

Российская академия наук Сибирское отделение
ИНСТИТУТ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

УДК 551.509.313

УТВЕРЖДАЮ

Директор ИВТ СО РАН
академик РАН

_____ Ю.И. Шокин

« ____ » _____ 2007 г.

ОТЧЕТ
О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ

СУБОПТИМАЛЬНЫЕ АЛГОРИТМЫ УСВОЕНИЯ ДАННЫХ НАБЛЮДЕНИЙ
ДЛЯ ОЦЕНКИ КОНЦЕНТРАЦИИ ПАССИВНОЙ ПРИМЕСИ

Государственный контракт № 02.517.11.9011
в рамках ФЦНТП «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2007-2012 годы»

Научный руководитель,
к.ф.-м.н.

<Киланова Н.В.>

Новосибирск 2007

СПИСОК ОСНОВНЫХ ИСПОЛНИТЕЛЕЙ

Научный руководитель, н.с., к.ф.-м.н.	_____	Киранова Н.В. (раздел 1,2)
Исполнители темы		
С.н.с., д.ф.-м.н.	_____	Климова Е.Г. (разделы 1)

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	5
1. Усвоение данных в задаче переноса и диффузии пассивной примеси.....	6
<i>1.1. Полулагранжева модель переноса и диффузии пассивной примеси.....</i>	<i>6</i>
<i>1.2. Алгоритм усвоения данных наблюдений о концентрации пассивной примеси в атмосфере</i>	<i>6</i>
2. Численные эксперименты	11
Заключение.....	18
Список использованных источников.....	19

ОПРЕДЕЛЕНИЯ

В настоящем отчете о НИР применяются следующие термины с соответствующими определениями:

Задачей усвоения данных (в иностранной литературе “data assimilation”) называется задача совместного учета данных наблюдений и прогностической модели для наиболее точного описания искомых полей.

Под **системой усвоения данных** следует понимать комплекс программ, реализующий алгоритм решения задачи усвоения данных.

Субоптимальными алгоритмами усвоения данных называются алгоритмы усвоения данных наблюдений, в которых при задании или вычислении ковариационных матриц используются какие-либо упрощения по сравнению с классическим фильтром Калмана.

Систематической ошибкой модели называется ошибка модели, имеющая ненулевое математическое ожидание.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время задача усвоения данных измерений является очень актуальной. Большое распространение методы совместного учета данных и математической модели получили в задачах оценки концентрации примесей в атмосфере. При решении задач усвоения данных наблюдений возможны две методики решения. Первая основывается на вариационном подходе, и называется в литературе 4DVAR. Вторая методика заключается в применении алгоритма фильтрации Калмана. В настоящей работе рассматривалась последняя методика усвоения данных в задаче оценки концентрации пассивной примеси в атмосфере Северного полушария. При этом прогноз изменения концентрации примеси по времени давался с помощью полулагранжевой модели переноса и диффузии пассивной примеси.

В классической постановке алгоритма фильтра Калмана предполагается, что ошибки модели являются белым шумом. Однако, в задачах оценки концентрации примесей в атмосфере ошибка модели складывается из несмещенной ошибки и систематической ошибки модели, то есть ошибки, имеющей ненулевое математическое ожидание. Учет в алгоритме усвоения данных систематической ошибки модели, позволяет получить более точную оценку концентрации пассивной примеси. Таким образом, возникает необходимость разработки алгоритмов оценки указанного параметра. В представленной работе предложена методика оценки систематической ошибки модели, основанная на субоптимальном алгоритме усвоения данных наблюдения о концентрации пассивной примеси в атмосфере.

Наиболее интенсивные исследования применения алгоритма фильтра Калмана в задаче усвоения данных проводятся последнее десятилетие за рубежом. Возможности применения этого алгоритма в задачах усвоения данных метеорологических и океанических наблюдений подробно изложены в [1]. В работе [2] показана применимость алгоритма фильтра Калмана в задачах усвоения данных наблюдений в океане. В работах [3, 4] рассматривается система усвоения данных UARS (Upper Atmosphere Research Satellite) для двух измерительных приборов, расположенных на этом спутнике, CLAES (Cryogenic Limb Array Etalon Sounder) и HALOE (Halogen Observation Experiment). UARS проводит регулярные наблюдения в стратосфере. В работах представлены результаты исследования параметров предложенной системы усвоения, таких как ошибка модели, ошибка наблюдений, радиус корреляции, и приведены результаты численных экспериментов по усвоению данных о концентрации метана, измеренных указанными выше приборами UARS. В работах [5-7] проводится исследование задачи усвоения данных об атмосферных аэрозолях, химически активных атмосферных примесях (озон и др.), а также предлагается алгоритм усвоения данных для долгоживущих в атмосфере примесей, основанный на глобальной модели переноса примесей с учетом химических реакций.

В представленной работе предложен новый алгоритм усвоения данных наблюдений в задаче переноса и диффузии пассивной примеси, основанный на предположении об эргодичности случайных полей ошибок прогноза. Проведены численные эксперименты, показывающие, что использование этого алгоритма позволяет улучшить точность оценки полей концентрации. Важным свойством предложенного алгоритма является его экономичность.

Предложена новая методика оценки систематической ошибки в процедуре усвоения данных, основанной на алгоритме фильтра Калмана. Свойства методики проверены с помощью численных экспериментов с модельными данными.

1. УСВОЕНИЕ ДАННЫХ В ЗАДАЧЕ ПЕРЕНОСА И ДИФФУЗИИ ПАССИВНОЙ ПРИМЕСИ

1.1. Полулагранжева модель переноса и диффузии пассивной примеси.

