



RANS моделирование течения Куэтта и слоя Экмана

Кудряшов А.С.¹, Мортиков Е.В.²

1. Факультет вычислительной математики и кибернетики
МГУ им. М.В. Ломоносова, Россия, г. Москва.

2. Научно-исследовательский Вычислительный Центр
МГУ им. М. В. Ломоносова, Россия, г. Москва.

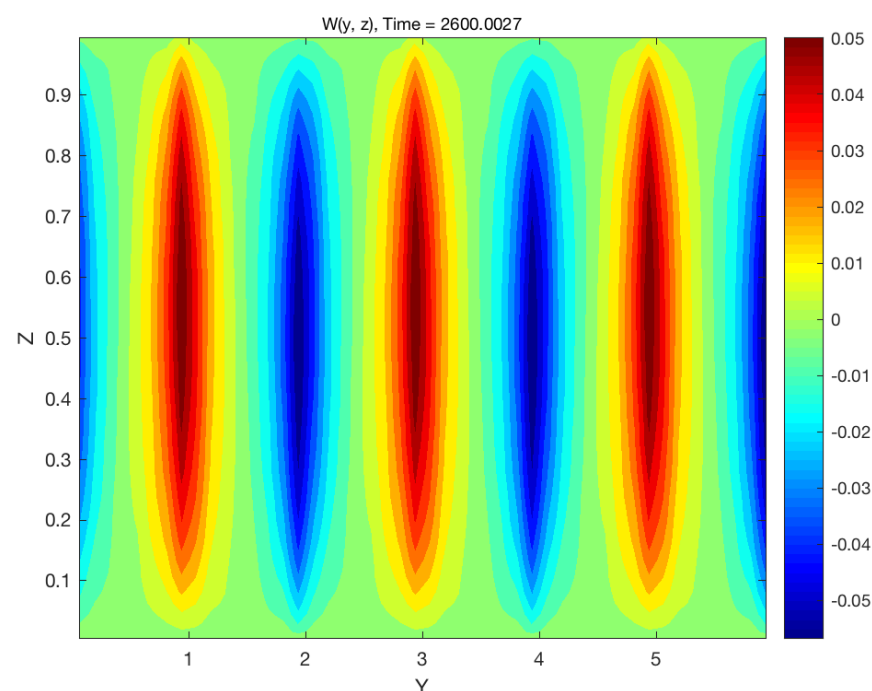
qubabox@mail.ru, evgeny.mortikov@gmail.com

06.07.2018, Томск

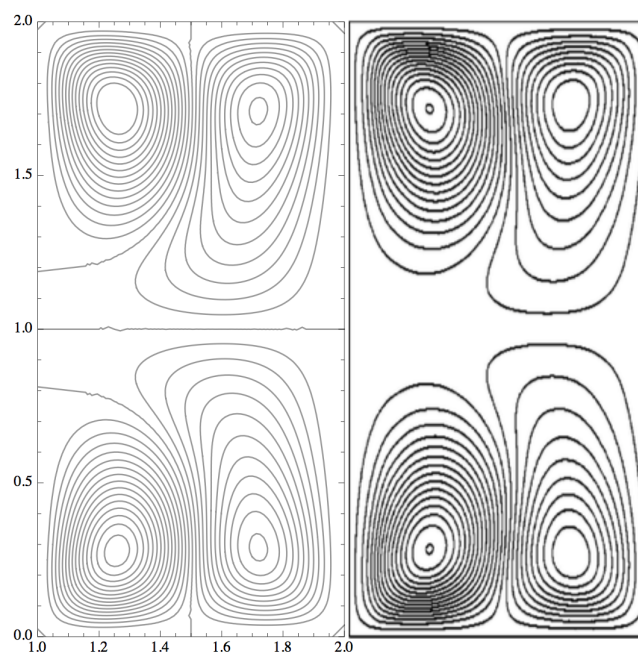
Введение

При численном решении уравнений Навье-Стокса возникают турбулентные структуры, которые и создают большой интерес к моделированию данной системы уравнений. Структуры хорошо воспроизводятся например прямым численным моделированием (DNS).

