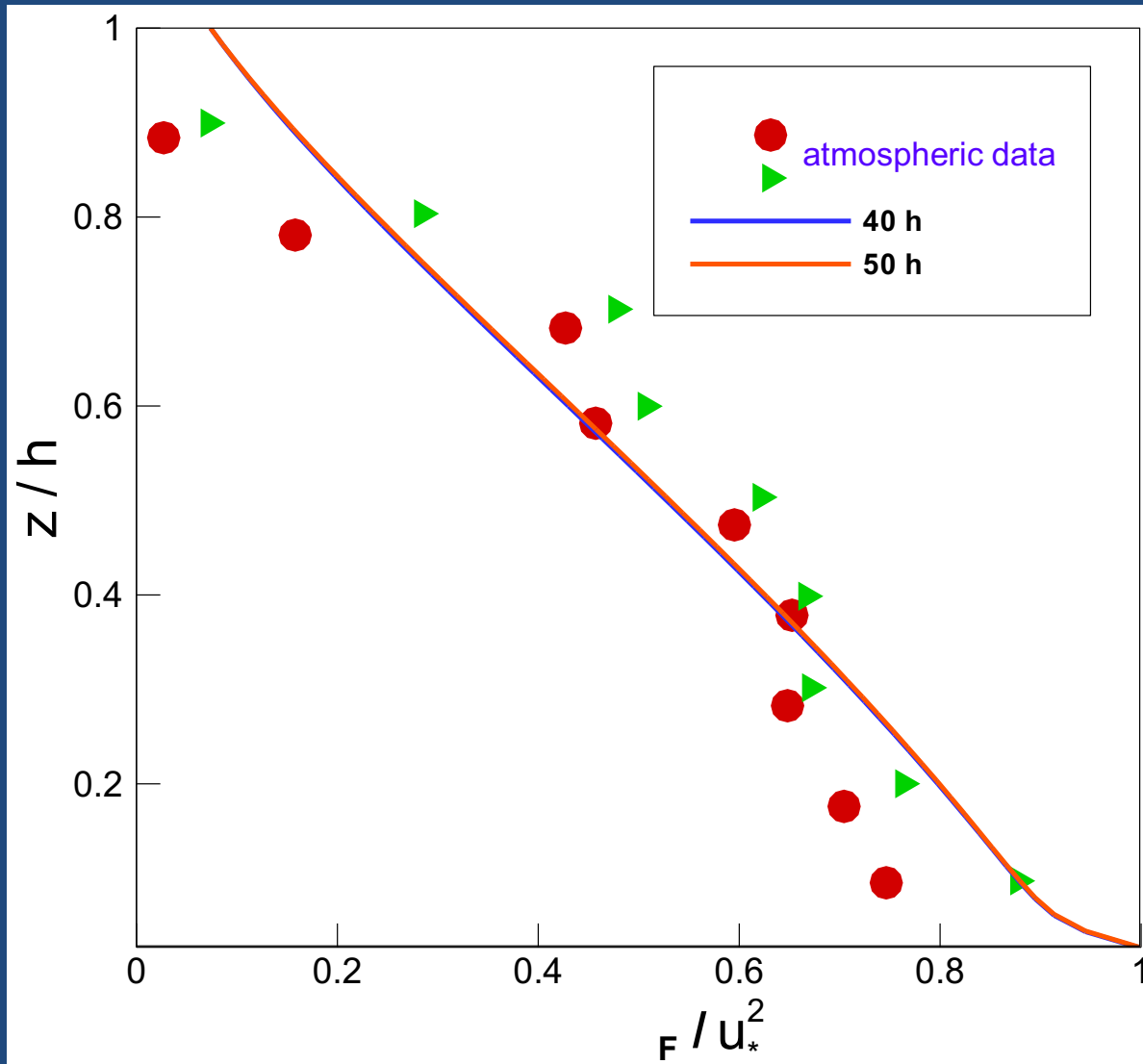
Low level jet and inertial oscillation

$$\frac{dU}{dt} = f(V - V_g) - \frac{\overline{uw}}{z} \quad (1)$$

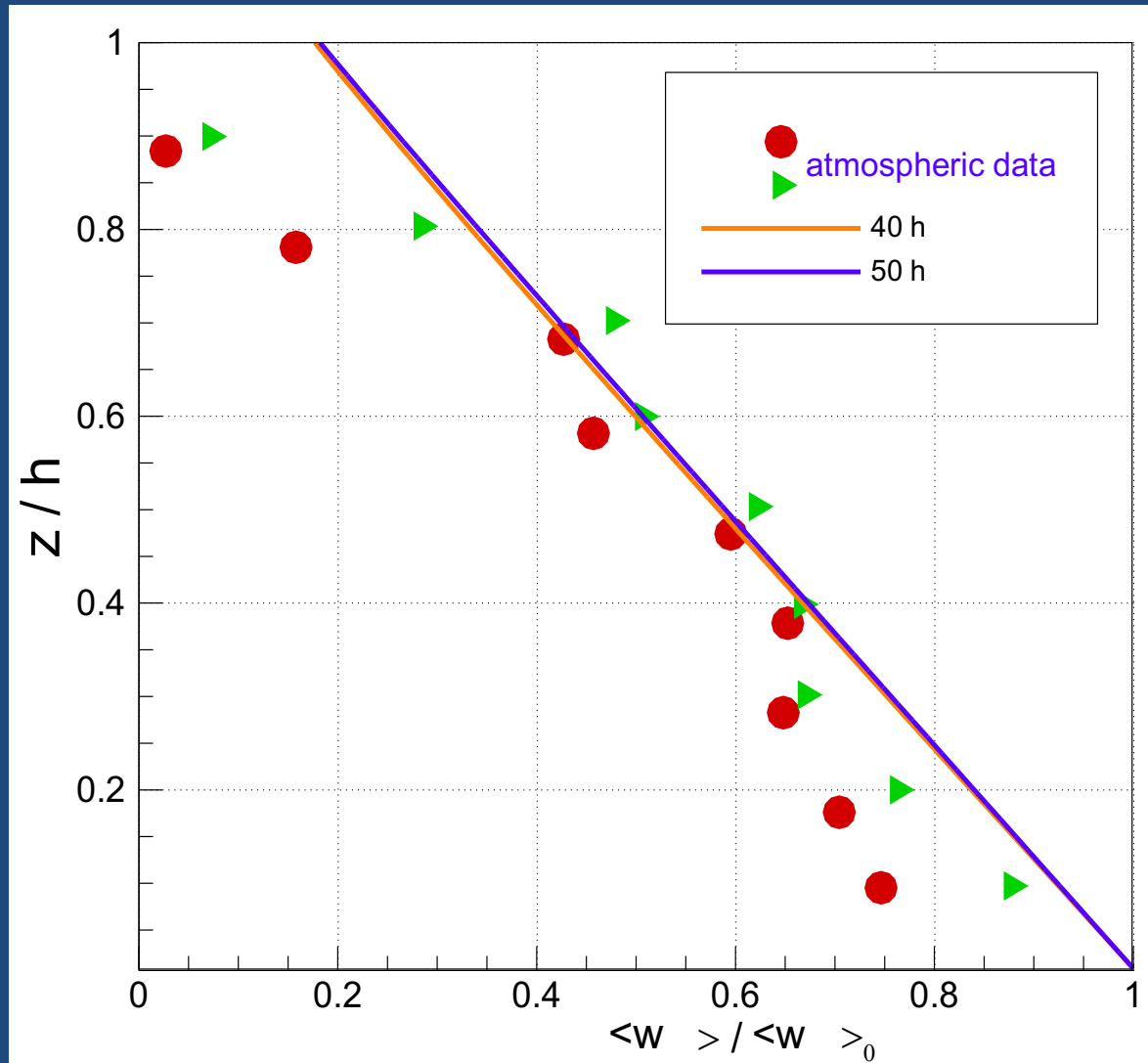
$$\frac{dV}{dt} = -f(U - U_g) - \frac{\overline{vw}}{z}, \quad (2)$$