Предварительная оценка полей концентрации примеси дается с помощью модели переноса и диффузии пассивной примеси:

$$\frac{\partial s}{\partial t} + \frac{u}{a \cos j} \frac{\partial s}{\partial l} + \frac{v}{a} \frac{\partial s}{\partial j} + \left(w - w_g \right) \frac{\partial s}{\partial z} = \frac{1}{a^2 \cos^2 j} \frac{\partial}{\partial l} \left(k_1 \frac{\partial s}{\partial l} \right) + \frac{1}{a^2 \cos j} \frac{\partial}{\partial j} \left(k_2 \cos j \frac{\partial s}{\partial j} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_3 \frac{\partial s}{\partial z} \right) + f. \quad (1)$$

$$s(l, j, z, t) = s(l + 2pj, z, t),$$

$$s = s_G \quad \text{при } j = 0,$$

$$n \frac{\partial s}{\partial z} = a (s - s_0) \quad \text{при } z = b + h,$$

$$n \frac{\partial s}{\partial z} = 0 \quad \text{при } z = H,$$

где λ -долгота, j -широта, z -высота над уровнем моря, s -концентрация примеси, $V=(u, v, w-w_g)$ -вектор скорости ветра с компонентами в направлениях l, j, z соответственно, w_g -скорость гравитационного оседания, a -средний радиус Земли, k_1, k_2 -коэффициенты турбулентного обмена в горизонтальном и k_3 . вертикальном направлениях, f -функция, описывающая размещение и мощность источников, $b(l, j)$ - функция, описывающая рельеф подстилающей поверхности, h -высота приземного слоя и H - верхняя граница расчетной области, параметр a характеризует взаимодействие атмосферы с подстилающей поверхностью [8].

Задача рассматривается в области $D_t = G \in [0, T]$, где $G = S \in [b+h, H]$; $S = \{0 \leq l \leq 2p; 0 \leq j \leq p/2\}$.

Для решения представленной выше задачи используется метод расщепления по физическим процессам [9]. В результате на каждом шаге по времени последовательно решаются задача переноса примеси по траекториям и задача турбулентной диффузии. При решении задачи переноса примеси по траекториям используется полулагранжева схема с применением монотонизирующей процедуры, позволяющей избежать искусственных экстремумов в приближенном решении [10, 11] Задача турбулентной диффузии аппроксимируется по схеме Кранка-Николсона. К полученному разностному уравнению применяется метод расщепления по направлениям, для решения системы разностных уравнений используется метод факторизации.

Подробнее описание модели и численных экспериментов с системой усвоения для этой модели приведено в [12-14]

1.2. Алгоритм усвоения данных наблюдений о концентрации пассивной примеси в атмосфере.

Используемый в задаче оценивания полей концентрации пассивной примеси алгоритм усвоения данных основан на теории оптимальной фильтрации Калмана. Описание алгоритма

фильтра Калмана можно найти в [1,15-19]. Дискретный алгоритм фильтр Калмана в линейном случае изложен в [12].

Предположим, что модель переноса и диффузии (1) в дискретном по времени и пространству виде записывается следующим образом

$$x_k = A_{k-1} x_{k-1}, \quad (2)$$

где x_k - n -вектор прогнозируемых значений концентрации примеси в момент времени t_k , его размерность равна количеству узлов сетки: $n = n_l * n_j * n_z$, где n_l - количество узлов сетки по долготе, n_j - по широте, n_z - по высоте.

Пусть "истинное" значение концентрации в момент времени t_k описывается векторным уравнением

$$x_k^t = A_{k-1} x_{k-1}^t + e_{k-1}^t, \quad (3)$$

где e_k - случайный вектор "шумов" модели, удовлетворяющий условиям

$$E e_k^t = 0, \quad (4)$$

$$E(e_k^t)(e_l^t)^T = Q_k d_{kl}. \quad (5)$$

Вектор данных наблюдений представим в виде

$$y_k^o = M_k x_k^t + x_k^o, \quad (6)$$

где y_k^o - m -вектор наблюдений в момент времени t_k , M_k - $(n \times m)$ матрица, x_k^o - случайный m -вектор ошибок наблюдений, удовлетворяющий условиям

$$E x_k^o = 0, \quad (7)$$

$$E(x_k^o)(x_l^o)^T = R_k d_{kl}, \quad (8)$$

$$E(x_k^o)(e_l^t)^T = 0. \quad (9)$$

Оптимальная оценка концентрации x_k^a по данным наблюдений (6) и модели переноса и диффузии примеси (2) ищется из условия минимума следа матрицы ковариаций ошибок оценивания. Решением этой задачи является алгоритм фильтра Калмана [20]:

$$x_k^f = A_{k-1} x_{k-1}^a \quad (10)$$

$$P_k^f = A_{k-1} P_{k-1}^a A_{k-1}^T + Q_{k-1} \quad (11)$$

$$K_k = P_k^f M_k^T (M_k P_k^f M_k^T + R_k)^{-1} \quad (12)$$

$$P_k^a = (I - K_k M_k) P_k^f \quad (13)$$

$$x_k^a = x_k^f + K_k (y_k^o - M_k x_k^f), \quad (14)$$

$$P_k^f = E(x_k^f - x_k^t)(x_k^f - x_k^t)^T, \quad P_k^a = E(x_k^a - x_k^t)(x_k^a - x_k^t)^T.$$

Здесь x_k^f - прогноз концентрации по модели, x_{k-1}^a - вектор проанализированных значений в момент времени t_{k-1} , т.е. искомая нами оценка, которая была получена на $(k-1)$ -м шаге по времени. Оценку x_{k-1}^a называют оценкой анализа. P_k^f, P_k^a - матрицы ковариации ошибок прогноза и анализа, соответственно, K_k - весовая матрица. Таким образом, алгоритм фильтра Калмана состоит из шага прогноза, когда по прогностической модели вычисляются предварительная оценка концентрации по формуле (10) и рассчитываются матрицы ковариации ошибок прогноза по (11). Затем вычисляется весовая матрица K_k по формуле (12). Далее идет шаг анализа, который заключается в получении непосредственно искомой оценки анализа по (14) и матрицы ковариации ошибок анализа по формуле (13).