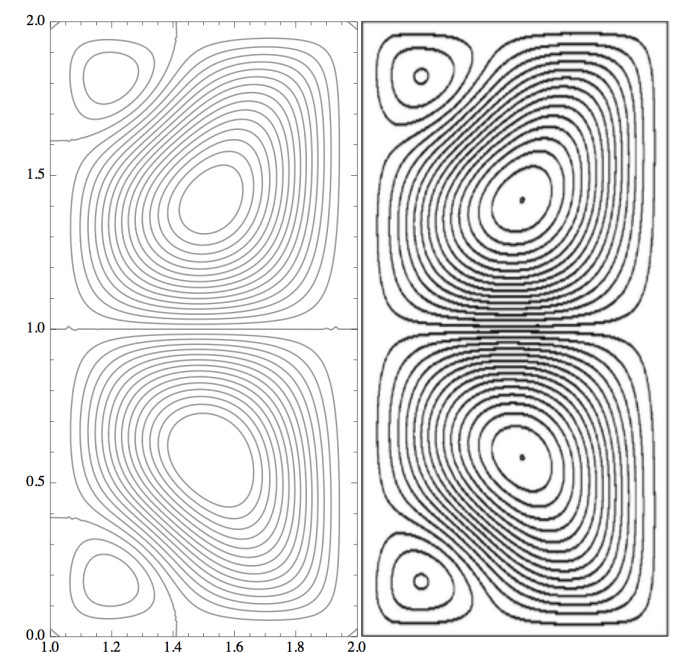
Однако при решении уравнений Навье-Стокса осредненных по Рейнольдсу (RANS) остается открытым вопрос воспроизведения турбулентных структур.



$\Omega = 0.304$



$\Omega = 0.32$



$$\begin{aligned} f &= f' + \bar{f}, \\ \overline{af} &= a\bar{f}, \\ \overline{f'} &= \bar{f}' = 0 \\ \overline{\bar{f}} &= \bar{f}, \\ \overline{\frac{\partial f}{\partial x}} &= \frac{\partial \bar{f}}{\partial x}; \end{aligned}$$

Исходные уравнения

$$(1) \quad \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0,$$

$$(2) \quad \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[-\bar{p} \delta_{ij} + 2\nu \bar{S}_{ij} - \overline{u'_i u'_j} \right] - 2(\omega \times \bar{u})_i,$$

$$(3) \quad \bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right), \quad \overline{u'_i u'_j} = -\frac{2}{3} k \delta_{ij} + (\nu + \nu_t) \left[\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right],$$

Для замыкания используем k-eps модель

$$(4) \quad \frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial k u_i}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k - \varepsilon, \quad G_k = -\overline{u_i u_j} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j},$$

$$(5) \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial \varepsilon u_i}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} G_k - C_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon^2}{k}, \quad \nu_t = C_\nu \frac{k^2}{\varepsilon};$$

$$C_\nu = 0.09, C_{1\varepsilon} = 0.126, C_{2\varepsilon} = 1.92, \sigma_\varepsilon = 1.30, \sigma_k = 1$$

Численный метод

Для численного решения используются k-eps и DNS модели, разработанные в НИВЦ МГУ (Мортиков Е.В.)

