МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ АЭРОДИНАМИКИ И ПЕРЕНОСА ПРИМЕСИ В ЭЛЕМЕНТАХ ГОРОДСКОЙ ЗАСТРОЙКИ

Нутерман Р.Б., Старченко А.В. Томский государственный университет, г. Томск, индекс 634050, пр. Ленина 36, *E-mail: <u>nutrik@math.tsu.ru</u>*

Аннотация

Опасные вещества от автомобильных выхлопов могут причинить вред человеческому здоровью в загрязнённых областях. Для того чтобы минимизировать загрязнения, необходимо понимать и предсказывать распространение вредных выбросов в уличных каньонах.

В данной работе уравнения Рейнольдса и модифицированная «k-e» модель используются для моделирования поля течения и переноса скаляра в городском уличном каньоне. Изменение уровня турбулентности, вызванное передвижением автотранспорта, а также наличием городской растительности, учитываются дополнительными источниковыми членами в уравнениях количества движения и транспортных уравнениях для турбулентных характеристик потока.

На основе многочисленных параметрических расчетов выявлены неблагоприятные конфигурации городской застройки, приводящие к накоплению концентрации вредных веществ вблизи поверхности.

Введение

Снижение качества атмосферного воздуха над урбанизированными территориями в последнее время является одной из причин ухудшения здоровья городского населения. Элементы городской застройки представляют собой искусственные препятствия воздушному потоку и создают условия возникновения застойных зон, в которых накапливаются вредные выбросы, постоянно поступающие от городского автотранспорта и промышленных предприятий, расположенных в черте города [1]. В связи с этим возникает проблема определения неблагоприятных участков городской застройки, способствующих накоплению загрязняющих атмосферный воздух веществ, а также изучение условий образования повышенных концентраций примеси.

Основной источник загрязнения воздуха в уличном каньоне – это выбросы автотранспорта, такие как угарный газ, окись азота, сернистый газ, несгоревшее горючее и некоторое другие органические соединения [1].

Для решения этой проблемы целесообразно использование математических моделей, которые служат как для изучения взаимосвязи между источниками загрязнения и фоновыми концентрациями атмосферного загрязнителя, так и для получения пространственной и временной интерполяции данных, измеренных на станциях наблюдения.

Постановка задачи

Течения, имеющие место в окружающей среде, в том числе и в элементах городской застройки, происходят при турбулентном режиме [2]. Уровень турбулентности в городском уличном каньоне оказывает существенное влияние на характер аэродинамики и распределения примеси [1].

Для расчёта турбулентного поля течения используется система уравнений Рейнольдса [2]:

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left(U_i U_j \right) = -\frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(n \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial k}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{(1 - c_2)}{c_1} t \left(\overline{u'_i u'_k} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} + \overline{u'_j u'_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \right) \right) - \tag{1}$$

$$-\frac{2}{3}\frac{1}{c_1}\frac{\partial}{\partial x_i}[\tau(c_2G-\varepsilon)]-F_{x_i}.$$

Здесь U_i проекции вектора скорости на оси Ox_i , i=1,2; v – кинематическая вязкость воздуха; где P – давление, k – кинетическая энергия турбулентности, e – диссипация кинетической энергии, G – порождение кинетической энергии, $t = \frac{k}{e}$ – время турбулентных пульсаций, $\overline{u'_iu'_j}$ – напряжения Рейнольдса, $c_1 = 1.8$, $c_2 = 0.6$ [2], r – плотность, F_{x_i} – проекции силы сопротивления движению воздуха в массиве растительности. Выражение для F_{x_i} имеет вид: $F_{x_i} = hC_f aU_i \sqrt{\sum_{i=1}^2 U_i^2}$, где h – доля поверхности, покрытой деревьями, C_f –

коэффициент сопротивления, a – плотность растительности в лесном массиве (например, для массивов сосновых деревьев h = 1, $C_f = 0.2$, $a = 0.3125 \text{ m}^2/\text{m}^3$ [3]).