В моменты времени, когда наблюдения недоступны, считаем, что оценка анализа совпадает с прогнозом по модели, а матрица ковариации ошибок анализа равна матрице ковариации ошибок прогноза.

Реализация алгоритма фильтра Калмана на ЭВМ в полной постановке невозможна, так как для современных глобальных моделей порядок ковариационных матриц достигает миллиона. Одним из способов решения этой проблемы является использование упрощенных моделей для расчета матриц ковариаций ошибок прогноза. Такой алгоритм называют субоптимальным алгоритмом фильтра Калмана[17-19, 21].

В настоящей работе предлагается алгоритм усвоения данных, основанный на предположении об эргодичности полей случайных ошибок прогноза концентрации. В этом случае ковариационную матрицу ошибок прогноза вместо вычисления по формуле (11) можно вычислять следующим образом

$$P_k^f = \overline{\Delta x_k (\Delta x_k)^T} \cong \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N \Delta x_i (\Delta x_i)^T. \quad (15)$$

Здесь черта сверху обозначает осреднение по времени. Смысл формулы (15) заключается в том, что вероятностное осреднение заменяется осреднением по времени.

В классической постановке алгоритма фильтра Калмана в формуле (3) сделано предположение, что ошибки модели e_{k-1}^t являются белым шумом. В последнее время в ряде работ их авторы отступают от этого упрощающего предположения, полагая, что ошибка модели состоит из белого шума и ошибки с ненулевым математическим ожиданием, называемой систематической ошибкой модели.

В работе рассматривался вариант субоптимального алгоритма в применении к задаче оценки систематической ошибки модели. Считаем, что "истинное" поле концентрации можно задать в виде:

$$x_k^t = Ax_{k-1}^t + G_{k-1} q_{k-1}^t + e_{k-1}^t, \quad (16)$$

$$q_k^t = q_{k-1}^t, \quad (17)$$

где A - оператор модели, x_k^t - “истинная” концентрация метана в момент времени t_k , q_{k-1}^t - “истинная” систематическая ошибка модели в момент времени t_{k-1} , матрица G_{k-1} в общем случае неквадратная, ошибки e_{k-1}^t обладают свойствами

$$Ee_k^t = 0, \quad (18)$$

$$E(e_k^t)(e_l^t)^T = Q_k d_{kl}, \quad (19)$$

Прогноз концентрации по модели x_k^f (предварительная оценка поля концентрации) задавался следующим образом

$$x_k^f = Ax_{k-1}^f + G_{k-1} q_{k-1}^f, \quad (20)$$

$$\Delta x_k = A\Delta x_{k-1} + G_{k-1} \Delta q_{k-1}, \quad (21)$$

$$q_k^f = q_{k-1}^f, \quad (22)$$

$$\Delta q_k = \Delta q_{k-1}, \quad (23)$$

где q_{k-1}^f - прогноз систематической ошибки модели в момент времени t_{k-1} . Параллельно с полями x_k^f , q_k^f вычислялись значения Δx_k и Δq_k , где $\Delta x_k = x_k^t - x_k^f$ - отклонение оценки концентрации от “истинного” значения концентрации, а $\Delta q_k = q_k^t - q_k^f$ - отклонение оценки систематической ошибки модели от “истинной” систематической ошибки.

В такой постановке задачи правую часть $G_{k-1} q_{k-1}^t$ можно рассматривать как эмиссию.

Численные эксперименты по оценке эмиссии в задаче переноса и диффузии пассивной примеси на примере атмосферного газа метана приведены в [12, 13].

Алгоритм оценки параметра q_k состоит в том, что вместо исходного вектора x в алгоритме фильтра Калмана оценивается расширенный вектор состояния (x, q) [22]. В этом случае шаг анализа алгоритма фильтра Калмана запишется в виде

$$x_k^a = x_k^f + P_{xx,k}^f M_k^T (M_k P_k^f M_k^T + R_k)^{-1} (y_k^o - M_k x_k^f), \quad (24)$$

$$q_k^a = q_k^f + P_{xq,k}^f M_k^T (M_k P_k^f M_k^T + R_k)^{-1} (y_k^o - M_k x_k^f), \quad (25)$$

$$\Delta x_k = \Delta x_k - P_{xx,k}^f M_k^T (M_k P_k^f M_k^T + R_k)^{-1} (y_k^o - M_k x_k^f), \quad (26)$$

$$\Delta q_k = \Delta q_k - P_{xq,k}^f M_k^T (M_k P_k^f M_k^T + R_k)^{-1} (y_k^o - M_k x_k^f), \quad (27)$$

где матрица $P_{xx,k}^f$ - матрица ковариации ошибок прогноза оценки концентрации, $P_{xq,k}^f$ - матрица кросс-ковариаций ошибок прогноза оценки концентрации и оценки систематической ошибки модели.

В данном алгоритме при вычислении ковариационных матриц использовалось предположение о том, что вероятностное осреднение можно заменить осреднением по времени [23, 24]. Тогда

$$P_{xx,k}^f = \overline{\Delta x_k (\Delta x_k)^T} = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N \Delta x_i (\Delta x_i)^T, \quad (28)$$

$$P_{xq,k}^f = \overline{\Delta x_k (\Delta q_k)^T} = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N \Delta x_i (\Delta q_i)^T. \quad (29)$$

Таким образом, по вычисленным ошибкам полей концентрации и параметра модели q_k оценивались ковариации ошибок прогноза полей концентрации метана и кросс-ковариации ошибок концентрации и параметра модели, а затем производилась оценка по данным наблюдений поля концентрации по формуле (24) и систематической ошибки модели q_k по формуле (25).

2. ЧИСЛЕННЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ

В численных экспериментах расчеты проводились на сетке $2.5^0 \times 2.5^0$ по горизонтали и 15 уровнях по вертикали, шаг по времени $\Delta t = 15$ мин. Были использованы данные объективного анализа Гидрометцентра России о полях скорости и направлении ветра, давления и влажности за 1-3 августа 2002 года и модельные данные о концентрации метана. Расчеты проводились на двое суток с усвоением каждые 12 часов.