$$fV = \frac{\overline{uw}}{z} \quad \int_0^z fV dz = (\overline{uw})_0$$

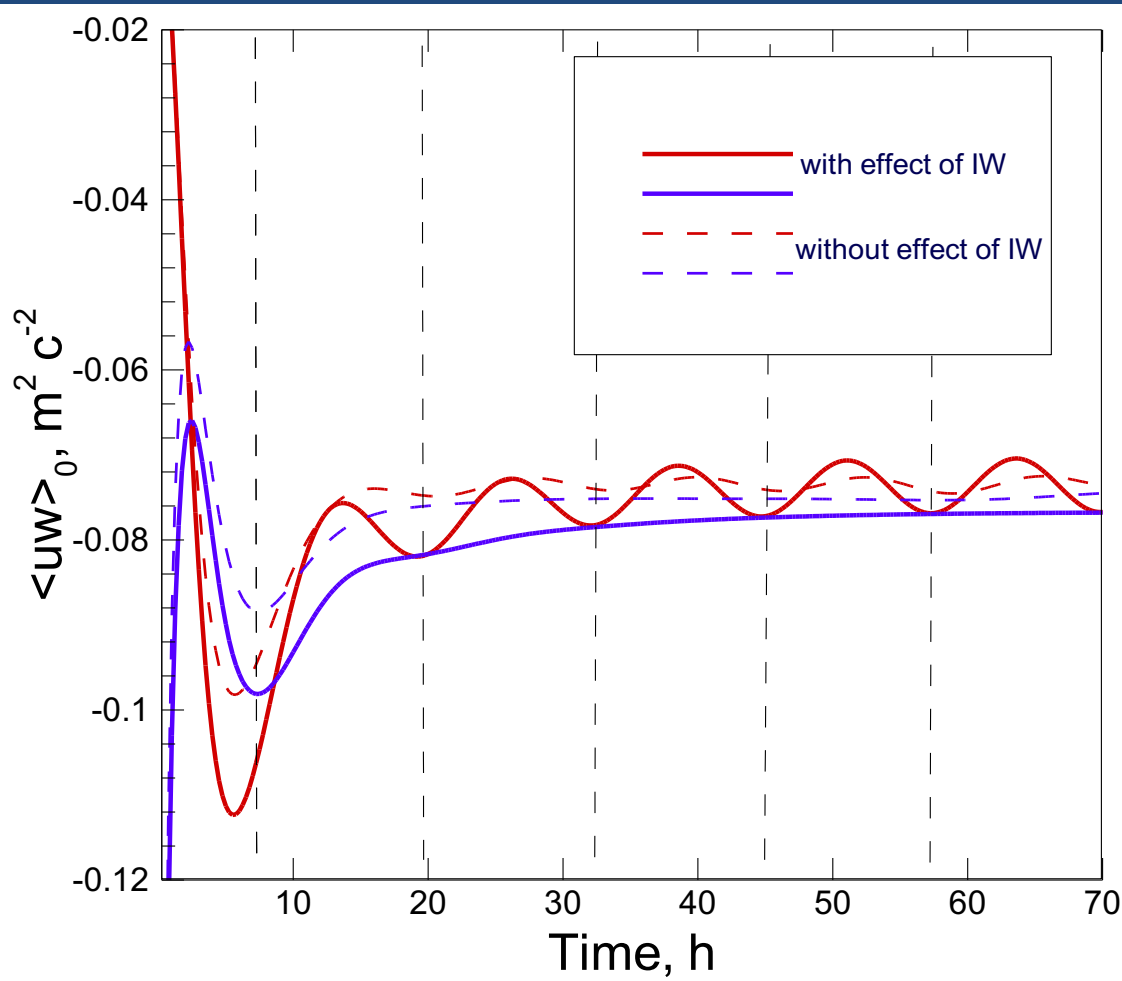
Turbulent flux of momentum



Turbulent flux of heat



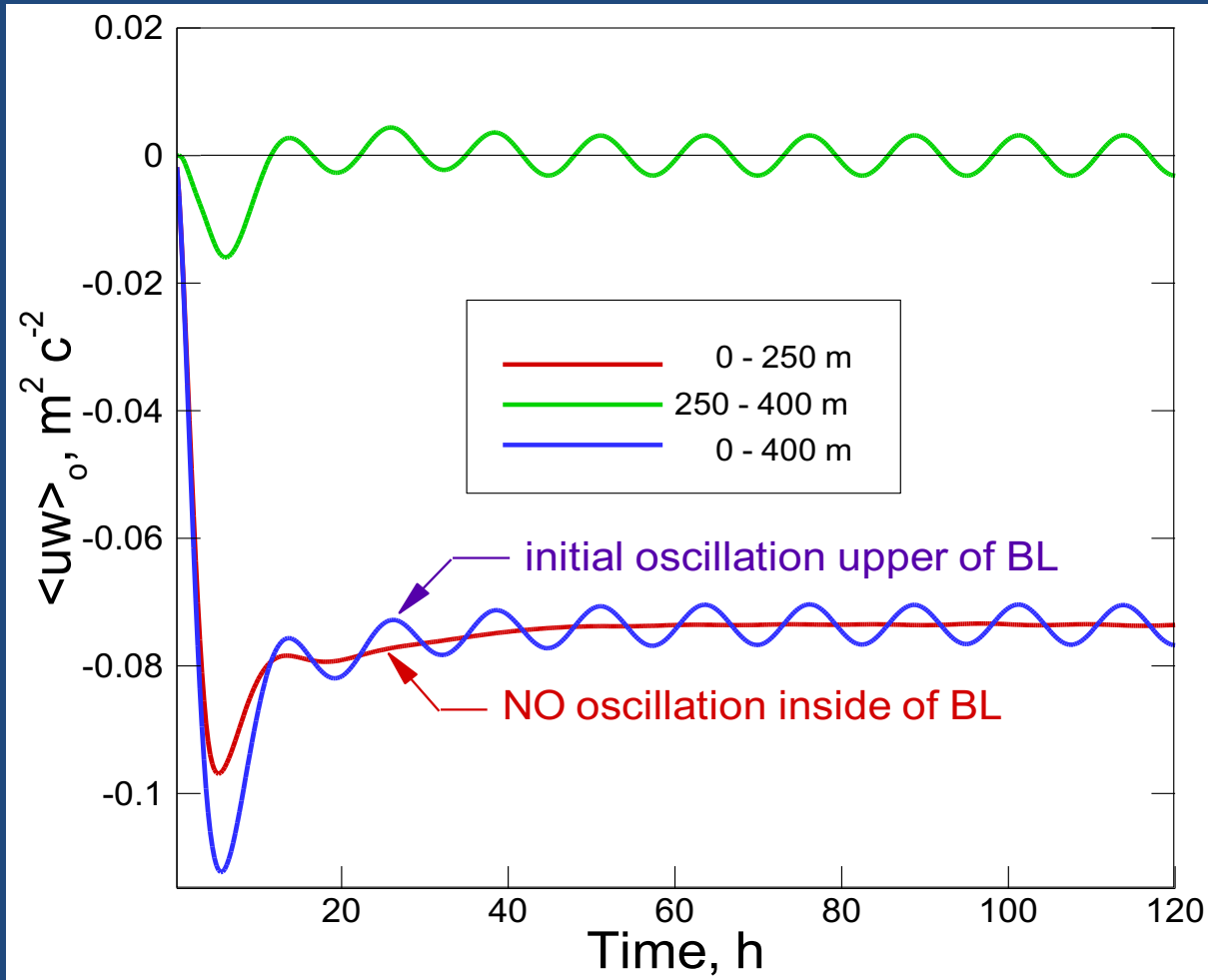
CROSS-ISOBARIC FLOW AND INERTIAL OSCILLATION



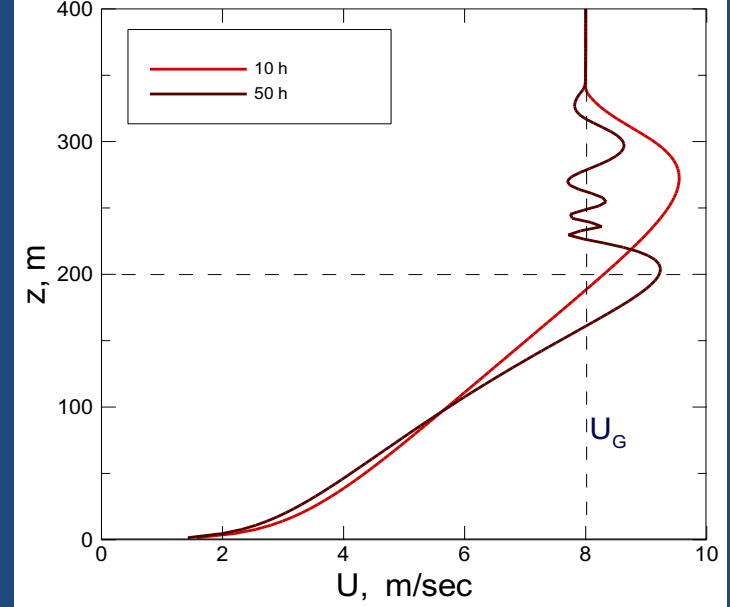
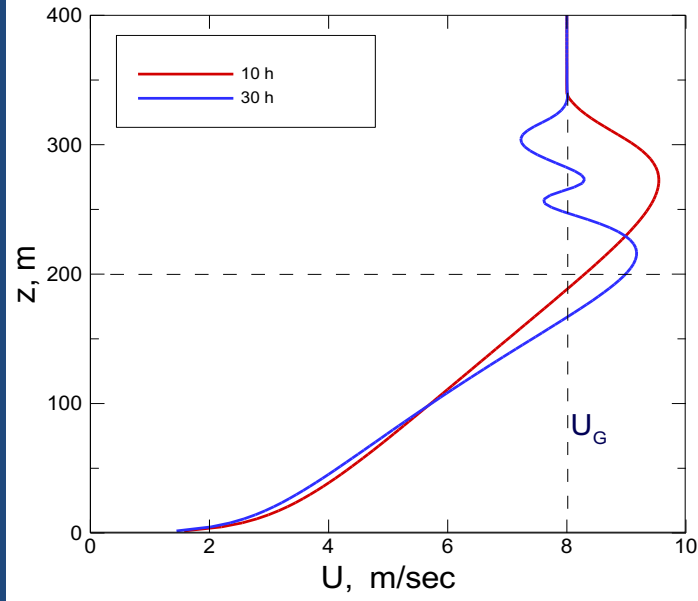
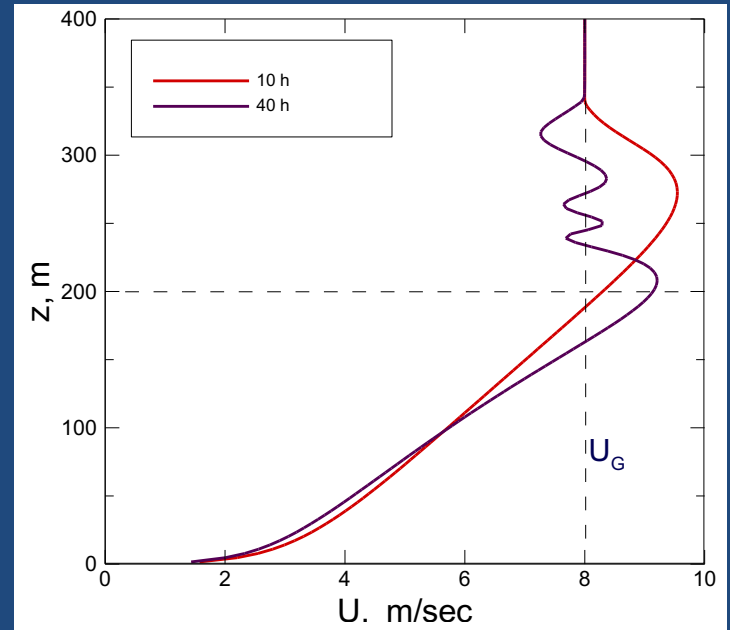
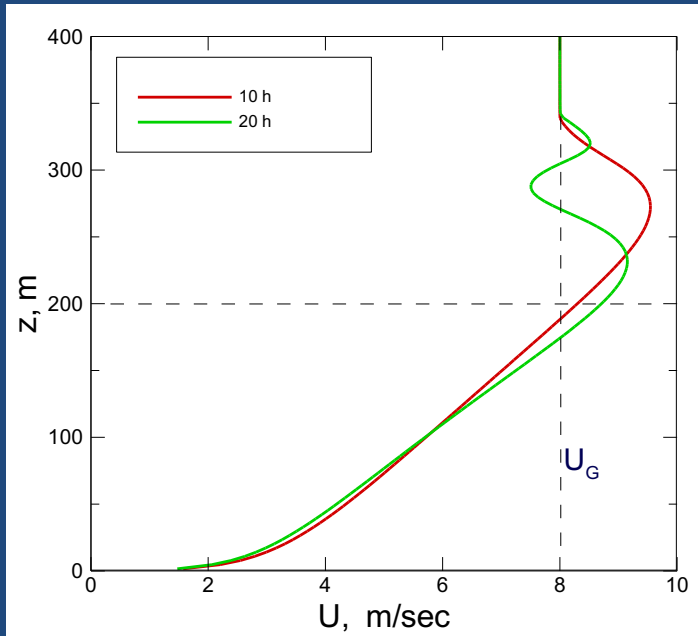
$$fV = \frac{\overline{uw}}{z}$$

$$f \int_0^z V dz = \overline{(uw)_0}$$

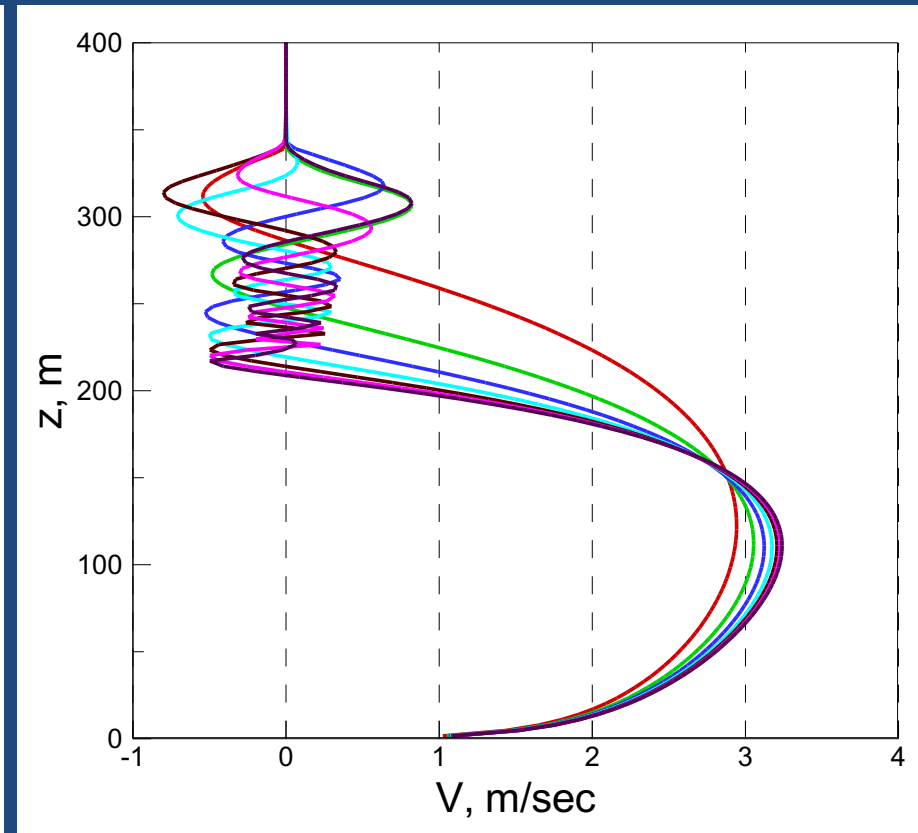
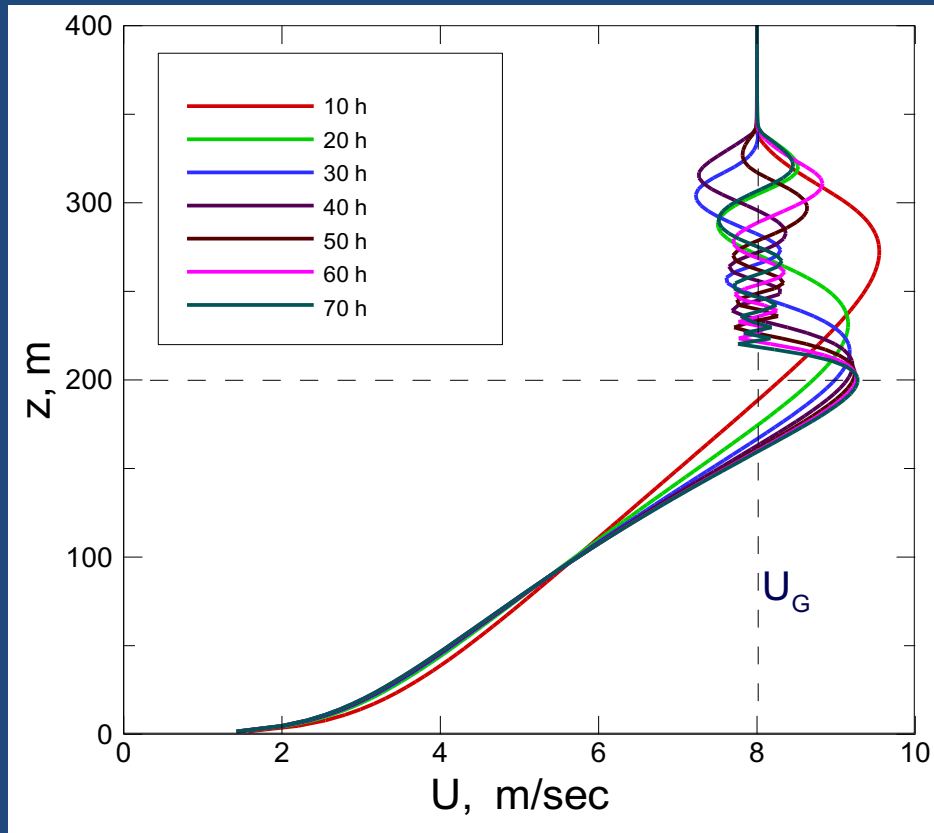
CROSS-ISOBARIC FLOW AND INERTIAL OSCILLATION



Low Level Jet and Inertial Oscillation Evolution in Time



Development of Inertial Oscillation in Time



Вихревой перенос импульса и тепла в свободной атмосфере

Eddy diffusivities in upper troposphere and lower stratosphere



Eddy Mixing in the Free Atmosphere

- Diffusion processes in the free atmosphere play an important role in the transport of momentum, heat, and mass on global and regional scales, although the eddy diffusivities there is much smaller than in the atmospheric boundary layer.
- In particular, diffusion processes of minor components in the upper troposphere and lower stratosphere are essential to global warming, stratospheric ozone depletion and transboundary air pollution problems because they govern the exchange of mass between the troposphere and stratosphere.