Совокупность граничных условий для системы уравнений (1) записывается следующим образом:

на левой границе при *x=0*:

$$U(0, y) = U_{300} \left(\frac{y - Ly_1}{300 - Ly_1} \right)^{0.3};$$

$$V(0, y) = 0.$$

на твёрдой нижней границе используются условия прилипания:

$$U = V = 0.$$

на правой границе при *x* = *Lx* используются условия стабилизации потока:

$$\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{\partial V}{\partial x} = 0.$$

на верхней границе считается, что компоненты скорости известны:

$$U = U_{300} \left(\frac{Ly - Ly_1}{300 - Ly_1} \right)^{0.3};$$

V = 0.

Поле концентрации загрязняющих веществ определяется из решения уравнения переноса примесей, которое имеет вид:

$$\frac{\partial U_i C}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(D \frac{\partial C}{\partial x_i} \right) - \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{t}{c_{1\hat{n}}} \left(\overline{u'_i u'_j} \frac{\partial \tilde{N}}{\partial x_j} + (1 - c_{2\hat{n}}) \overline{\tilde{n}' u'_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right) \right) + I$$
(2)

Здесь *С* – концентрация примеси; D = v/Sc -коэффициент диффузии; *Sc* - число Шмидта; *I* – источниковый член; $c_{1\hat{n}} = 3.0$, $c_{2\hat{n}} = 0.346$; $\overline{\tilde{n'u'_{j}}}$ – корреляция пульсации скорости и концентрация. Дифференциальное уравнение (2) интегрировалось с нулевым граничным условием для концентрации примеси на левой границе и простыми градиентными соотношениями на остальных границах.

Для определения таких параметров потока как k и e используется «k-e» -модель турбулентности [4]:

$$U_{i}\frac{\partial k}{\partial x_{i}} = \frac{\partial}{\partial x_{i}}\left[\left(n + \frac{n_{T}}{s_{k}}\right)\frac{\partial k}{\partial x_{i}}\right] + G - e + F_{k}, \qquad U_{i}\frac{\partial e}{\partial x_{i}} = \frac{\partial}{\partial x_{i}}\left[\left(n + \frac{n_{T}}{s_{e}}\right)\frac{\partial e}{\partial x_{i}}\right] + (c_{1}^{e}G - c_{2}^{e}e)\frac{e}{k} + F_{e},$$

$$n_{T} = c_{m}\frac{k^{2}}{e}.$$
(3)

Здесь *е* - диссипация энергии турбулентности *k*, генерация энергии турбулентности $G = -\left(\overline{u'u'}\frac{\partial U}{\partial x} + \overline{u'v'}\frac{\partial U}{\partial y} + \overline{v'u'}\frac{\partial V}{\partial x} + \overline{v'v'}\frac{\partial V}{\partial y}\right)$, константы $c_1^e = 1.44$, $c_2^e = 1.92$, $s_k = 1.0$,

 $s_e = 1.3$. В уравнениях (3) F_k, F_e - дополнительные источниковые члены, моделирующие влияние растительности на турбулентность, которые имеют вид: $F_k = U_1 \cdot F_{x_1} + U_2 \cdot F_{x_2}$,

 $F_e = \frac{e}{k} C_{pe1} \left(U_1 \cdot F_{x_1} + U_2 \cdot F_{x_2} \right)$ где $C_{pe1} = 2.0$ [3]. Движущийся автотранспорт представляет собой

не только источник выбросов примеси в атмосферу, но и является генератором так называемой механической турбулентности, обусловленной возмущением воздуха вследствие перемещения объектов конечной длины, имеющих существенное сопротивление. В данной работе учёт этого фактора осуществлён (так же, как и в [5]) путём добавления соответствующих членов в «*k-е*»-модель турбулентности. Для учёта порождения кинетической энергии турбулентности за счёт движения автотранспорта в первое из уравнений (3) добавляется к правой части следующий член $C_{car}V_{car}^2Q_{car}$, а во второе уравнение (3) слагаемое, отвечающее за диссипацию механической энергии турбулентности,

которое имеет вид $C_{car}V_{car}^2Q_{car}\frac{e}{k}$, где $C_{car} = 0.0015$ эмпирический коэффициент, V_{car} - скорость автомобилей, Q_{car} - число автомобилей в секунду [5].