В первом численном эксперименте в моменты наблюдений моделировались данные наблюдений по формуле (6) таким образом, что в каждый момент усвоения задавалась информация в полосе. На рис.1 приведено распределение данных наблюдений. При этом каждая вертикальная полоса соответствует области, в которой задаются данные в 12, 24, 36 и 48 часов, соответственно.

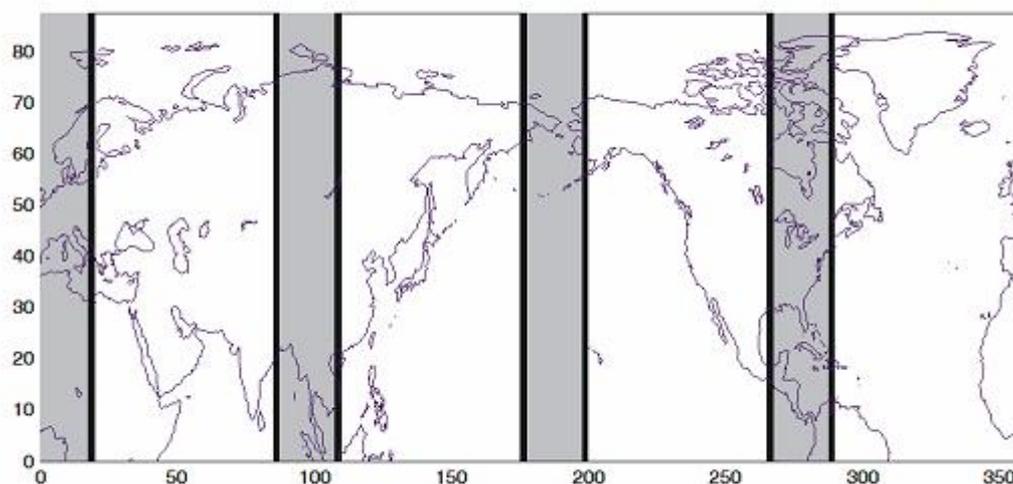


Рис.1. Моделируемое распределение данных наблюдений по пространству.

В начальный момент времени задавалась матрица ковариаций ошибок прогноза по формуле

$$(P_0^f)_{ij} = s_0 \exp[-0.5(r_{ij}/l)]^2 s_0, \quad (30)$$

где s_0 - стандартное отклонение ошибки прогноза, r_{ij} - расстояние между i -м и j -м узлом сетки, l - горизонтальный масштаб. Задавалось $s_0 = 0.1$, $l = 600$ км. На следующих временных шагах расчет

матрицы P_k^f производился “послойно”: предполагалось, что ошибки прогноза на разных уровнях по вертикали не коррелируют между собой, тогда для точек сетки на каждом уровне по вертикали ковариации ошибок прогноза можно вычислять независимо. В этом случае матрица ковариаций ошибок прогноза для всей расчетной области будет состоять из 15 независимых блоков. Для вычисления изменения во времени и пространстве каждого блока матрицы ковариаций использовалась двумерная модель переноса с шагом по времени один час.

Матрица ковариаций ошибок наблюдений R_k задавалась в виде

$$R_k = s^2 I, \quad (31)$$

где I - единичная матрица, $s^2=0.01$ – предполагаемая дисперсия ошибок наблюдения. Матрица ковариаций ошибок модели Q_k задавалась нулевой.

Во втором численном эксперименте для решения задачи усвоения данных наблюдений о концентрации метана применялся субоптимальный алгоритм, основанный на фильтре Калмана, с вычислением матрицы ковариации ошибок прогноза по формуле (15). В ходе проведения этого эксперимента вычислялась среднеквадратическая ошибка оценки концентрации. Эта ошибка была сравнена с среднеквадратической ошибкой оценки концентрации без усвоения данных. То есть по начальному полю x_0^f по модели (1) давался прогноз поля концентрации на 48 часов без проведения шагов анализа, и оценивалась среднеквадратическая ошибка прогноза. Графики полученных оценок приведены на рис.2.

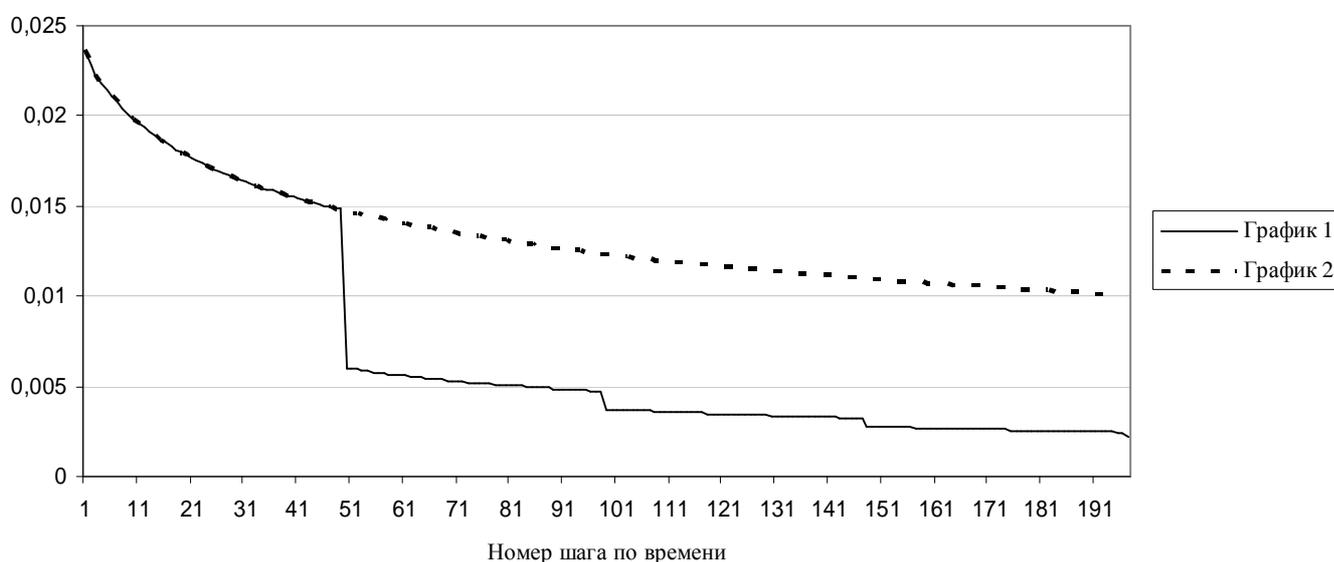


Рис.2. Среднеквадратическая ошибка оценки концентрации метана (ppm). График 1– оценка с усвоением данных. График 2– оценка без усвоения данных.