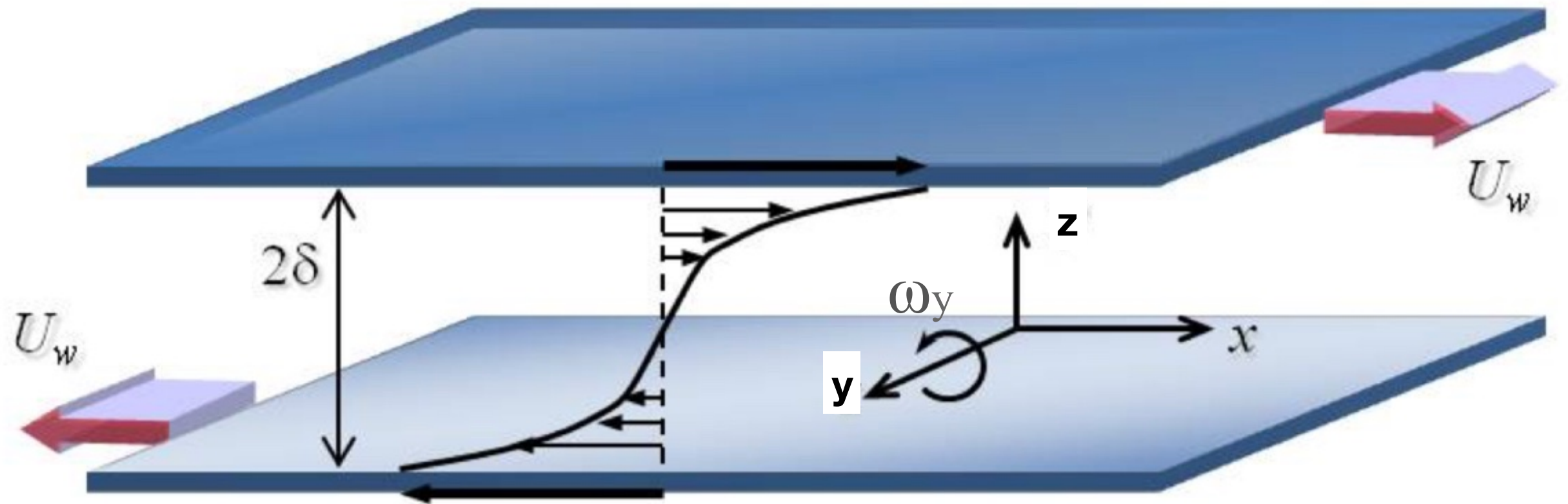
Каждая модель решается конечно-разностным методом на прямоугольной сетке явной схемой второго порядка. Для вычисления поправки на давление решается уравнение Пуассона с помощью стабилизированного метода бисопряженных градиентов.

Программная реализация основана на трехмерной пространственной декомпозиции области и использовании функций библиотеки MPI для организации обменов. Для использования дополнительного параллелизма между ядрами одного узла применяется технология OpenMP.