Features of Eddy Mixing in the Free Atmosphere

- In the upper troposphere and lower stratosphere, air is usually stably stratified, and internal gravity waves induced by boundary layer flow and geography are predominant.
- The turbulence eddies in these layers are generated intermittently and sporadically when gravity waves breaking and shear instability occur.
- These turbulence eddies transport heat and mass, and then they are partly destructed by buoyancy and viscous forces. Thus, turbulent motions and diffusion processes in these layers are complicated and not yet well understood!

Atmospheric conditions for measurements in the free atmosphere

330

JOURNAL OF THE ATMOSPHERIC SCIENCES

VOLUME 69

2000 10 04 12:00 LST

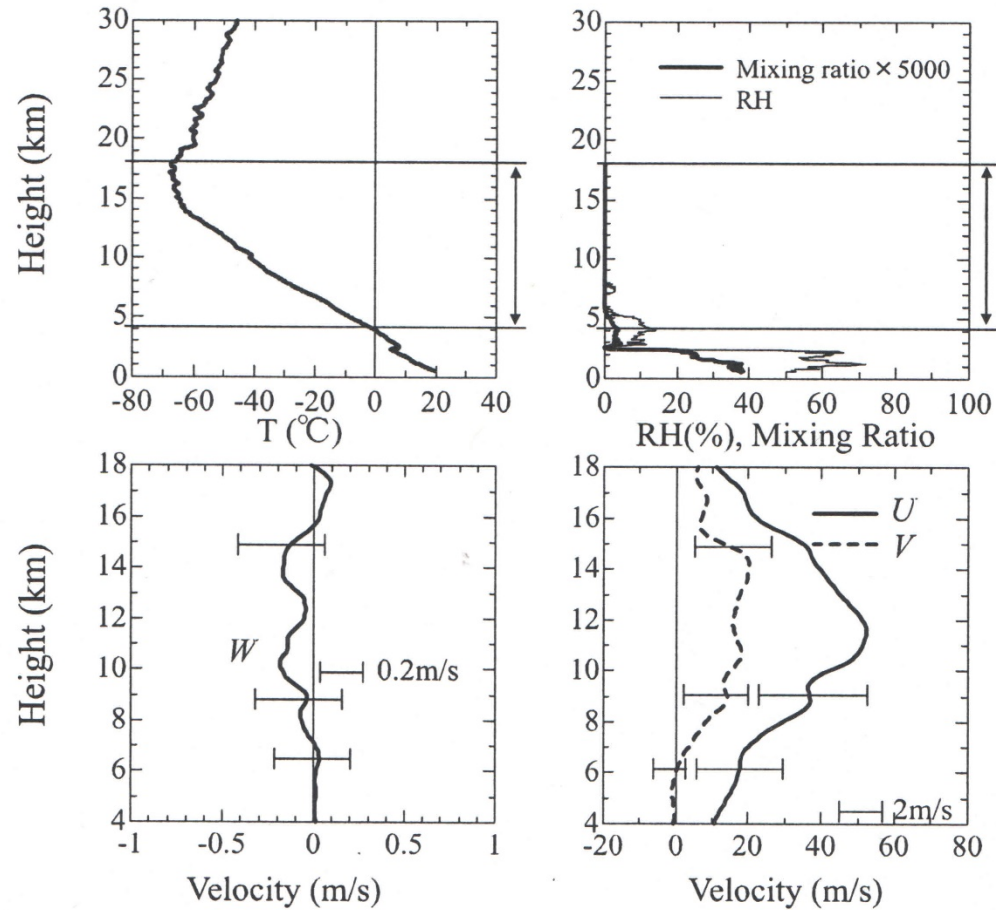
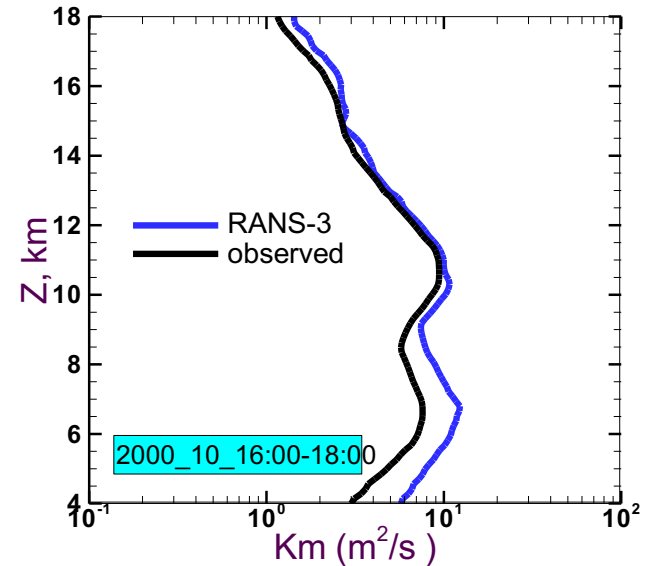
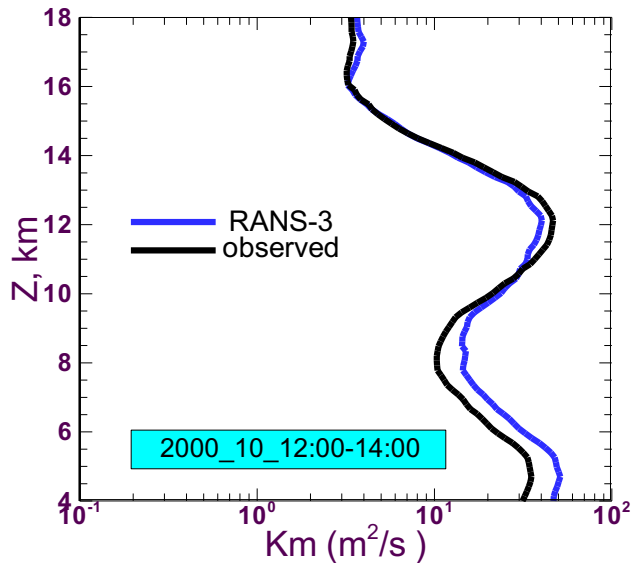
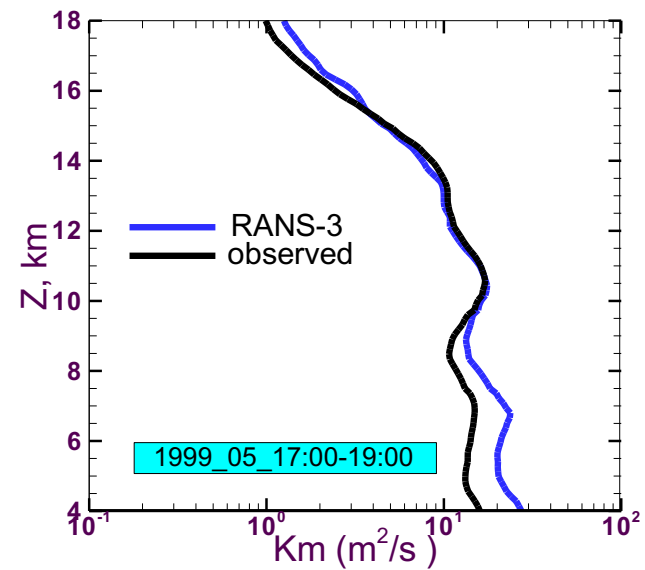
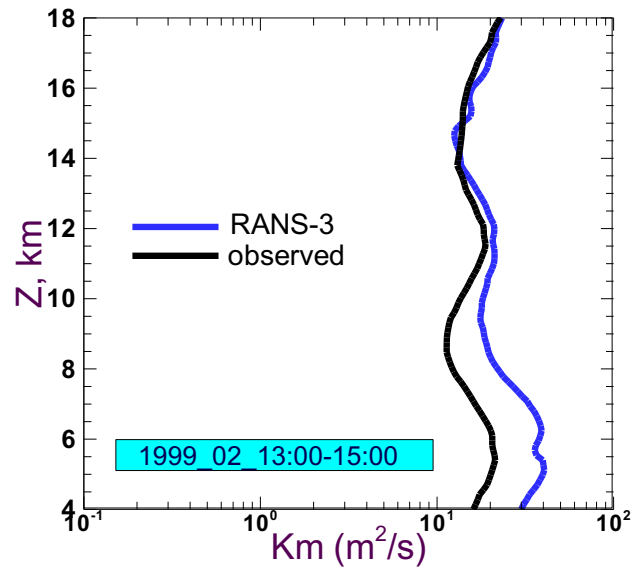
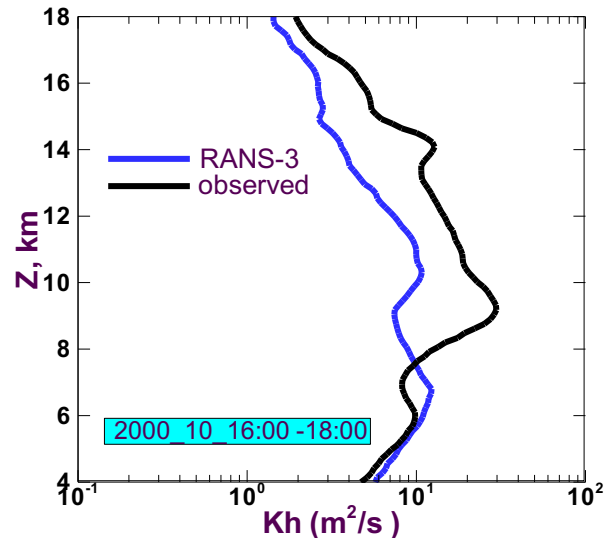
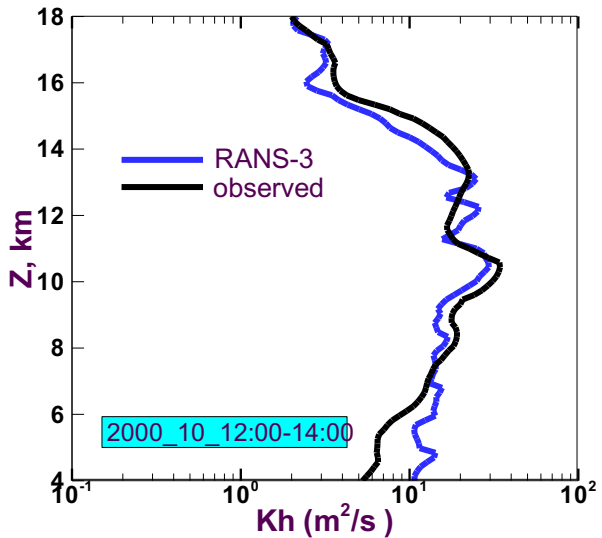
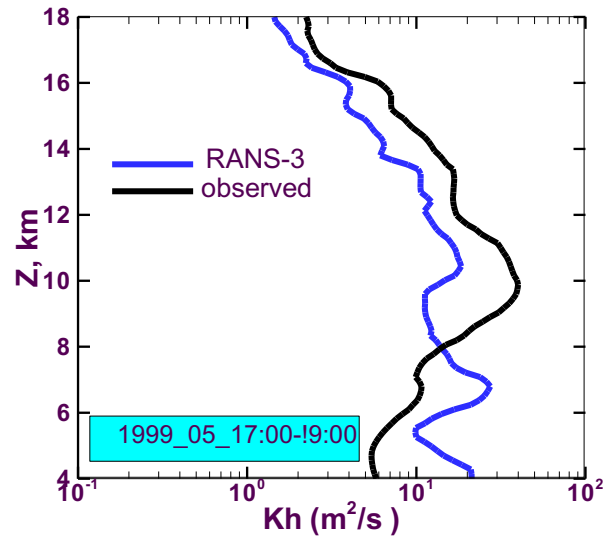
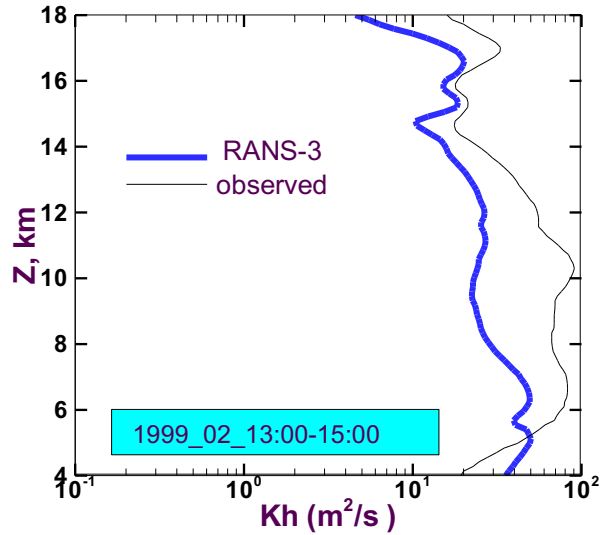


FIG. 2. Atmospheric conditions at 1200 LST 4 Oct 2000. Horizontal bars indicate root-mean-square fluctuating velocities during 2 h (1100–1300 LST) at typical heights. Horizontal lines in T , RH, and mixing ratio plots indicate the region of radar range coverage.