Из проведенных экспериментов можно сделать вывод, что оценка поля концентрации пассивной примеси с помощью алгоритма, основанного на фильтре Калмана, с вычислением матрицы ковариаций по формуле (15) дает существенное уменьшение среднеквадратической ошибки решения. Убывание среднеквадратической ошибки происходит за счет использования дополнительной информации. В результате проведения численных экспериментов было показано, что точность оценки концентрации близкая у обоих алгоритмов. Однако, предположение об эргодичности случайных полей ошибок прогноза является более реалистичным. Кроме того, субоптимальный алгоритм усвоения данных, с вычислением матрицы ковариации ошибок прогноза по формуле (15), является более экономичным. Процессорное время, затраченное на проведение численного эксперимента по усвоению данных о концентрации с использованием субоптимального алгоритма 2 в 3.25 раза меньше процессорного времени, необходимого для численного эксперимента 1.

По методике, описанной выше, была проведена серия численных экспериментов по оценке систематической ошибки модели.

В первом численном эксперименте задавалось начальное “истинное” значение систематической ошибки $q_0^t = 0.0009$. Кроме того, задавалась начальная ошибка оценки параметра $\Delta q_0^f = \bar{q} s_0 N(0,1)$, где $\bar{q} = 0.0009$ – предполагаемый уровень систематической ошибки, $N(0,1)$ -нормально распределенная случайная величина с нулевым математическим ожиданием и дисперсией 1, $s_0 = 0.1$ – предполагаемое стандартное отклонение ошибок прогноза.

Предварительная оценка систематической ошибки равна нулю: $q_0^f = 0$. Данные наблюдений моделировались в моменты наблюдений (в 12 часов, 24 часа, 36 часов, 48 часов) с распределением по пространству, приведенным на рис.1.

В экспериментах по оценке систематической ошибки модели также были использованы данные объективного анализа Гидрометцентра России о полях скорости и направлении ветра, давления и влажности за 1-3 августа 2002 года, а также начальное распределение концентрации метана.

Для получения оценки концентрации метана в процессе усвоения данных задавалась начальная ошибка оценки концентрации: $\Delta x_0^f = \bar{x} s_0 N(0,1) k_e$, где $\bar{x} = 0.6$ - среднее значение концентрации по расчетной области, $s_0 = 0.1$ – стандартное отклонение ошибок прогноза, $N(0,1)$ -нормально распределенная случайная величина с нулевым средним и дисперсией 1, $k_e = 1.2$ – эмпирический коэффициент для моделирования начальной ошибки оценки концентрации. Матрица ковариации ошибок наблюдений R_k задавалась по формуле (31). При этом, $s^2 = 0.01$ – предполагаемая дисперсия ошибок наблюдения. Матрица ковариации ошибок модели Q_k задана нулевой.

В процессе усвоения были получены оценки концентрации и систематической ошибки модели. На рис.3 и рис.4 приведены результаты расчетов.

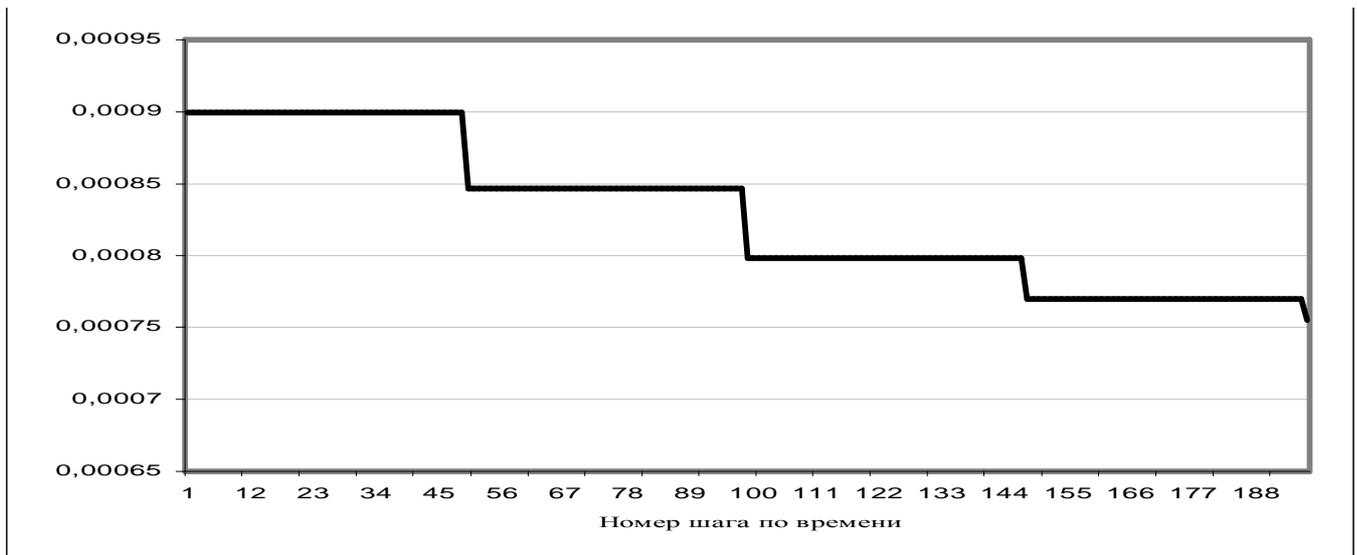


Рис.3. Среднеквадратическая ошибка оценки параметра q_k (ppm).