Граничные условия для уравнений (3) имеют вид:

на левой границе при
$$x=0$$
:
 $k = k_0(y), e = e_0(y)$
на верхней границе при $y = Ly$: $\frac{\partial k}{\partial y} = \frac{\partial e}{\partial y} = 0$.
Ha правой границе при $x = Lx$:
 $\frac{\partial k}{\partial x} = \frac{\partial e}{\partial x} = 0$;

Для определения значений параметров вблизи стенки в данной работе используется метод пристенных функций Лаундера–Сполдинга [4], согласно которому касательная к поверхности компонента скорости представляется вблизи поверхности как

$$U_{t} = \frac{t_{w}}{rc_{m}^{1/4}kk^{1/2}}\ln\left[Ec_{m}^{1/4}k^{1/2}n/n\right],$$

где $k = 0.42, E = 9.0, t_w$ – трение на поверхности.

Для определения турбулентных напряжений используются алгебраические соотношения [2] вида

$$\overline{u_i'u_j'} = \frac{2}{3}d_{ij}k + \frac{t}{c_1}\left[(1-c_2)P_{ij} + c_2\frac{2}{3}d_{ij}P - \frac{2}{3}d_{ij}e\right], \ \overline{c'u_i'} = -\frac{\tau}{c_{1c}}\left(\overline{u_i'u_j'}\frac{\partial C}{\partial x_j} + (1-c_{2c})\overline{c'u_j'}\frac{\partial U_i}{\partial x_j}\right).$$

При этом для расчёта касательных напряжений используются явные формулы, записанные в системе координат, связанной с линиями тока [6],

$$-\overline{u_s u_n} = \frac{-K_1 K_2}{\left[1 + 8K_1^2 \frac{k^2}{e^2} \left(\frac{\partial U_s}{\partial n} + \frac{U_s}{R_c}\right) \frac{U_s}{R_c}\right]} \frac{k^2}{e} \left(\frac{\partial U_s}{\partial n} - \frac{U_s}{R_c}\right), \quad K_1 = \frac{1 - c_2}{c_1}, \quad K_2 = \frac{2}{3} \frac{1 - c_1 - c_2}{c_1}, \quad K_3 = \frac{2}{3} \frac{1 - c_1 - c_2}{c_1}, \quad K_4 = \frac{1 - c_2}{c_1}, \quad K_5 = \frac{2}{3} \frac{1 - c_1 - c_1}{c_1}, \quad K_5 = \frac{2}{3} \frac{1 - c_1 - c_1}{c_1}, \quad K_5 = \frac{2}{3} \frac{1 - c_1 - c_1}{c_1}, \quad K_5 = \frac{2}{3} \frac{1 - c_1 - c_1}{c_1}, \quad K_5 = \frac{2}{3} \frac{1 - c_1 - c_1}{c_1}, \quad K_5 = \frac{2}{3} \frac{1 - c_1}{c_1}, \quad K_5 = \frac{2}{3} \frac{1 - c_1}{c_1}, \quad K_5 = \frac{2}{3} \frac{1 - c_1}{c_1},$$

а при вычислении нормальных напряжений Рейнольдса применяется локальная изотропная модель.

Метод решения и результаты расчётов

Дискретизация дифференциальных уравнений осуществляется методом конечного объёма [7], при этом аппроксимация конвективных членов уравнений переноса выполняется с использованием схемы *MLU* Ван Лира [8]. Для вычисления интегралов используются кусочно-линейные профили, которые описывают изменение функции между узлами [9]. В результате такой дискретизации получаются сеточные уравнения, решаемые методом неполной факторизации Булеева [10]. Для согласования поля давления с полем скорости используется процедура *SIMPLE* Патанкара–Сполдинга [7]. Для проверки адекватности модели и метода решения было проведено тестирование.