Ueda et al. JAS. 2012. Vol.69, 323-337



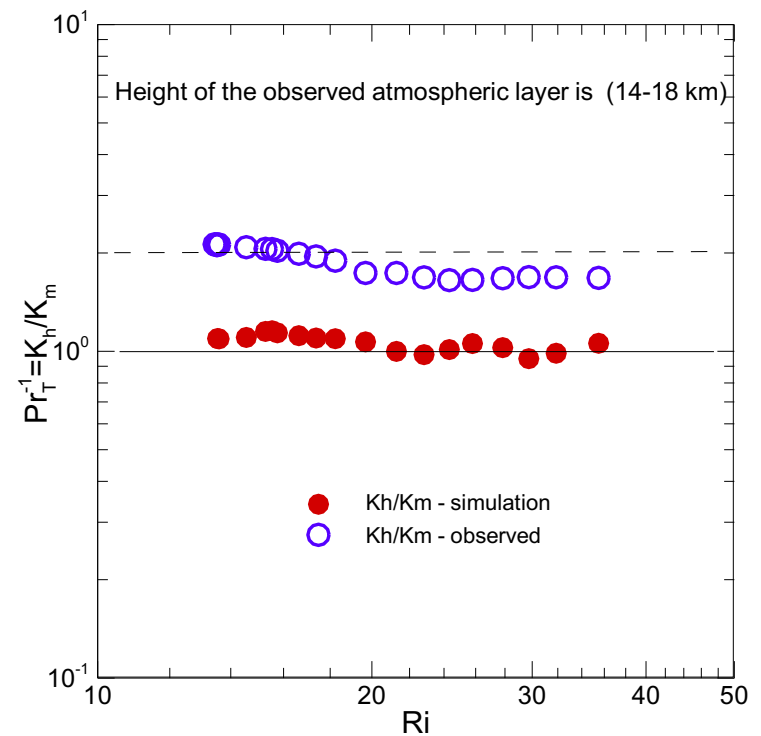
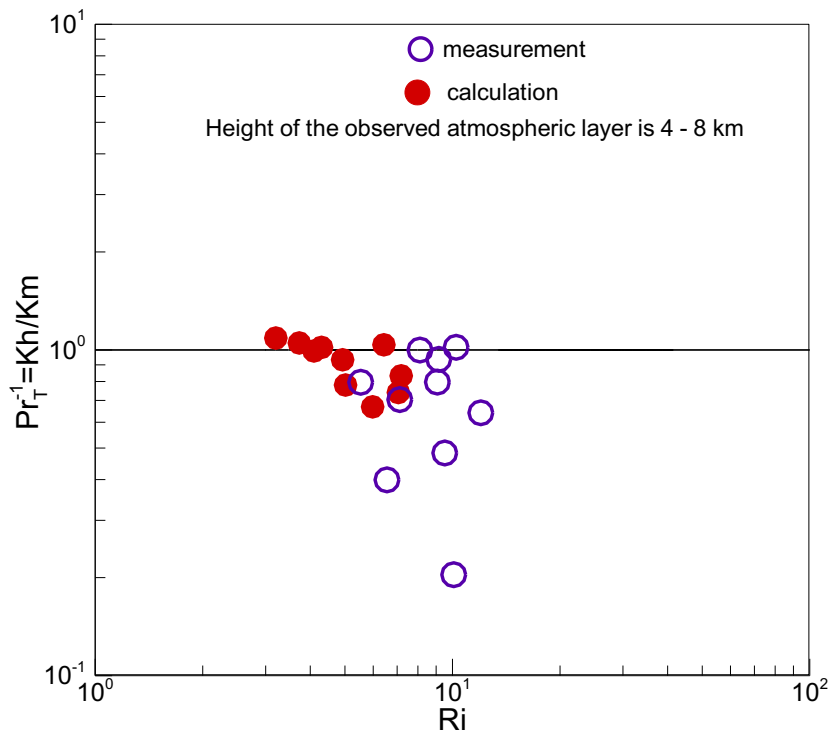
2012. Vol.69, 323-337



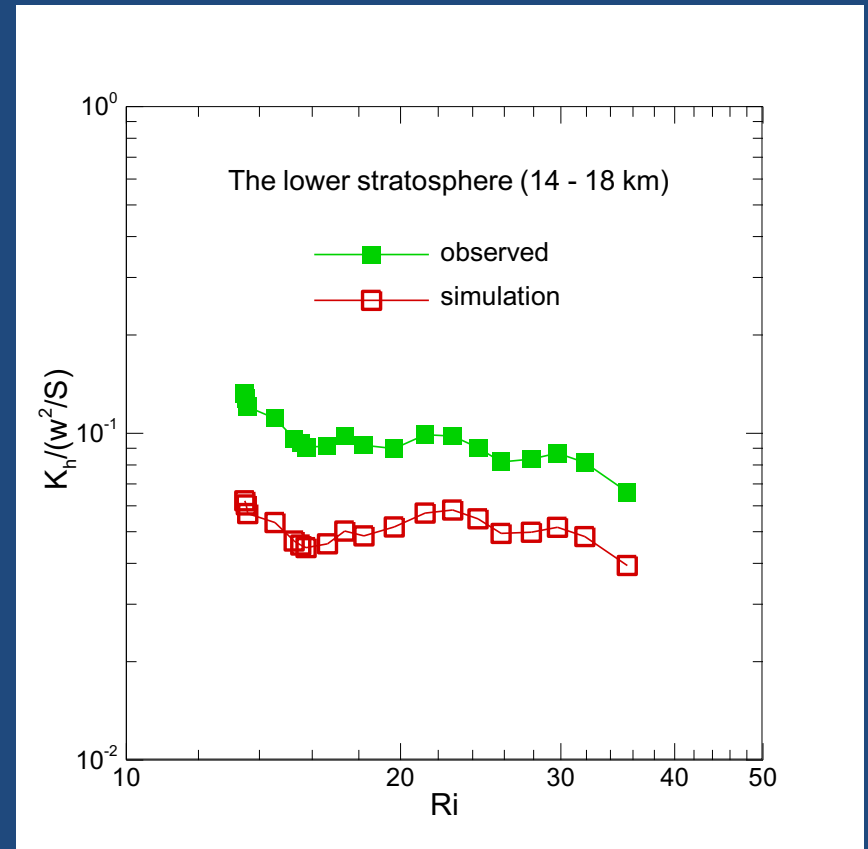
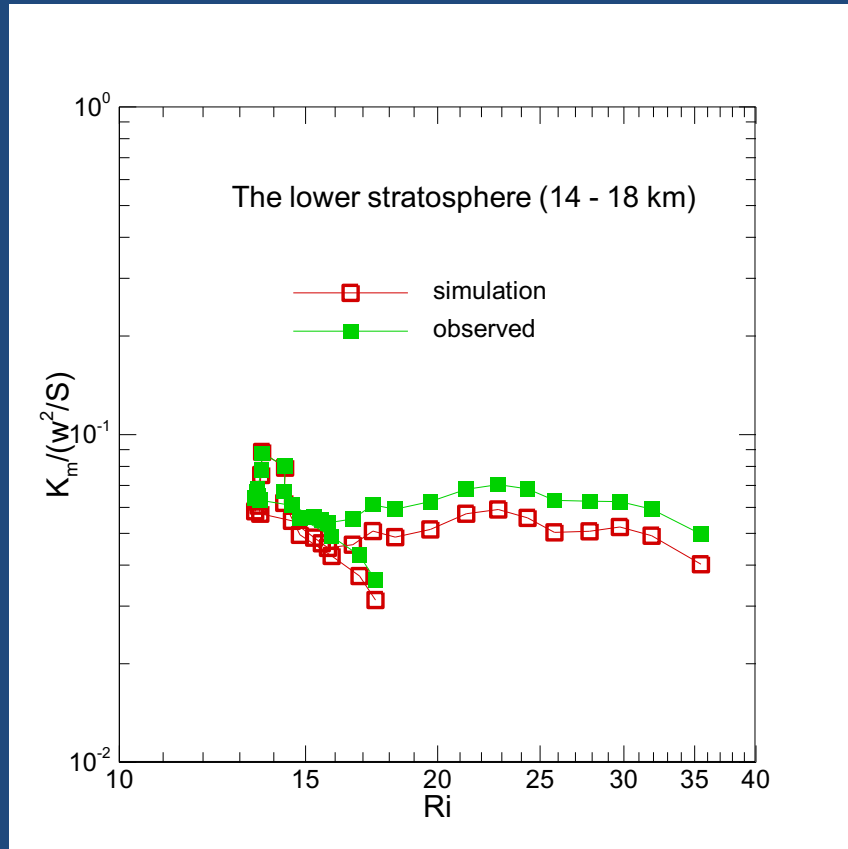
UT and LS \rightarrow $K_h \sim K_m$: Explanation

- In upper troposphere (UT) and lower stratosphere (LS) the turbulent eddies are produced by shear instability and wave breaking.
 - By these motions, momentum and heat are considered to be transferred simultaneously in the same manner.
 - After these events, turbulent eddies are quickly destroyed by buoyancy and do not contribute significantly to vertical diffusion of heat and momentum.
- ★ The result of $K_h \sim K_m$ is a remarkable contrast to in the outer region of the SBL where the ratio K_h/K_m is 0.1– 0.02 in such strong stratification conditions.

Pr_T^{-1} В верхней тропосфере и нижней стратосфере



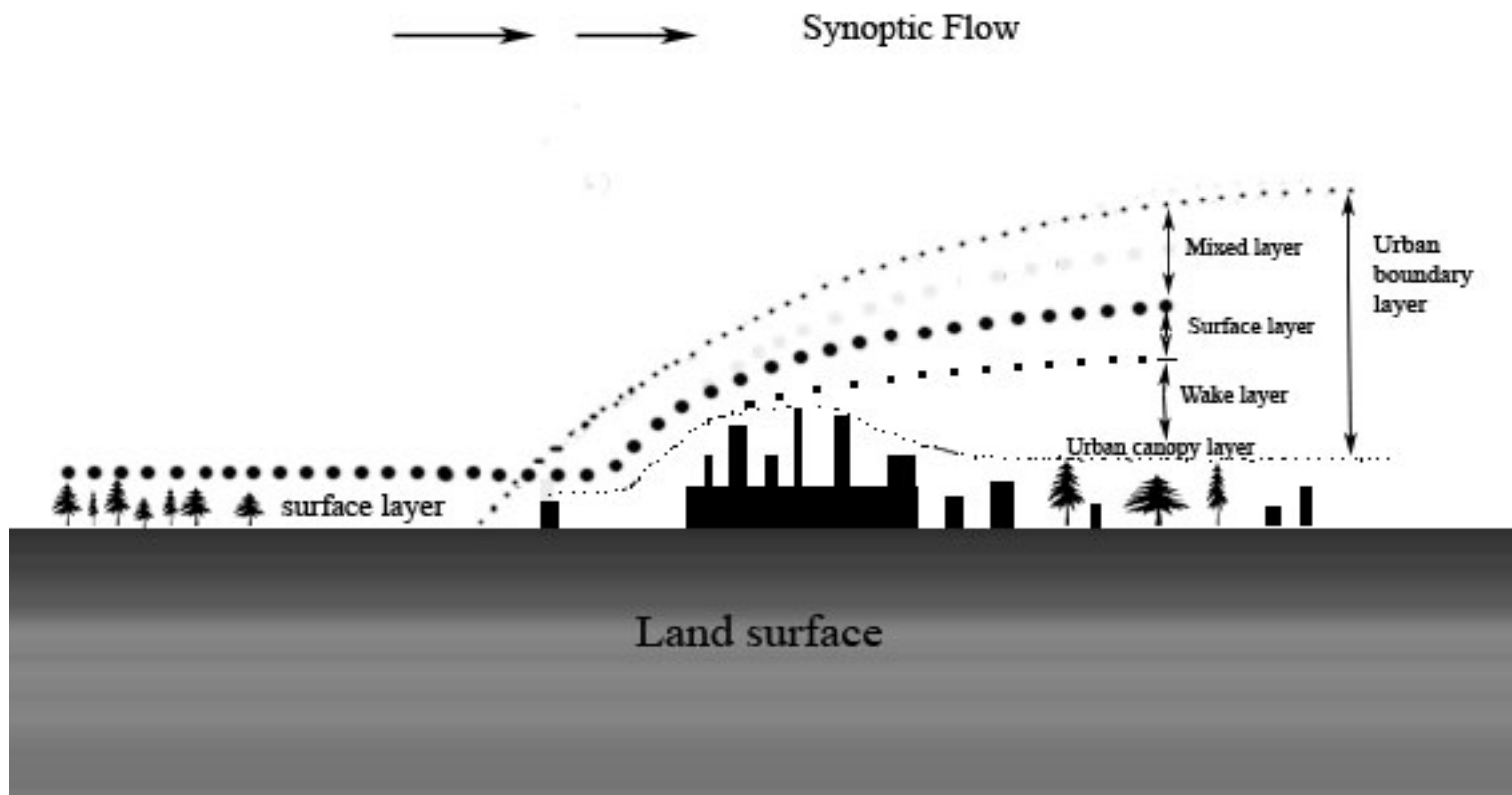
K_m, K_h в верхней тропосфере и нижней стратосфере