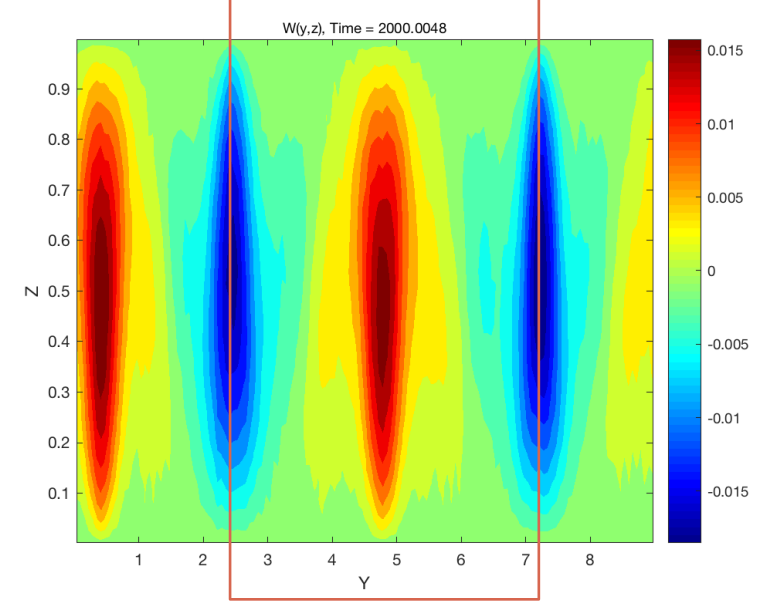
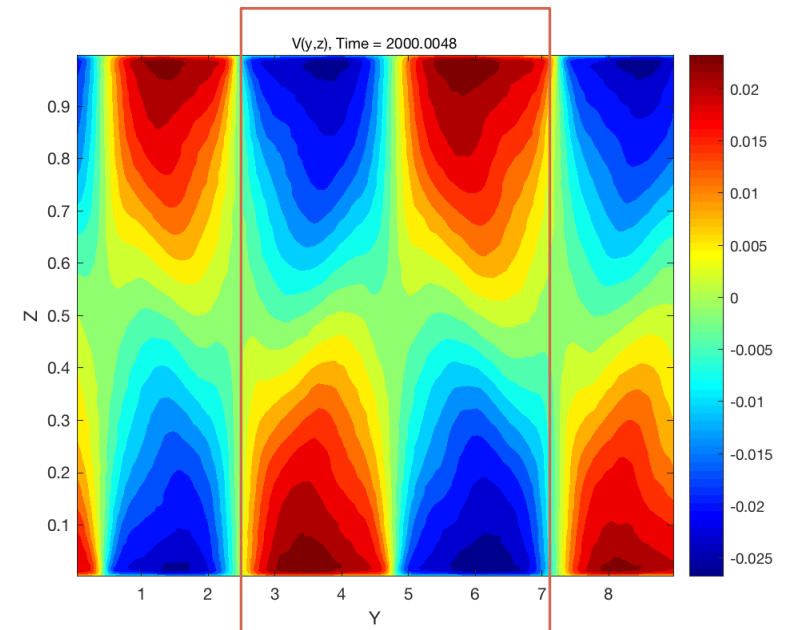
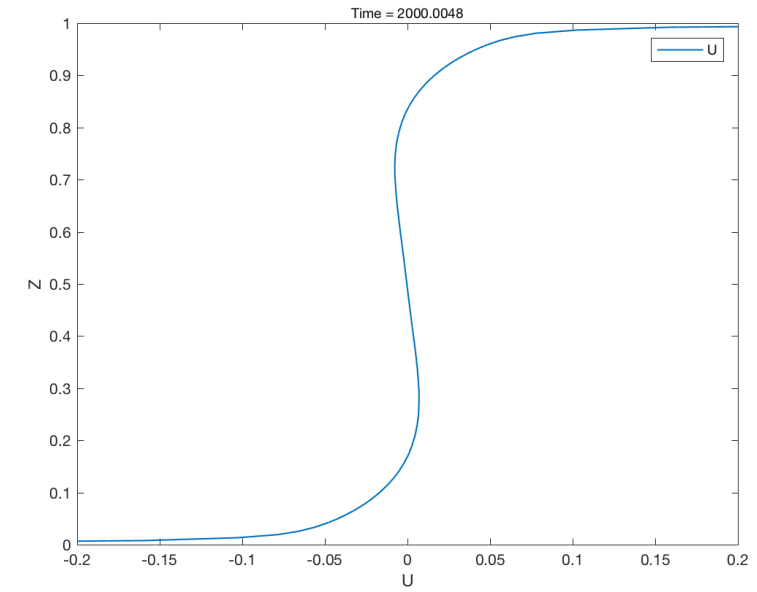
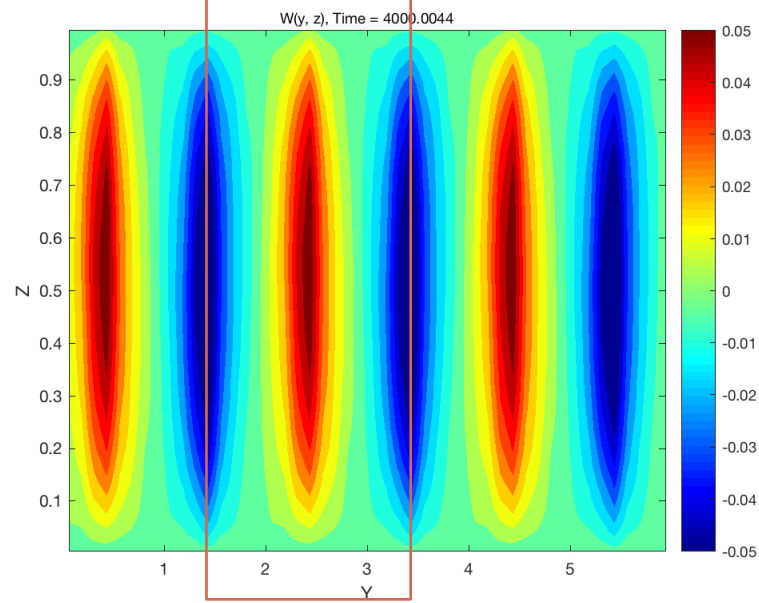