Тестирование. Турбулентное движение за уступом [11]. Высота уступа h = 0.076 м, а скорость жидкости во входном сечение равна 10 м/с. Режим течения соответствует числу Рейнольдса Re = 50000. Вычисления проводились в области 2 м по оси Ox и 0.4 м по оси Oy на сетке размером 150х80. При этом расчеты осуществлялись для стандартной модели турбулентности, а также с использованием алгебраических соотношений. На рисунках 1 и 2 представлены коэффициент давления, безразмерная скорость и кинетическая энергия турбулентности вниз по потоку.



Рисунок 1 - Распределение коэффициента давления за обращённым назад уступом. --- стандартная «*k*-*e*»-модель, — вычисления с алгебраическими соотношениями, о - эксперимент [11]



Рисунок 2 - Профили скорости (а) и кинетической энергии турбулентности (b) за уступом; --- стандартная «*k-e*»-модель, --- вычисления с алгебраическими соотношениями, о - эксперимент [11]

Из расчётов видно, что в случае применения стандартной «*k-e*» модели зона рециркуляционного течения меньше, чем она есть на самом деле. Модификация модели турбулентности за счёт алгебраических соотношений позволяет более точно рассчитать зону рециркуляции.

Предложенная математическая модель была применена для исследования аэродинамики потока и переноса примеси, поступающей от движущегося автотранспорта, в элементах городской застройки. Расчеты проводились на сетке размером 161×121.



Рисунок 3 - Линии тока и векторное поле скорости (слева), изолинии концентрации примеси (справа). W=30 м; H=30 м; U₃₀₀= 1 м/с; источники механической турбулентности и примеси в точках: (a), (b) - (x = 35, y = 0.5); (c), (d) - (x = 55, y = 0.5); (e), (f) - (x = 35, y = 0.5), (x = 55, y = 0.5)



Рисунок 4 - Линии тока и векторное поле скорости (слева), изолинии концентрации примеси (справа). W=30 м; H=30 м; U₃₀₀= 1 м/с; источники механической турбулентности и примеси в точках: (a), (b) - (x = 35, y = 0.5);

(c), (d) - (x = 55, y = 0.5); (e), (f) - (x = 35, y = 0.5), (x = 55, y = 0.5); \Box - растительный массив



Рисунок 5 - Влияние скорости ветра на линии тока (а) и распределение концентрации примеси (b). W=30 м; H=30 м; U₃₀₀= 2 м/с; источники выброса примеси в точках (x = 35, y = 0), (x = 55, y = 0.5)



Рисунок 6 - Влияние скорости ветра на линии тока (а) и распределение концентрации примеси (b). W=30 м; H=30 м; U₃₀₀= 4 м/с; источники выброса примеси в точках (x = 35, y = 0.5), (x = 55, y = 0.5)



Рисунок 7 - Линии тока. Источник примеси и механической турбулентности находится в центре уличного каньона в точке x=45 м, y=0.5 м. W=20 м; H=5 м; U₃₀₀ = 2 м/с



Рисунок 8 - Изолинии концентрации. Источник примеси и механической турбулентности находится в центре уличного каньона в точке x=45 м, y=0.5 м. W=20 м; H=5 м; U₃₀₀ = 2 м/с



Рисунок 9 - Линии тока. Источник примеси и механической турбулентности находится в центре уличного каньона в точке x=45 м, y=0.5 м. W=40 м; H=5 м; U₃₀₀ = 2 м/с



Рисунок 10 - Изолинии концентрации. Источник примеси и механической турбулентности находится в центре уличного каньона в точке x=45 м, y=0.5 м. W=40 м; H=5 м; U₃₀₀ = 2 м/с



Рисунок 11 - Линии тока. Источник примеси и механической турбулентности находится в центре уличного каньона в точке х=45 м, у=0.5 м. W=40 м; H=5 м; U₃₀₀ = 2 м/с; □ - растительный массив



Рисунок 12 - Изолинии концентрации. Источник примеси и механической турбулентности находится в центре уличного каньона в точке х=45 м, у=0.5 м. W=40 м; H=5 м; U₃₀₀ = 2 м/с; □ – растительный массив

Источники поступления примеси постоянной интенсивности располагались вблизи поверхности y = 0.5. В расчётах скорость движения автотранспорта принималась равной $V_{car} = 10$ м/с, а интенсивность движения автомобилей $Q_{car} = 0.5$ с⁻¹. Расположение источников выброса загрязнения совпадает с местоположением источников механической турбулентности.