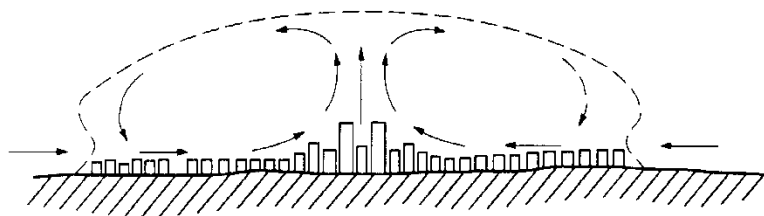
**Турбулентная циркуляция над
островом тепла в
устойчиво стратифицированной
окружающей среде**

Городской пограничный слой

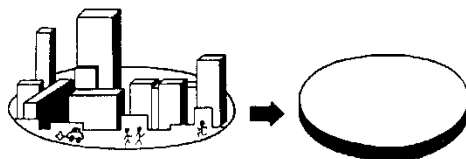
A typical urban domain over flat terrain



Модель городского острова тепла и реальный прототип



Модель городского острова тепла при слабом ветре



(a)

(b)

(a) Реальный источник
тепла и примесей

(b) Лабораторная модель
для прототипа (a)



Теневая фотография развитого турбулентного факела
над нагретым диском (b)

**Лабораторное исследование теплового факела
над локализованным источником тепла в
устойчиво стратифицированной среде
(Lu et al. J. Appl. Meteor. 1997. V. 36, No. 10)**

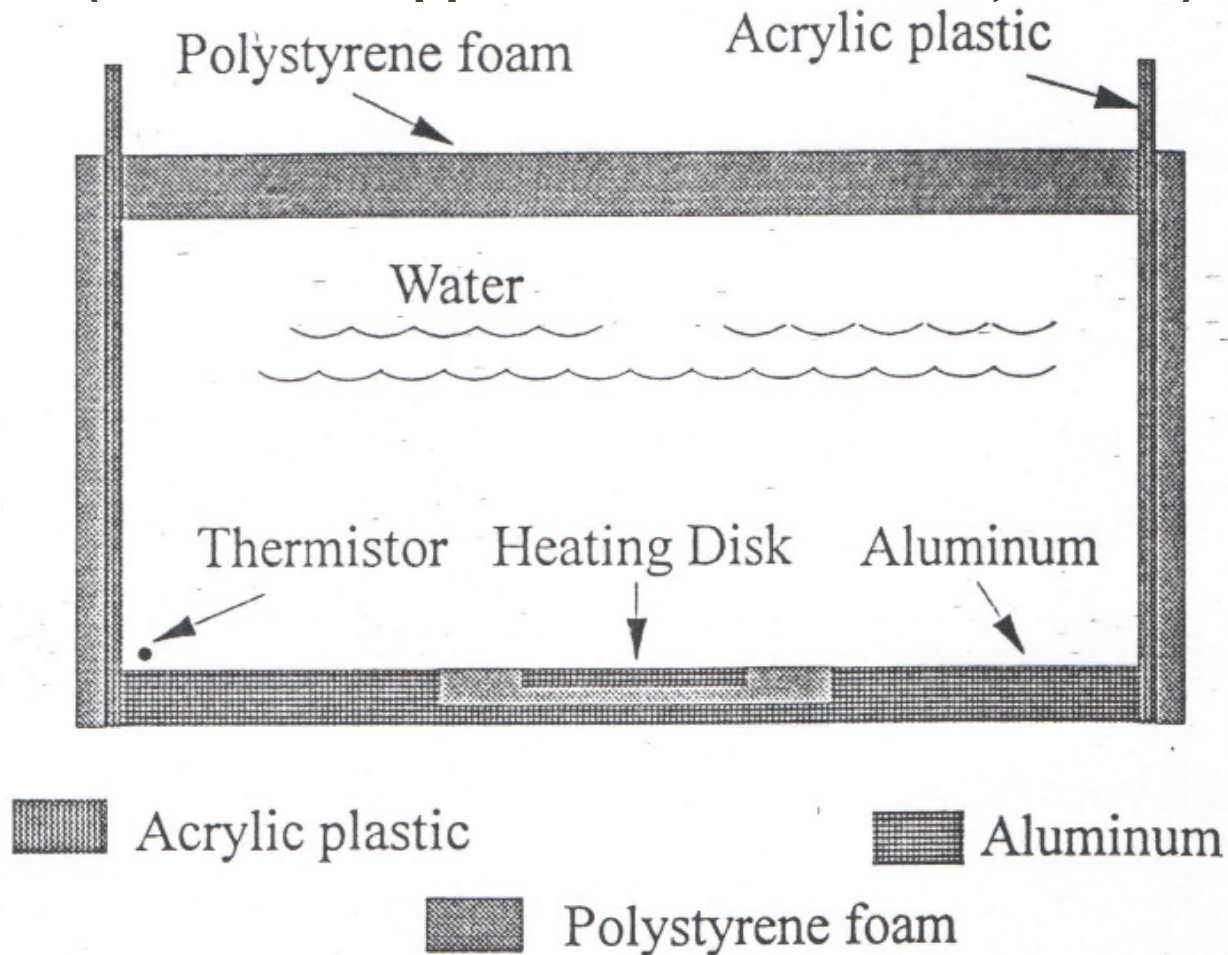


FIG. 2. Schematic of convection tank.

Развитие термического факела над локализованным источником тепла в устойчиво стратифицированной среде

Лабораторный эксперимент

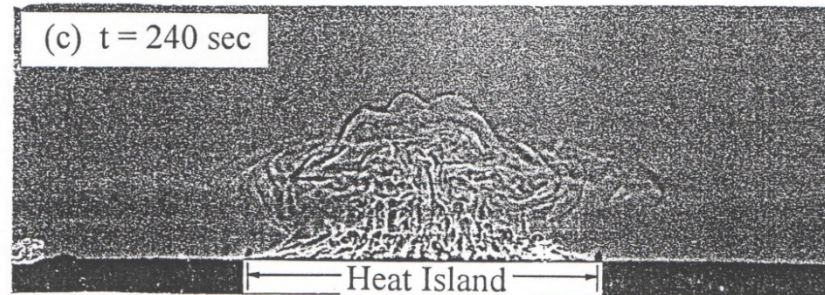
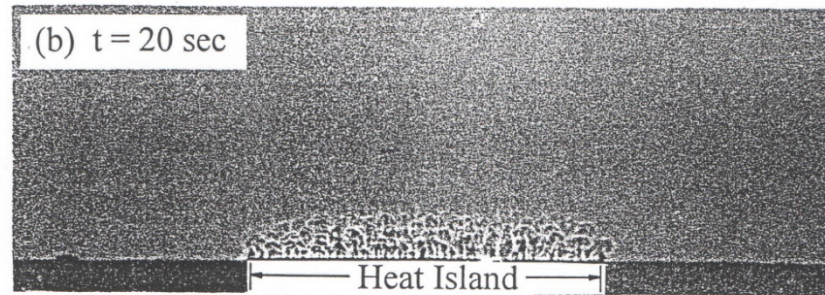
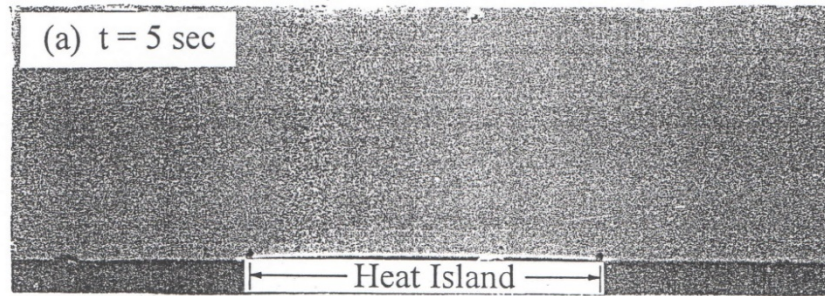
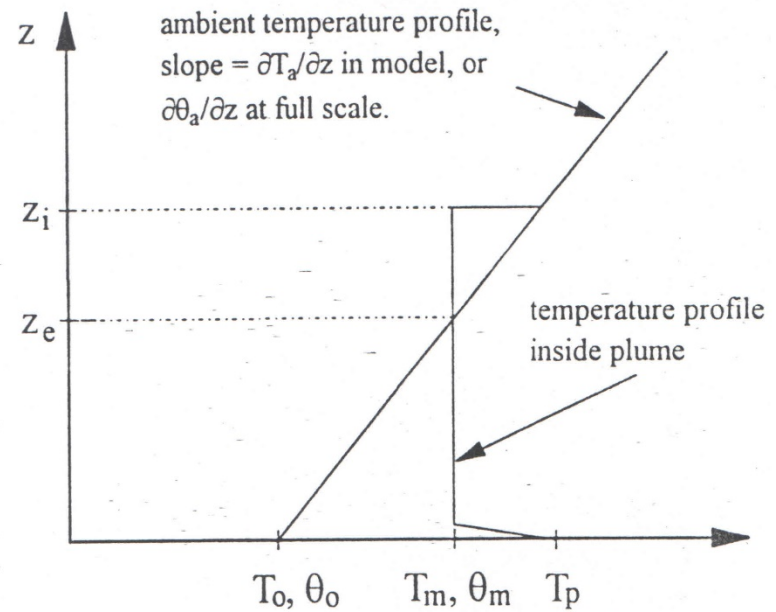
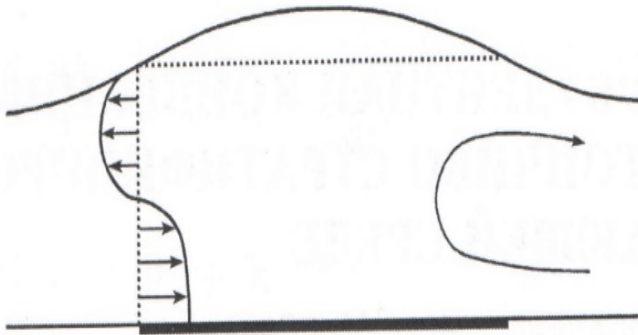


Схема циркуляции над источником тепла



Определяющая система уравнений

$$\begin{aligned} \frac{U}{t} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (rU) U + Fr \frac{d}{dz} UW = Fr \frac{1}{z} \frac{dh}{dz} \frac{T}{r} dz - \frac{\overline{(u^2)}}{r} - \frac{\overline{(uw)}}{z} + \frac{\overline{u^2}}{r} \frac{\overline{v^2}}{r} + \\ + Re^{-1} \left[\frac{1}{r} \frac{d}{dr} r \frac{U}{r} + \frac{U^2}{z^2} \right], \end{aligned} \quad (1)$$

$$\frac{d}{dr} rU + Fr \frac{d}{dz} rW = 0,$$

$$\begin{aligned} \frac{T}{r} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (rUT) + Fr \frac{d}{dz} (WT) = (Re \ Pr)^{-1} \left[\frac{1}{r} \frac{d}{dr} r \frac{T}{r} + \frac{T^2}{z^2} \right] + \\ + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} r \overline{u} \frac{\overline{w}}{z}. \end{aligned}$$