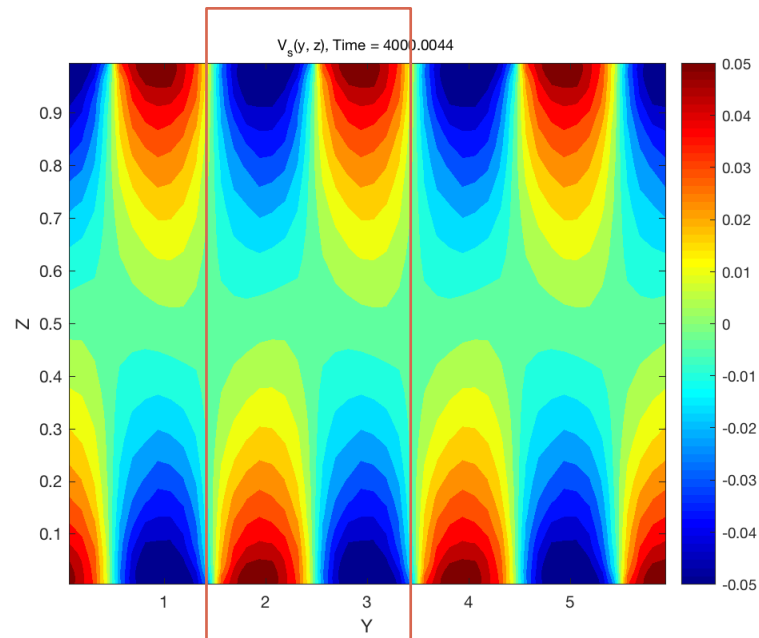
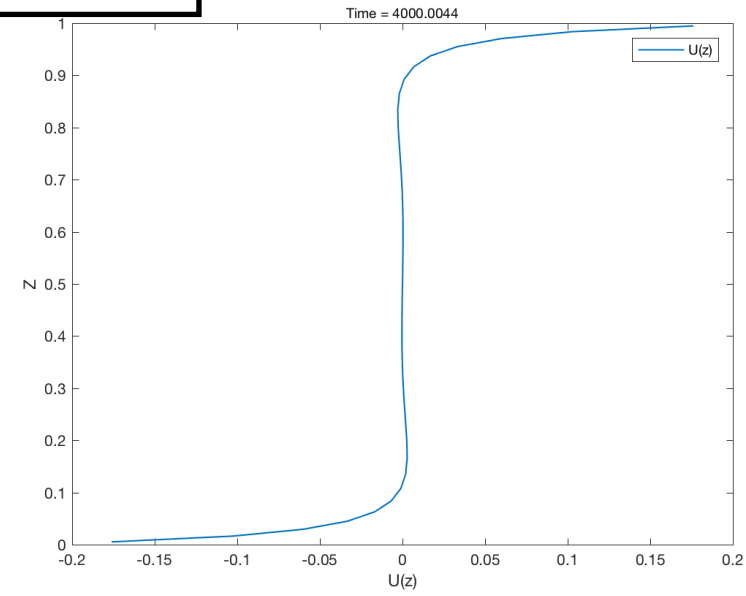
Все расчеты были проведены на суперкомпьютере ИВМ РАН.