Результаты расчётов показывают, что в каньоне образуется вращательное движение воздуха, направление и интенсивность которого определяются значением скорости основного потока [12]. Увлекаемая вращательным движением воздуха примесь, которая поступает из источников, расположенных на дне каньона, переносится к подветренной стороне и далее отчасти выносится в основной поток, отчасти возвращается в область, ограниченную вертикальными стенками близко стоящих зданий (Рисунок 3). Скорость рециркуляционного потока в каньоне существенно ниже скорости воздуха над зданиями (Рисунок 3), что способствует образованию повышенного уровня содержания примеси во всём объёме каньона и особенно вблизи источников выбросов и у подветренной стороны каньона.

Необходимо отметить, что наибольшее значение концентрации загрязнителя (Рисунки 3 a, b и 3 c, d) достигается в том случае, когда источник механической турбулентности и источник примеси находятся у левой образующей каньона (Рисунок 3 a, b). Это происходит из-за того, что степень распространения примеси больше в том случае, когда источник механической турбулентности находится у наветренной стороны каньона (Рисунок 3 c, d). Из-за того, что турбулентная диффузия способствует более интенсивному перемешиванию, количество примеси, сносимое к подветренной стороне, меньше. В случае, когда источник механической турбулентности находится у левой образующей каньона, примесь в меньшей степени рассеивается и выносится потоком из уличного каньона. Поэтому наблюдается меньшее перемешивание примеси (Рисунки 3 a, b).

Наличие небольшого массива растительности (несколько сосновых деревьев), расположенного в центре уличного каньона (Рисунки 4 a, b, c, d, e, f; 42,5м≤х≤47,5м; 1м≤у≤16м), при остальных неизменных параметрах расчета приводит к существенному снижению скорости вращательного движения из-за увеличения сопротивления потоку. Кроме того, появление проницаемого препятствия в уличном каньоне выражается в деформации линий тока в массиве растительности и за ним, связанной с подъемным движением воздуха, прошедшего у основания преграды. Интенсивность вентиляции уличного каньона снижается, что приводит к повышению уровня концентрации примеси во всем объеме каньона, особенно, у подветренной стороны. Дополнительному рассеянию примеси также способствует интенсификация турбулентного переноса, обусловленная изменением характера рециркуляционного движения, выражающегося в подъеме турбулизованного загрязненного потока за проницаемой преградой.

Скорость ветра над уличным каньоном влияет на величину загрязнения в нём - чем больше скорость набегающего потока, тем меньше концентрации в каньоне (Рисунки 5, 6). Следует отметить, что изменение объёма уличного каньона оказывает влияние на уровень загрязнения воздуха в нем [1], однако локальные максимальные значения концентрации загрязняющих веществ постоянно фиксируются у подветренной стороны каньона.

Важно также отметить, что, геометрические параметры (высота H и ширина W) уличного каньона оказывают существенное влияние на вид течения и уровень загрязнения. Отношение H/W = 0.25 (Рисунки 7, 8) характеризуется растяжением вихря вдоль уличного каньона и увеличением концентрации с подветренной стороны. Это приводит к ещё большему возрастанию концентрации вследствие снижения интенсивности движения воздушных масс у подветренной стороны каньона. Дальнейшее увеличение расстояния между зданиями (H/W = 0.125) приводит к образованию двух рециркуляционных зон: большой вихрь у подветренной стороны и малый у наветренной (Рисунки 9, 10). В этом случае примесь, поступающая от источника, расположенного в центре уличного каньона, уносится в сторону подветренного здания, циркулируя и накапливаясь там. Таким образом, показано, что существует три основных режима течения в уличном каньоне [1]:

1) вихрь расположен в центре уличного каньона (H/W > 0.7);

2) вихрь вытягивается и смещается к наветренной стороне (0.3 < H/W < 0.7);

3) образуются две рециркуляционные зоны - большая у подветренной и малая у наветренной стороны каньона (H/W < 0.3).