Турбулентные потоки

$$\overline{w} = c \frac{E^2}{\sqrt{2R}} \frac{T}{z} \frac{\sqrt{2R} E}{c_1} K_m Fr \frac{W}{r} + \frac{U}{z} + (1 - c_2) K_h Fr \frac{W}{r} \frac{T}{r}$$

$$\frac{1 - c_2}{c_1} \sqrt{2R} \frac{E}{z} Fr^{-1},$$

$$\overline{u} = c \frac{E^2}{\sqrt{2R}} \frac{T}{r} \frac{\sqrt{2R} E}{c_1} K_m \frac{U}{z} + Fr \frac{W}{r} + (1 - c_2) K_h \frac{U}{z} \frac{T}{z}.$$

$$\overline{u^2} = \frac{2}{3} E^2 - 2K_m \frac{U}{r}, \quad \overline{w^2} = \frac{2}{3} E^2 - 2K_m Fr \frac{W}{z}, \quad \overline{v^2} = \frac{2}{3} E^2 - 2K_m \frac{U}{r}.)$$

$$\overline{uw} = K_m \frac{U}{z} + Fr \frac{W}{r}.$$

Численный метод

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial F_r}{\partial r} + \frac{\partial F_z}{\partial z} = f$$

$$: U, E, T, \overline{\quad}^2$$

F_r, F_z – турбулентные потоки импульса и тепла

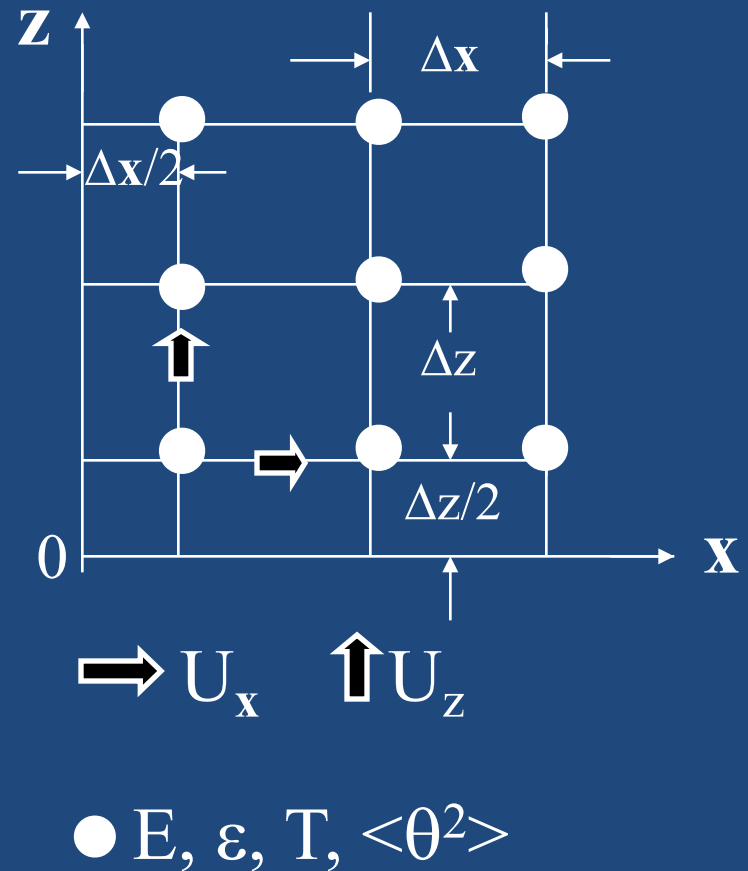
Полунеявная схема переменных направлений

$$\frac{u_{i,j}^{n+1/2}}{t/2} = \frac{1}{r} \frac{\partial F_r}{\partial r}^{n+1/2} + \frac{\partial F_z}{\partial z}^n + f^n$$

$$\frac{u_{i,j}^{n+1}}{t/2} = \frac{1}{r} \frac{\partial F_r}{\partial r}^{n+1/2} + \frac{\partial F_z}{\partial z}^{n+1} + f^n$$

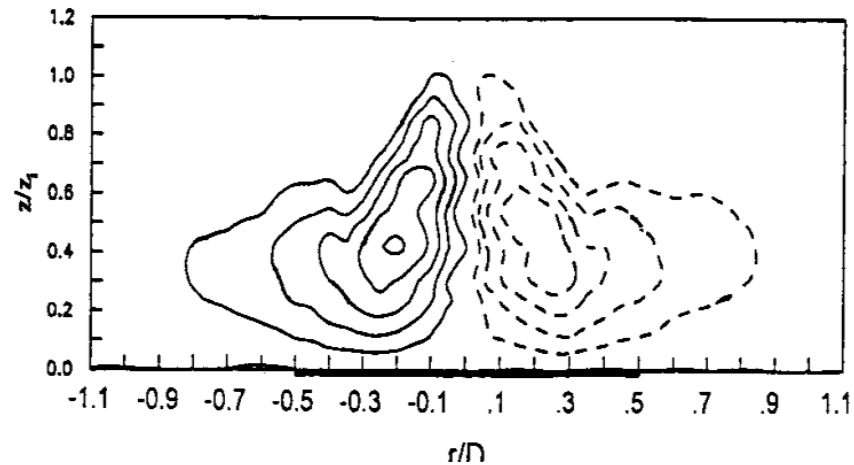
Вычислительная сетка

- Смещенная сетка.
- Разностные уравнения решаются методом прогонки.

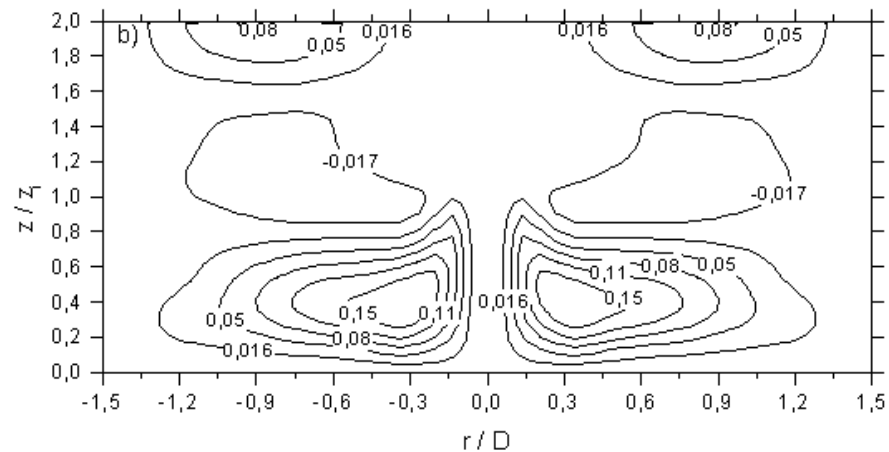


Линии тока (два разновращающихся вихря над островом тепла)

Эксперимент Lu et al. 1997 ($Fr = 0.077$, $Re = 8280$)

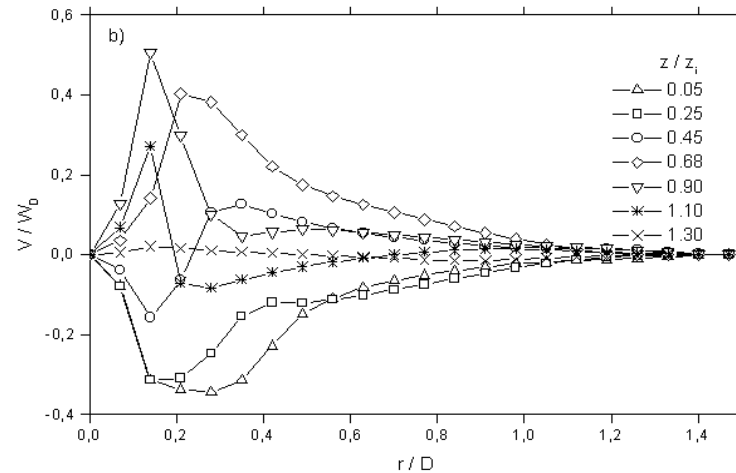
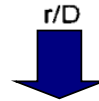
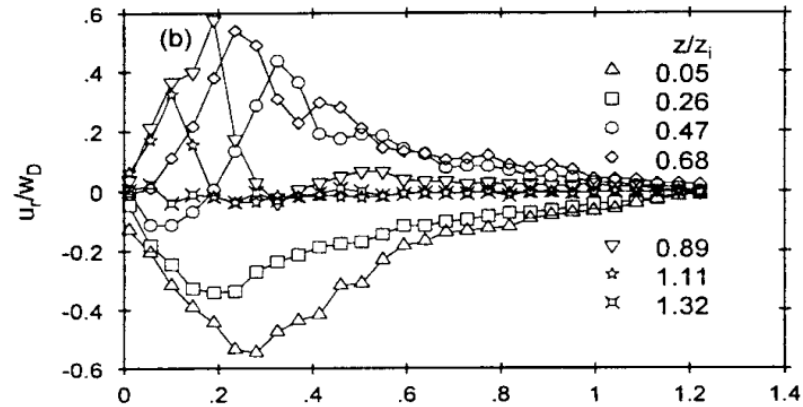


Численное моделирование при тех же параметрах

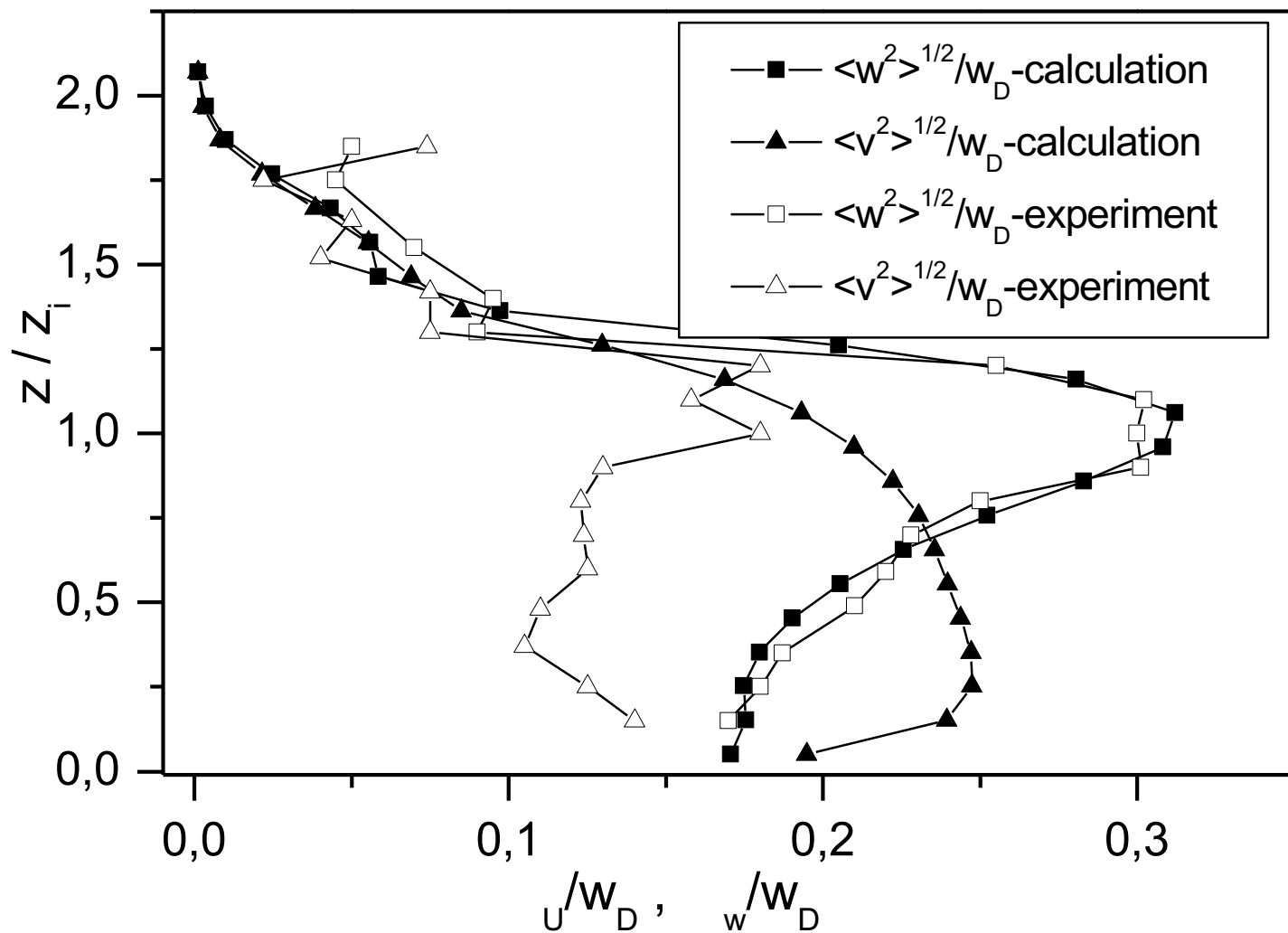


Радиальная(горизонтальная) скорость на различных высотах

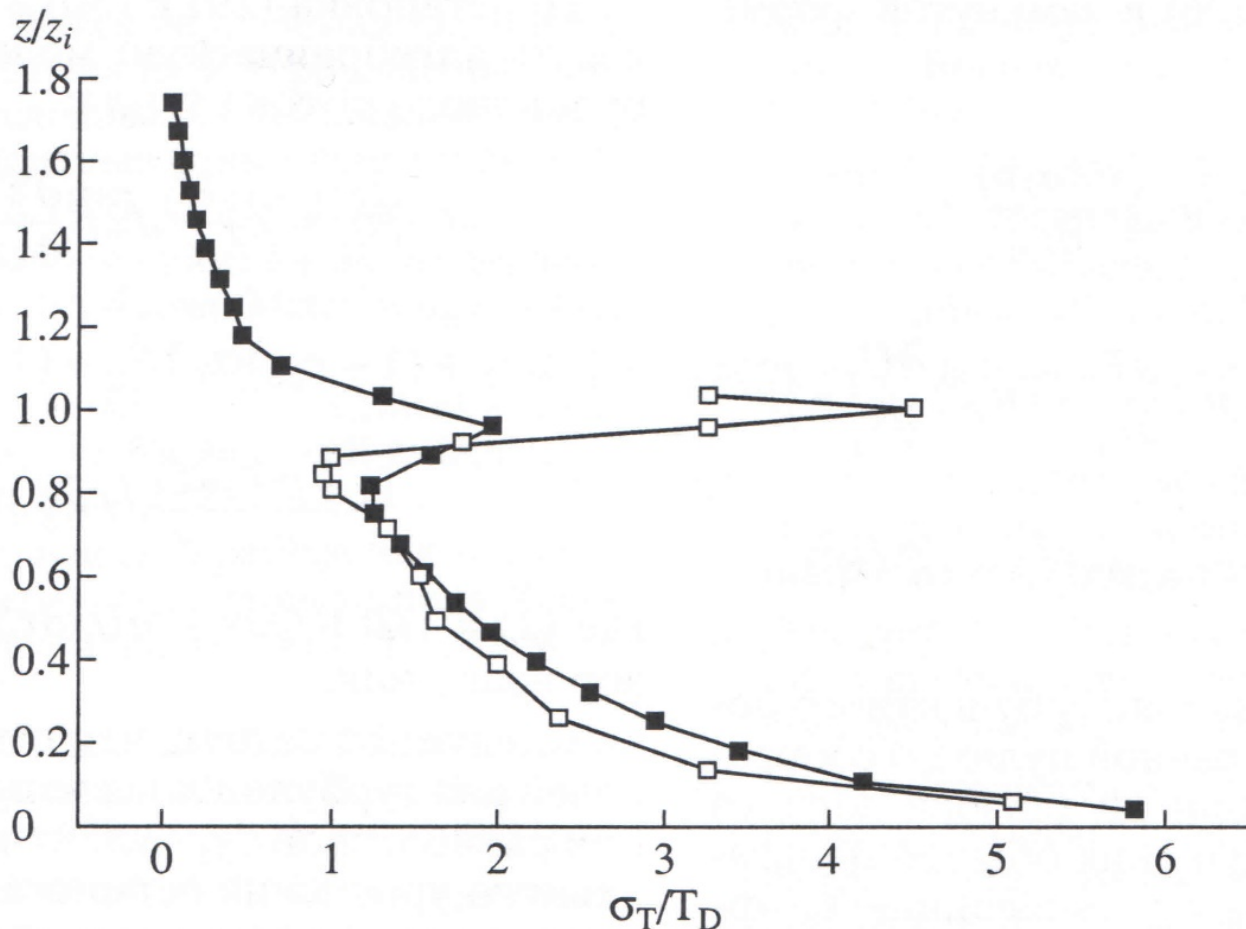
Эксперимент Lu et al. 1997 ($Fr = 0.077$, $Re = 8280$)