Течение Куэтта

течение вязкой жидкости между двумя бесконечными параллельными стенками, одна из которых движется относительно другой (модель геофизических турбулентных пограничных слоев).



$$\omega_y = -0.01$$

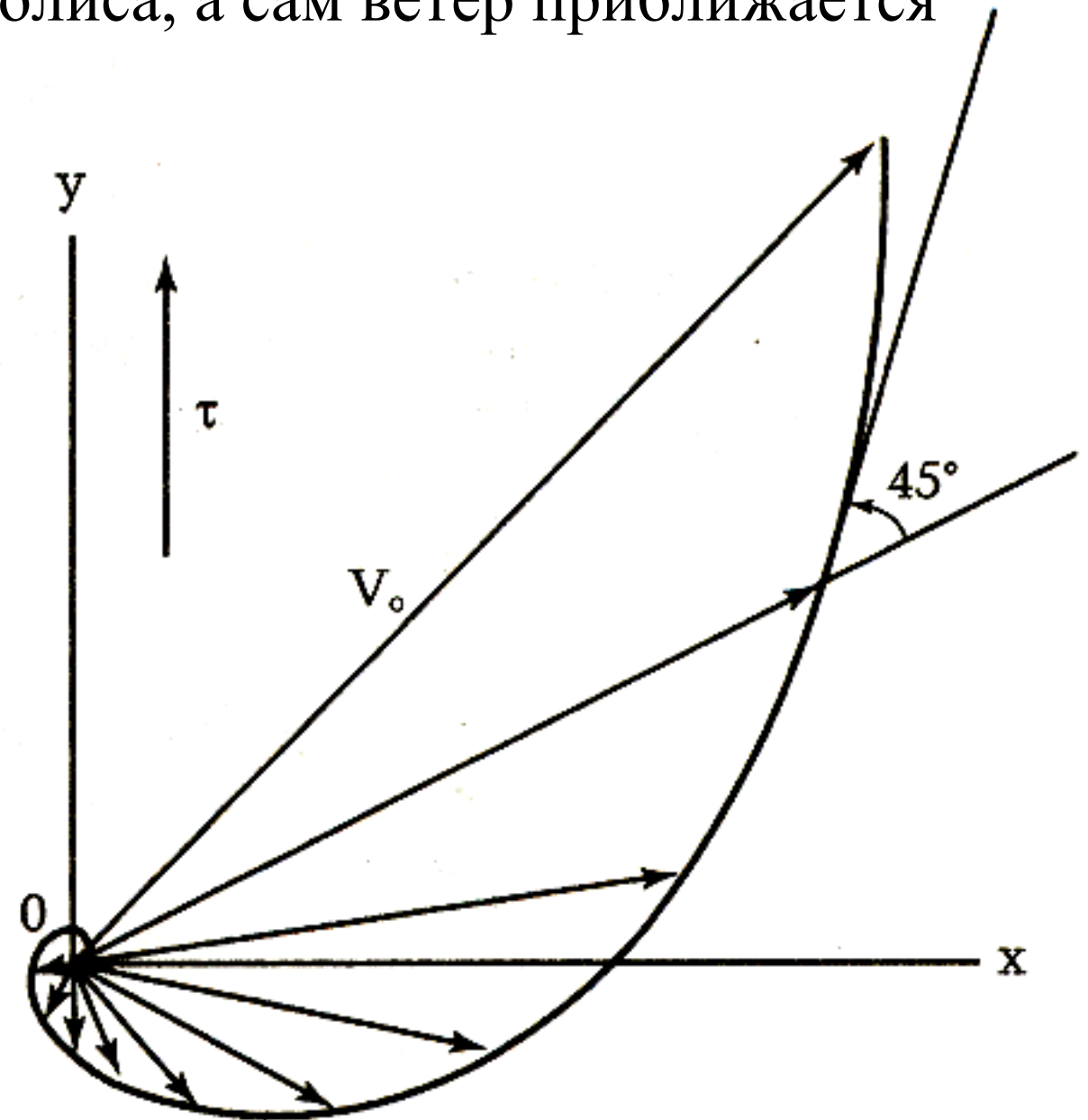


RANS

DNS

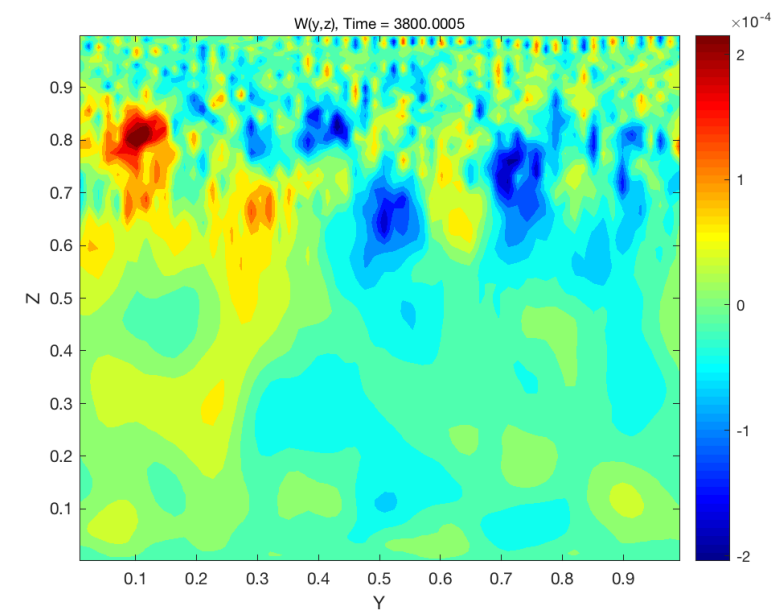
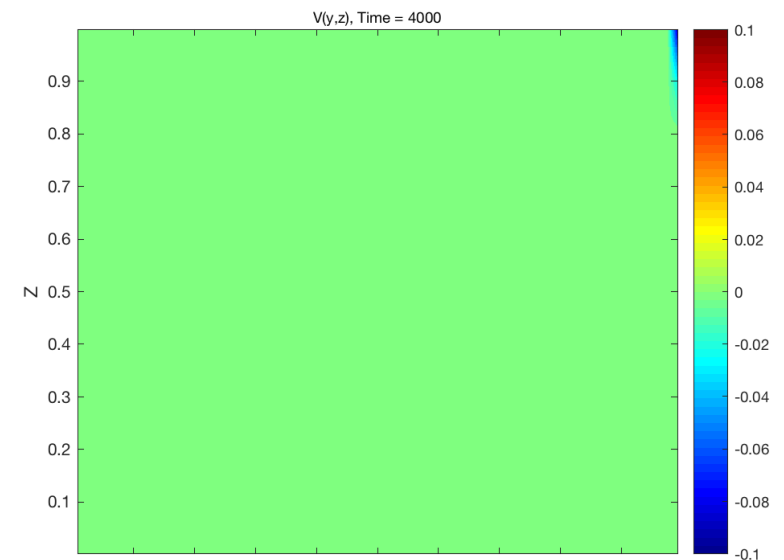
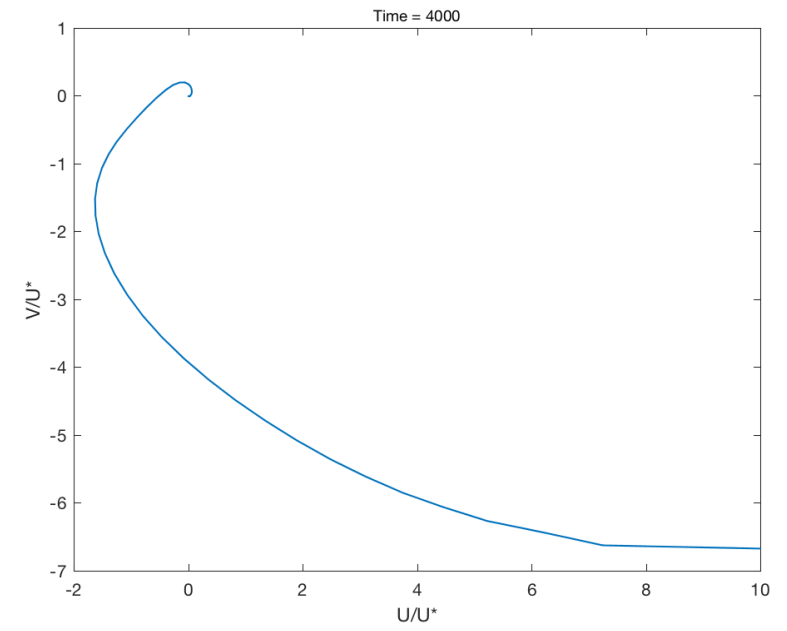