Наличие растительности в каньоне с отношением H/W = 0.125 приводит к уменьшению рециркуляционной зоны у подветренного здания вследствие того, что растительность оказывает сопротивление движению воздушных масс. Кроме того,

происходит исчезновение малого вихря, так как растительность стабилизирует набегающий поток (Рисунки 11, 12).

Заключение

Представлена математическая модель и метод расчета для исследования аэродинамики в элементах городской застройки. Проверена и установлена согласованность модели с данными измерений. Выполнены параметрические расчеты по изучению распределения концентрации примеси, поступающей от непрерывных источников выбросов автотранспорта в уличном каньоне. Исследовано влияние растительного массива, расположенного вблизи городской автотрассы, на распространение загрязнения, а также влияние движущегося автотранспорта на картину турбулентного движения воздуха и распределения примеси.

Литература

- 1. Оке Т.Р. Климаты пограничного слоя. Л. : Гидрометеоиздат, 1982. 360 с.
- 2. Кольман В. Методы расчёта турбулентных течений. М.: Мир, 1984. 464 с.
- Kimura A., Iwata T., Mochida A., Yoshino H., Ooka R., Yoshida S. Optimization of Plant Canopy Model for Reproducing Aerodynamic Effects of Trees: (Part 1) Comparison between the canopy model optimized by the present authors and that proposed by Green // Summaries of Technical Papers of Annual Meeting Architectural Institute of Japan. - 2003. -№ 9. - P.721 - 722.
- Launder B.E and Spalding D.B. The numerical computation of turbulent flows // Computational Methods in Applied Mechanics and Engineering. - 1974. - Vol. 3. - № 2. - P. 269 - 289.
- 5. URL: http://www2.dmu.dk/AtmosphericEnvironment/trapos/texte/ louka-camb.pdf
- 6. Leschziner M.A. and Rodi W. Computational of strongly swirling axisymmetric free jets // Journal of the AIAA. 1984. № 22. P. 1742 1747.
- 7. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. М. : Энергоатомиздат, 1984. 152 с.
- 8. Noll B. Evaluation of a Bounded High-Resolution Scheme for Combustor Flow Computation // AIAA Journal. 1992. Vol. 30. № 1. P. 64 69.
- Есаулов А.О., Старченко А.В. К выбору схемы для численного решения уравнений переноса / Вычислительная гидродинамика Томск: Изд-во Томск. ун-та. 1999. С. 27 -32.
- Ильин В.П. Методы неполной факторизации для решения алгебраических систем. -М. : Физматлит, 1995. - 288 с.
- 11. Турбулентные сдвиговые течения 1 / Перевод А. В. Колесникова и др. [Сб. ст.] Пер. с англ. под ред. А. С. Гиневского. М.: Машиностроение, 1982. 432 с.
- Nuterman R.B., Starchenko A.V. A modeling of air flow in a street canyon // Proceedings of Tenth Joint Int. Symp. on Atmospheric and Ocean Optics/Atmospheric Physics I: Radiation Propagation in the Atmosphere and Ocean, SPIE. – 2004. – Vol. 5396. – P. 89 – 98.

MATHEMATICAL MODEL OF AERODYNAMICS AND POLLUTION TRANSPORT IN URBAN OBSTACLES

Nuterman R.B., Starchenko A.V.

Annotation

The hazardous materials from motor vehicles can sicken or even cause fatal harm to humans within a polluted area. In order to minimize such casualties, it is necessary to understand and predict pollutant dispersion in street canyons.

The Reynolds averaged Navier-Stoks equations and modified k-e model are used to model of a flow field and scalar transport in urban street canyon. The influence of traffic induced turbulence and urban vegetation is taken into account by additional sources in momentum equations, and transport equations for turbulent parameters.

On the basis of numerous parametrical calculations the adverse configurations of urban building resulting in accumulation of concentration of harmful substances near to a surface are determined.