Интенсивности турбулентности в факеле над островом тепла



Дисперсия температуры



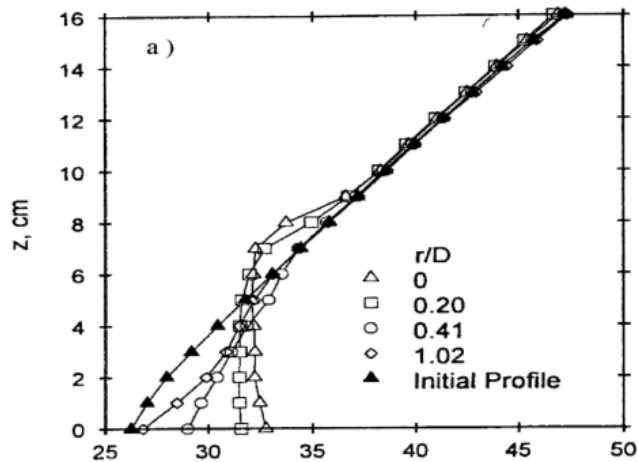
- эксперимент [2] ($H_0 = 1.81 \text{ Вт/см}^2$, $Re = 4500$, $Fr = 0.088$, $(\partial T/\partial z)_a = 1.4 \text{ } ^\circ\text{C/см}$)
- вычисление (при тех же параметрах эксперимента)

Вертикальные профили температуры в центре острова тепла

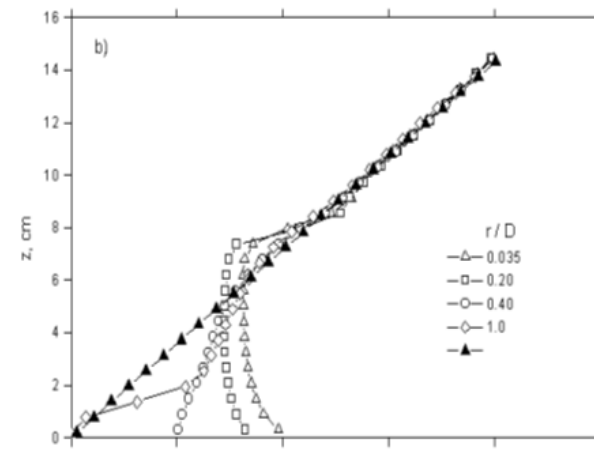
Эксперимент

Lu et al. 1997

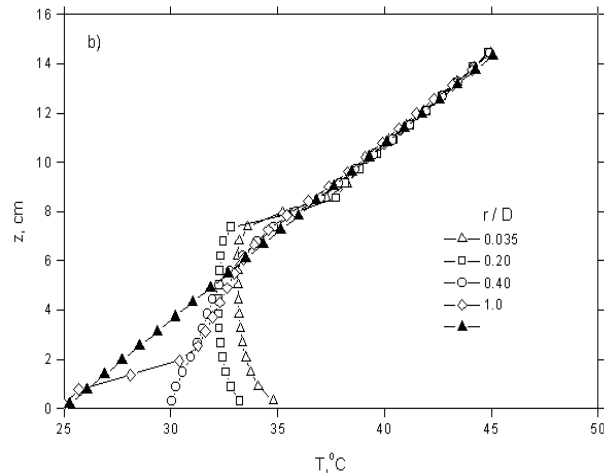
$Re = 4500$, $Fr = 0.088$



Вычисленные профили

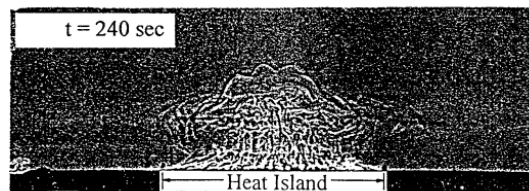


Форма теплового факела

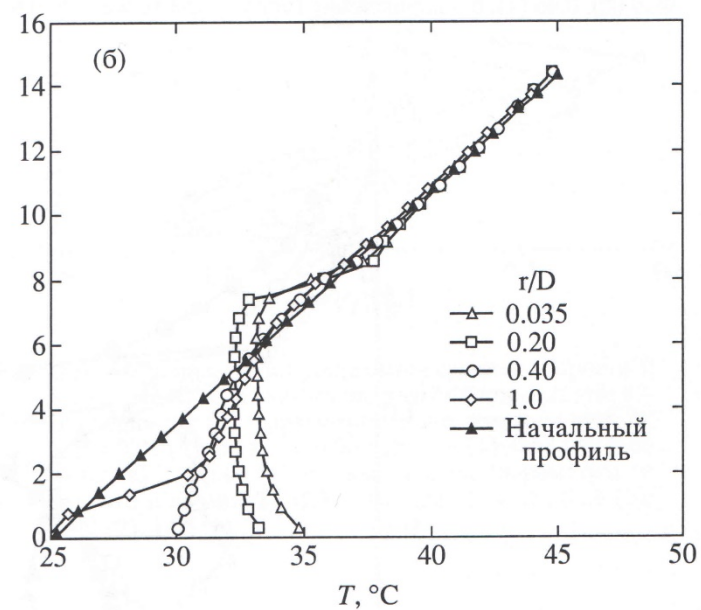
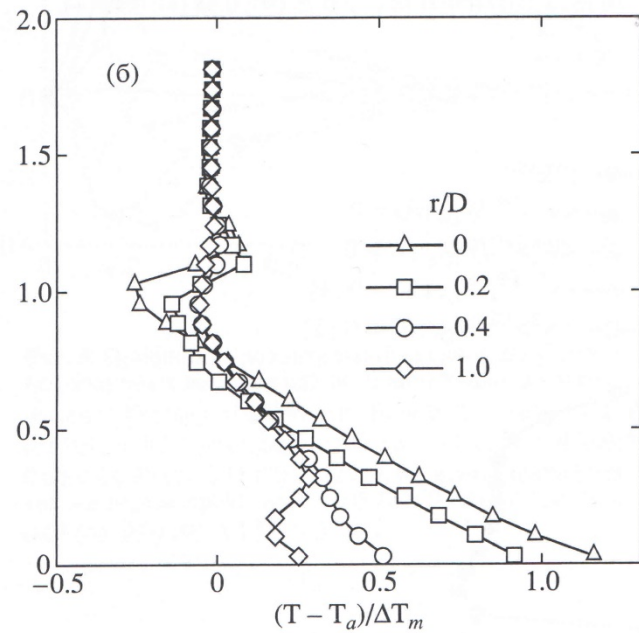
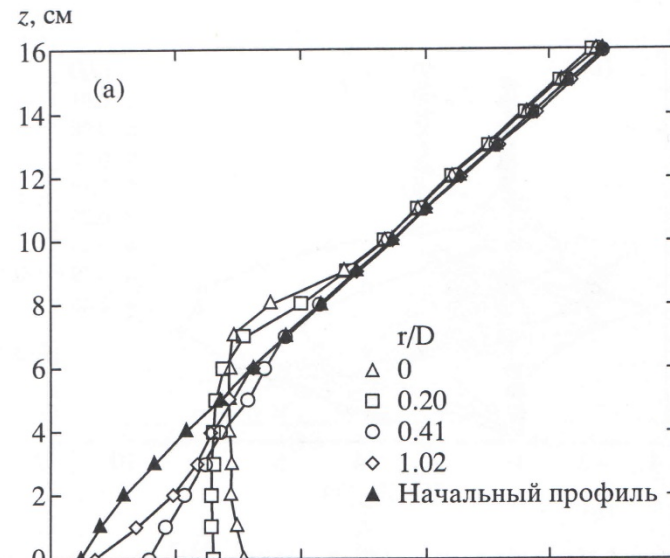
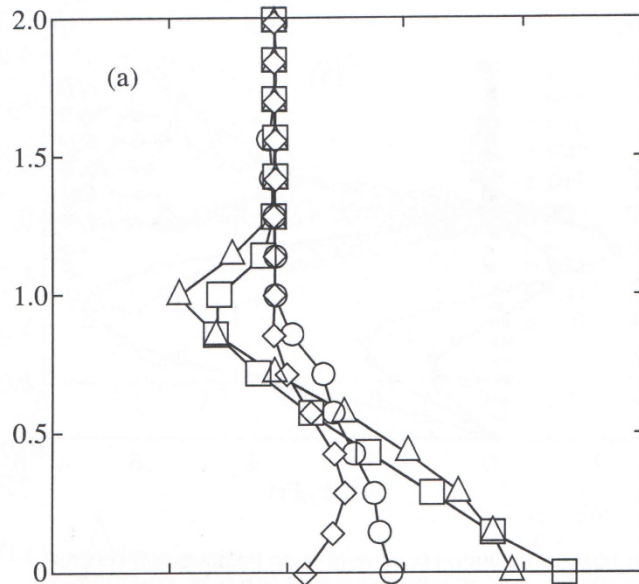


1. Вычисленный профиль температуры внутри плама (факела) имеет характерное “вздутие” (swelling): температура внутри плама ниже, чем температура снаружи на той же самой высоте. Создается область отрицательной плавучести, вследствие возвышения плама в центре

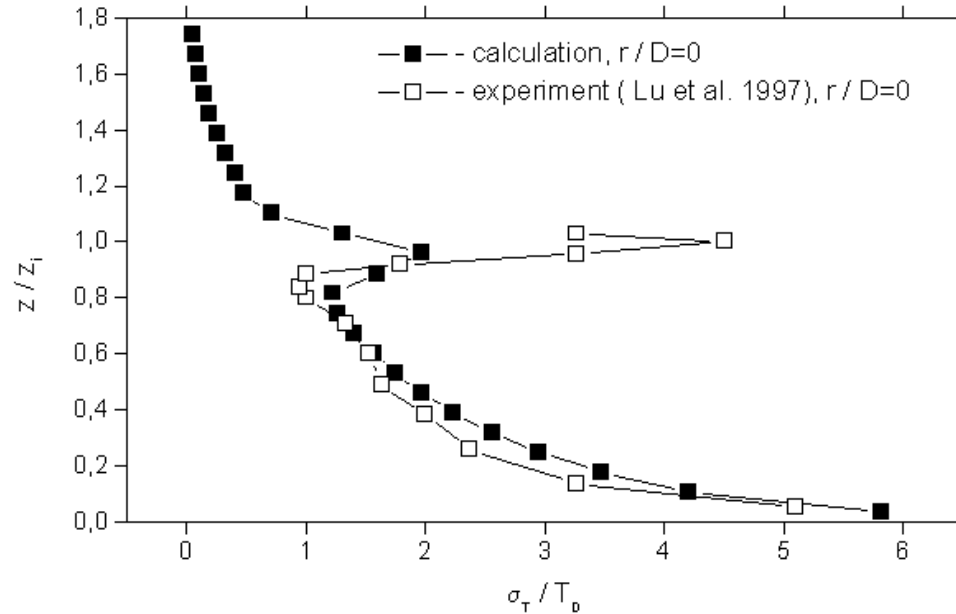
2. Такое поведение показывает, что плум имеет возвышающуюся верхнюю часть в форме “шляпы”



Профили температуры в тепловом факеле



Вертикальный профиль дисперсии температуры



Измеренный (\square) и вычисленный (\blacksquare) профили
среднеквадратичных флуктуаций температуры в центре
острова тепла ($r / D = 0$)
($Re = 4500$, $Fr = 0.088$).