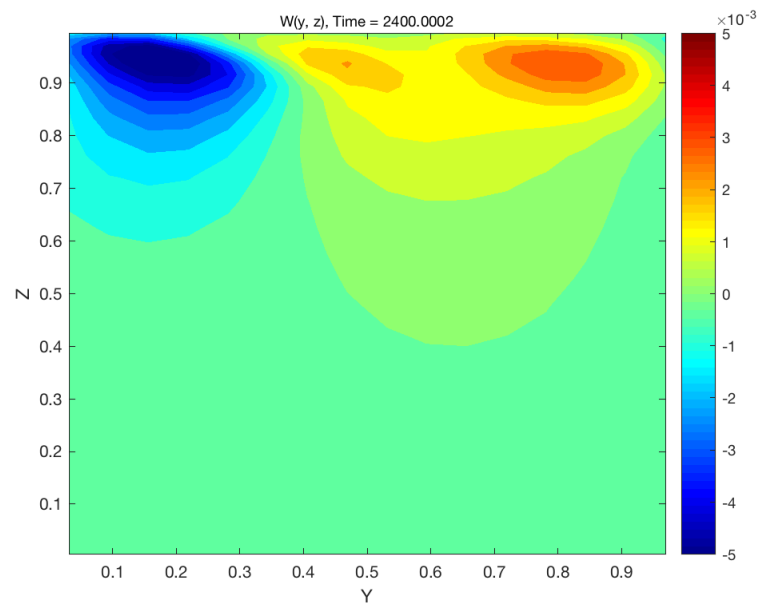
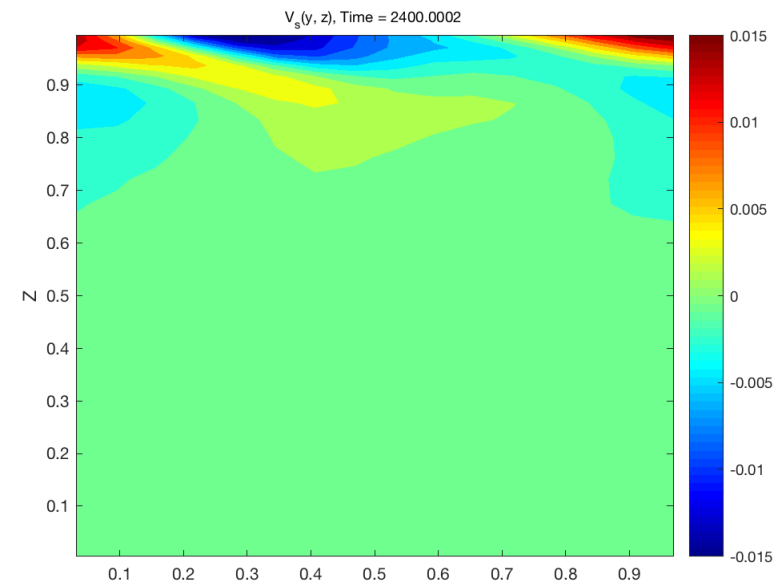
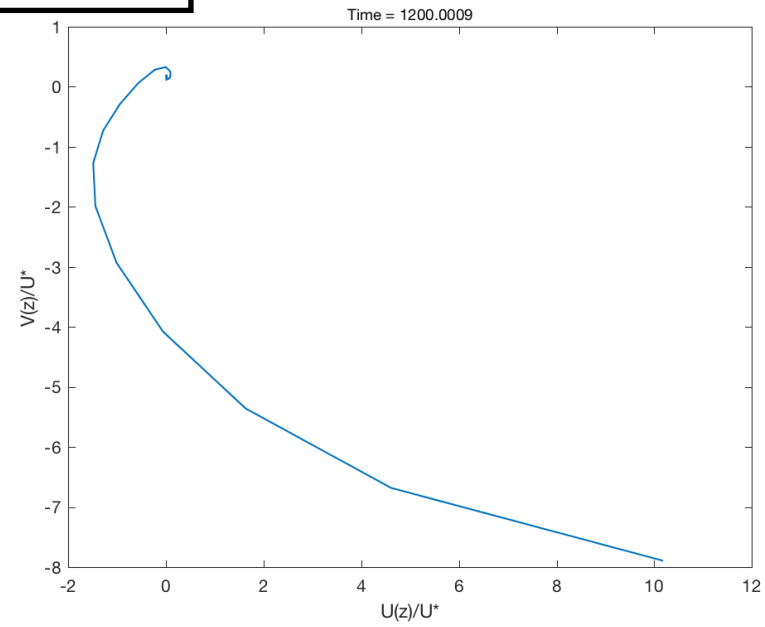
Слой Экмана

приземный слой атмосферы, в котором с высотой изменяется направление ветра за счет силы Кориолиса, а сам ветер приближается к геострофическому.



$$\omega_z = 0.1$$

RANS



DNS

Вывод: Основываясь на сравнении полученных результатов для течения Куэтта и слоя Экмана, RANS-подход плохо описывает турбулентные структуры: сравнивая с DNS различаются профили скоростей, вихри по форме и размерам. А для слоя Экмана вовсе не удастся воспроизвести все структуры

Далее: Для правильного описания структур необходимо модифицировать k-eps замыкание.

Спасибо за внимание!

приглашаю желающих обсудить детали на стенде 08.07.2018