Из рис.3 видно, что заданная в начальный момент времени $\Delta q_0 = q_0^t - q_0^f$ убывает в процессе усвоения.

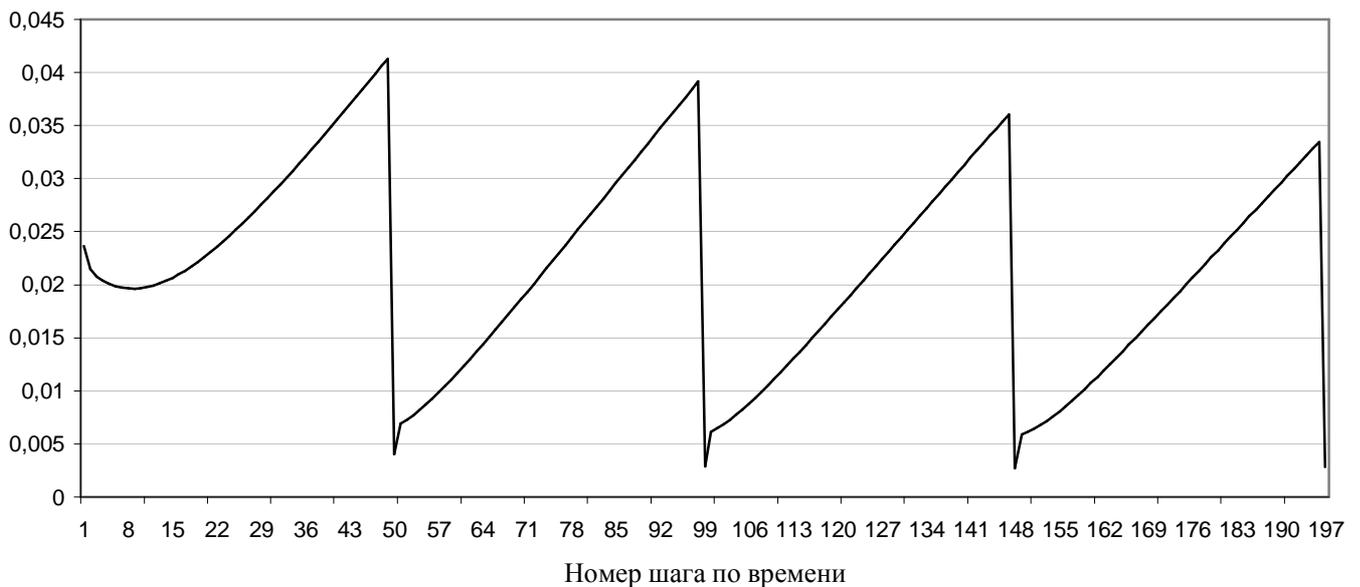


Рис.4. Среднеквадратическая ошибка оценки концентрации (ppm).

На рис.4 приведен график среднеквадратической ошибки оценки концентрации. Между моментами усвоения наблюдается рост ошибки, обусловленный добавлением систематической ошибки модели q_0^t при вычислении по формуле (16). При этом можно заметить общее снижение уровня среднеквадратической ошибки оценки концентрации после четырех шагов анализа.

В следующем численном эксперименте производилась оценка параметра систематической ошибки, когда в точках реальных спутниковых наблюдений [25] моделировались данные наблюдений о концентрации (эксперимент 2). По вертикали данные моделировались на четырех верхних уровнях, а именно, на высотах 13660, 16250, 21374, 25290 метров. Пример пространственного распределения точек наблюдения, в которых моделировались данные наблюдений в момент времени $t=12$ часов, приведен на рис.5(а). Точки, в которых

моделировались данные в момент времени $t=24$ часа показаны на рис.5(б). В остальном проводимый численный эксперимент аналогичен предыдущему.

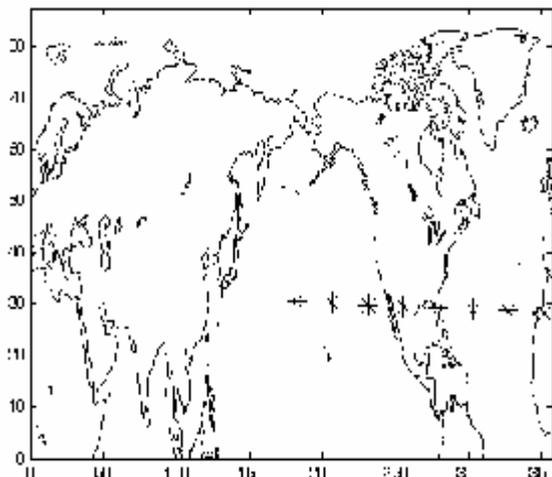


Рис. 5(а). Координаты данных спутниковых наблюдений о концентрации метана с 6.00 часов до 18.00 часов 27 августа.

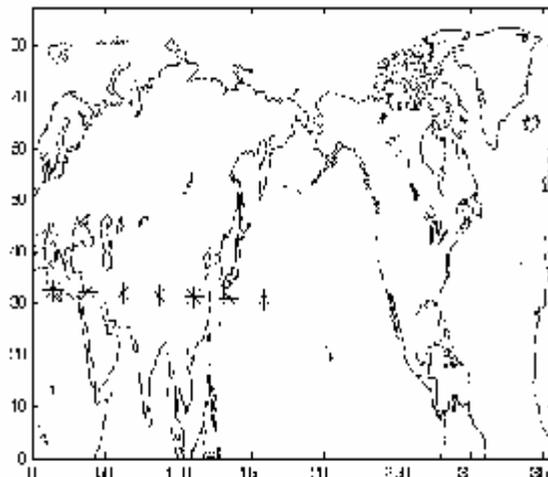


Рис. 5(б) Координаты данных спутниковых наблюдений о концентрации метана с 18.00 часов 27 августа до 06.00 часов 28 августа.