Эффект “вздутия”(swelling) в верхней части плуи

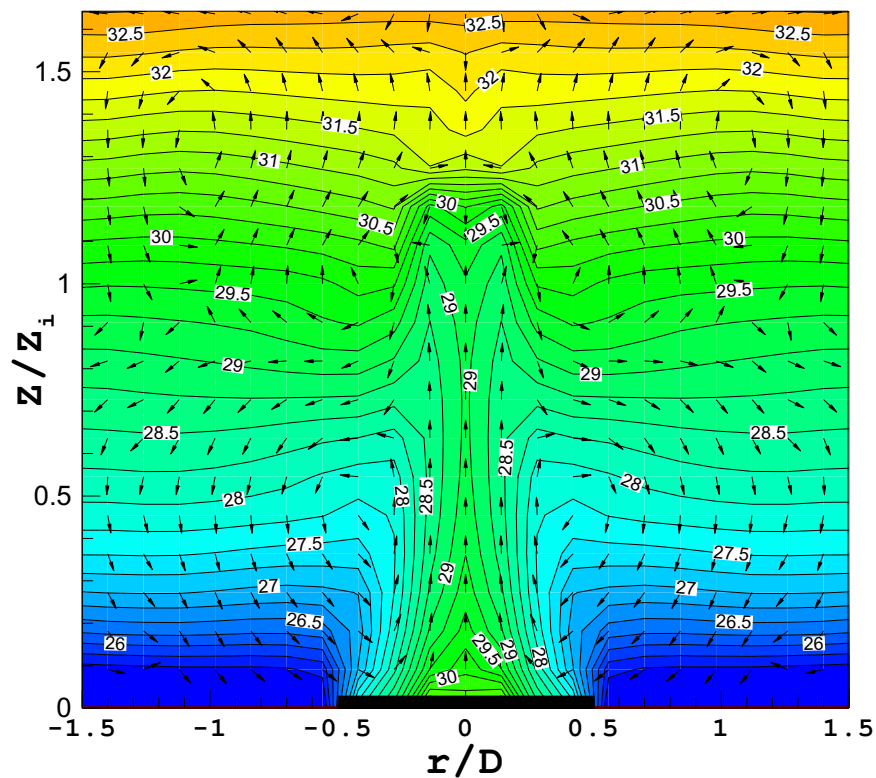
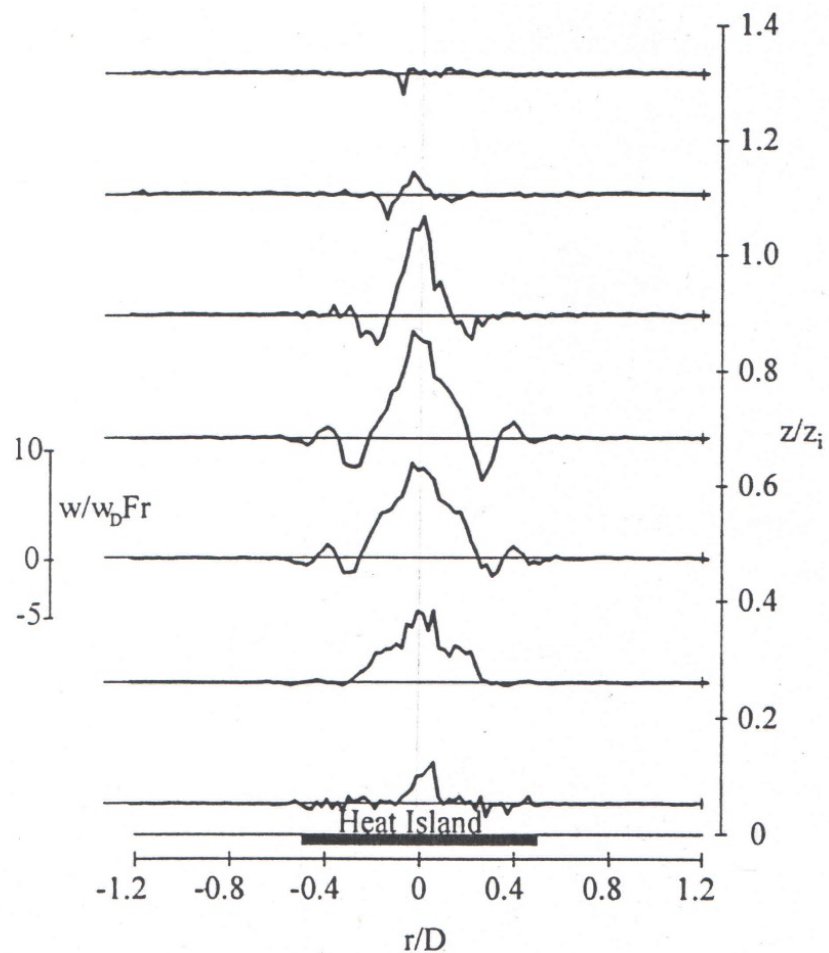
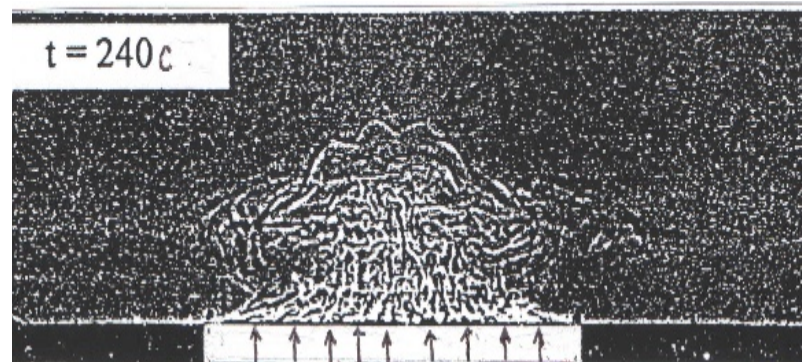
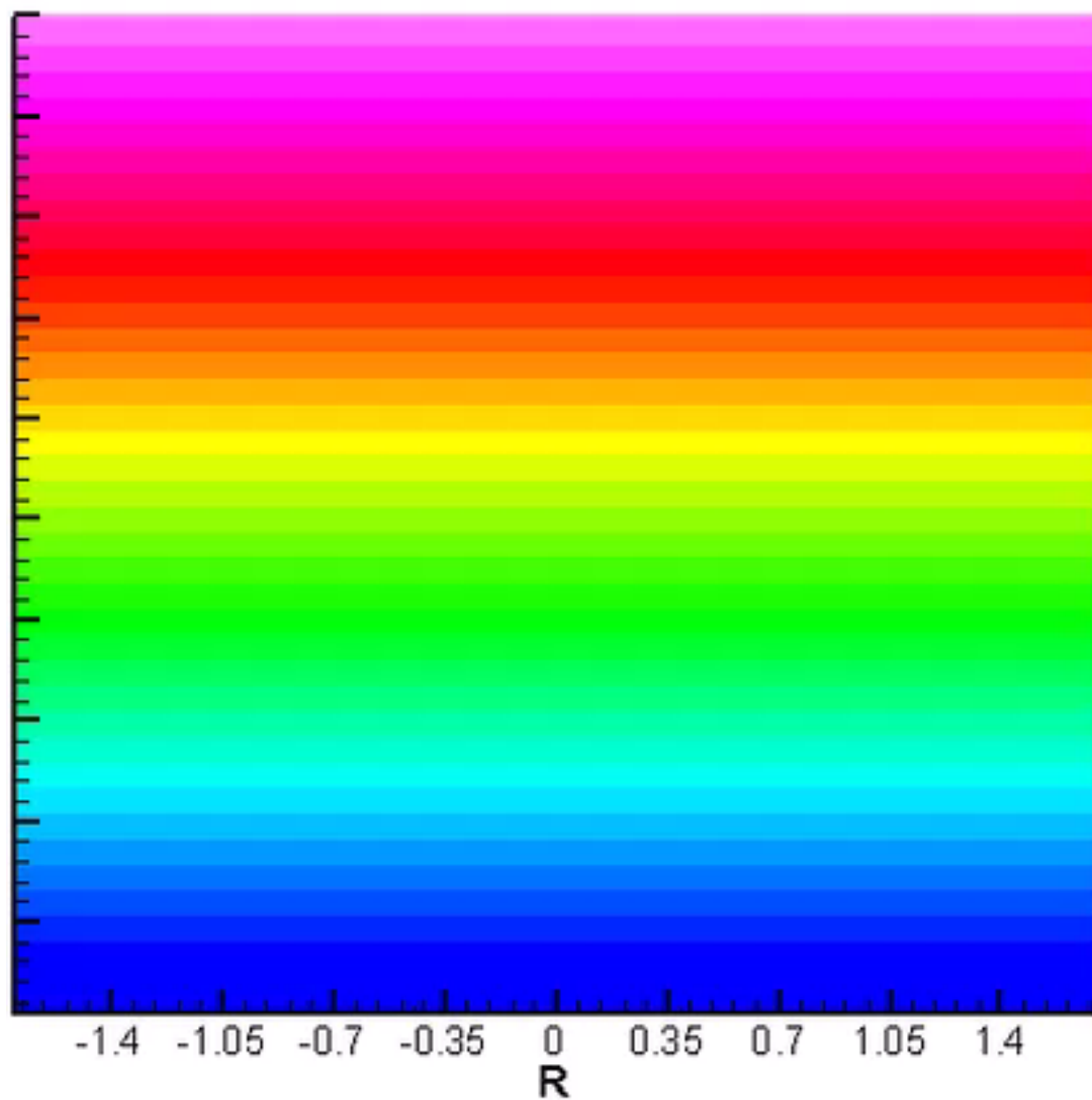
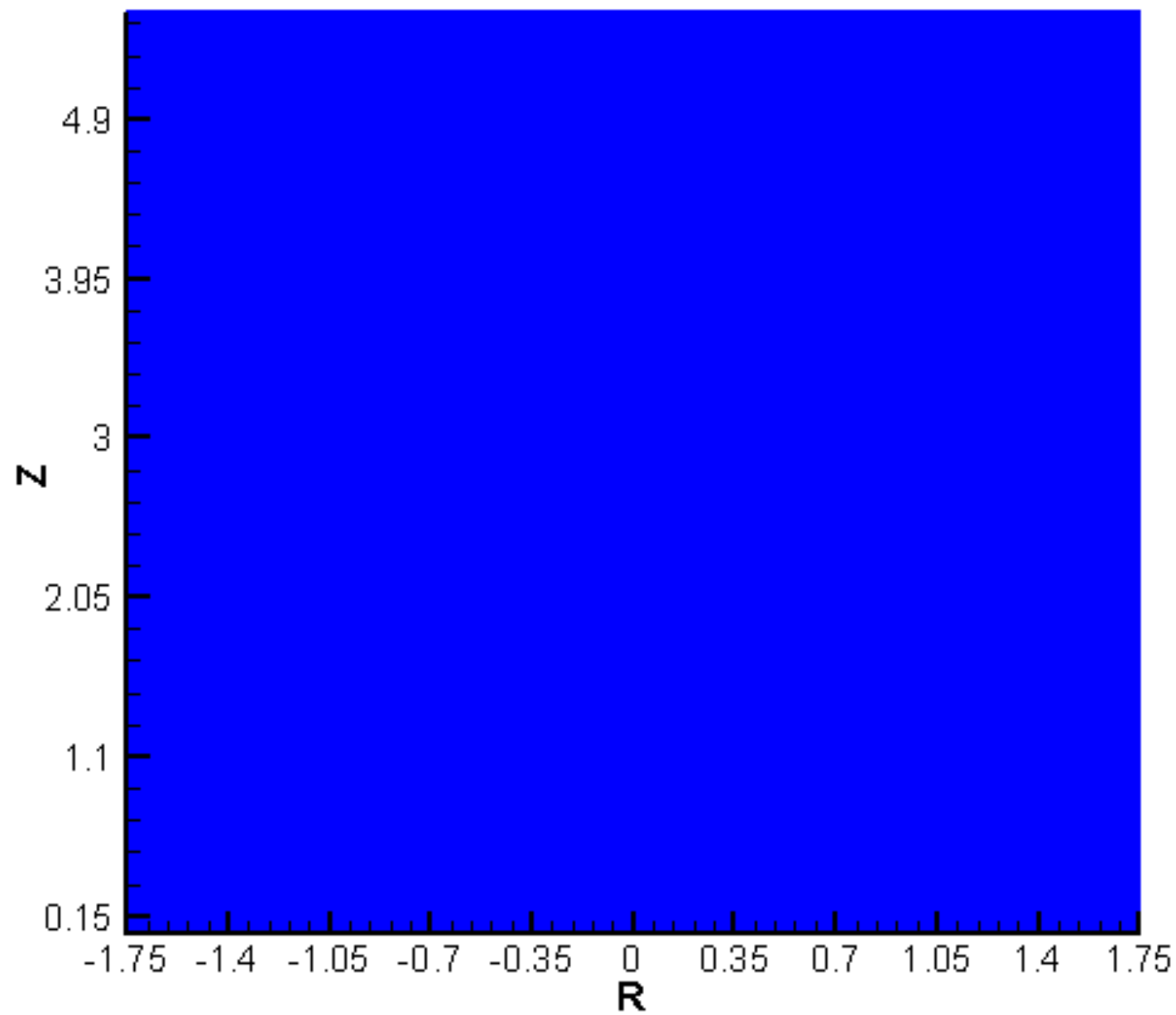


FIG. 7. Nondimensional vertical velocity $w/w_D Fr$ distributions above heat island: (a) $H_0 = 0.16 \text{ W cm}^{-2}$ and (b) $H_0 = 0.65 \text{ W cm}^{-2}$.







Благодарю за внимание!