При проведении эксперимента было получены оценки среднеквадратических ошибок концентрации и параметра q_k . На рис.6 приведена среднеквадратическая ошибка оценки концентрации. Из рисунка видно, что между шагами анализа наблюдается рост среднеквадратической ошибки (как и в предыдущем эксперименте) и в моменты анализа имеет место сокращение ошибки. На рис.7 приведена среднеквадратическая ошибка оценки параметра q_k . Этот рисунок отражает убывание в процессе усвоения данных о концентрации величины среднеквадратической ошибки параметра q_k .

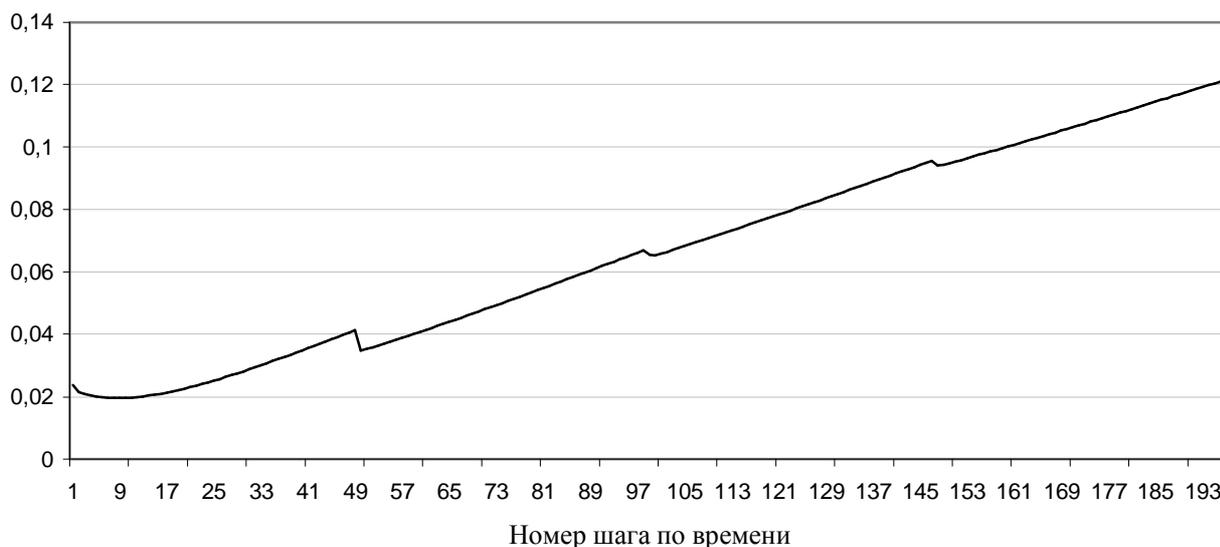


Рис. 6. Среднеквадратическая ошибка оценки концентрации (ppm).

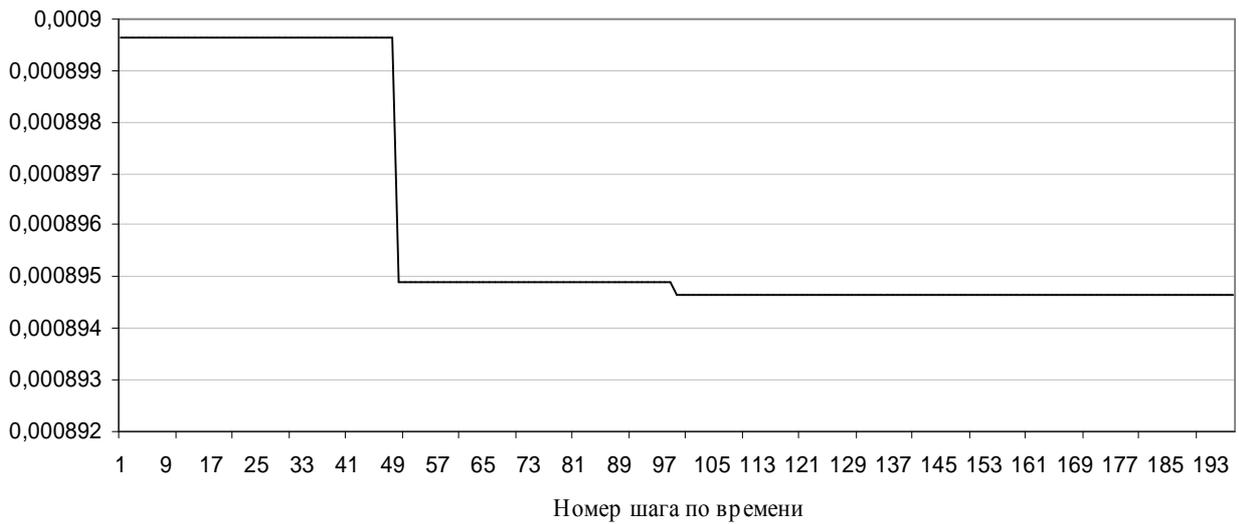


Рис. 7. Среднеквадратическая ошибка оценки параметра q_k (ppm).

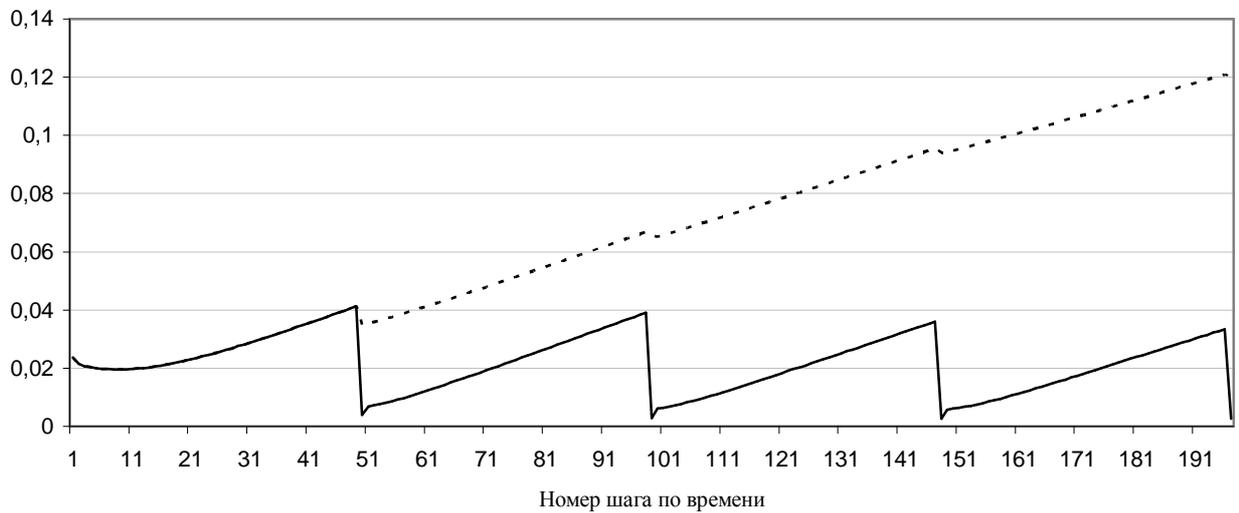


Рис.8. Сравнение среднеквадратической ошибки оценки концентрации (ppm) при проведении эксперимента 1 (сплошная линия) и эксперимента 2 (пунктирная линия).

На рис.8 приведены графики среднеквадратической ошибки концентрации, полученные в результате проведения эксперимента 1, в котором данные наблюдений моделировались с распределением по пространству, показанному на рис.1 (сплошная линия) и в результате проведения эксперимента 2, в котором данные наблюдений моделировались в точках реальных спутниковых наблюдений (пунктирная линия). Сравнение двух графиков позволяет сделать вывод, что существенную роль здесь играет количество данных наблюдений. В первом эксперименте на каждом шаге анализа данные имелись в 2880 узлах сетки, а во втором - в 32 точках наблюдений. Причем, проведение шагов анализа в эксперименте 1 позволяет сократить начальный уровень среднеквадратической ошибки оценки концентрации, а во втором – нет (рис.8).

Аналогичным образом количество точек наблюдения влияет на поведение среднеквадратической ошибки оценки параметра q_k . На рис.9 приведено сравнение

среднеквадратической ошибки оценки параметра q_k при проведении эксперимента 1 и эксперимента 2.

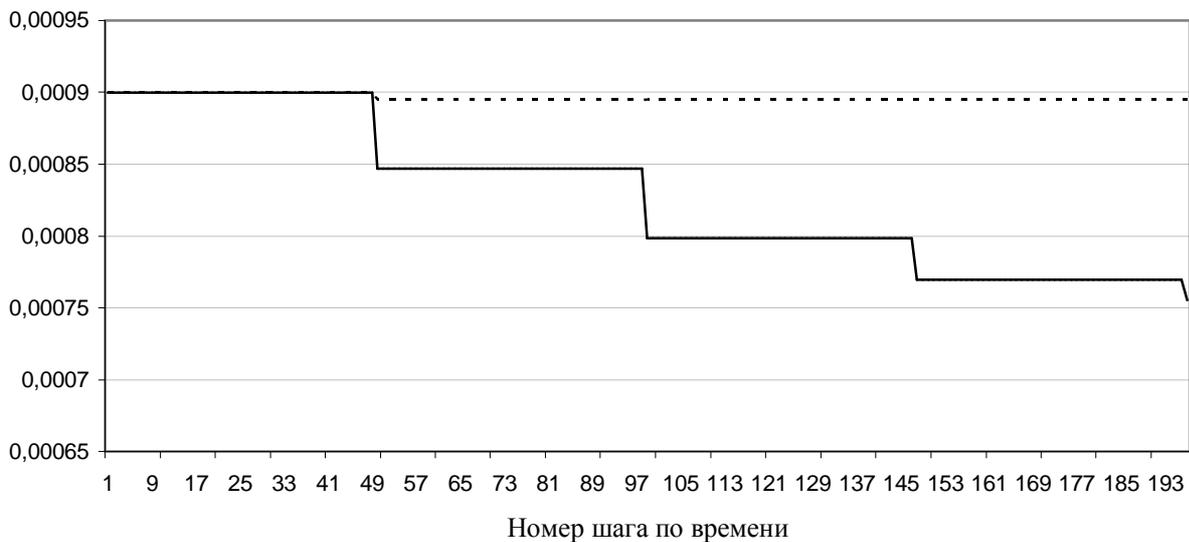


Рис.9. Сравнение среднеквадратической ошибки оценки параметра q_k (ppm) при проведении эксперимента 1 (сплошная линия) и эксперимента 2 (пунктирная линия).

Из рис.9 видно, что существенное убывание среднеквадратической ошибки оцениваемого параметра q_k происходит в результате проведения первого эксперимента. Разница в сокращении этой ошибки обусловлена большим количеством данных наблюдений, участвующих в шаге анализа.

Таким образом, в численных экспериментах с модельными данными наблюдений и учетом систематической ошибки показано, что при проведении процедуры усвоения данных наблюдений происходит убывание среднеквадратической ошибки оцениваемого параметра при любом количестве данных наблюдения. Начальный уровень среднеквадратической ошибки оценки концентрации уменьшается только в первом эксперименте.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключение сформулируем основные результаты проведенной работы.

- Предложен субоптимальный алгоритм оценки концентрации пассивной примеси, основанный на теории фильтра Калмана, в котором матрица ковариаций ошибок прогноза вычисляется, исходя из предположения об эргодичности случайных полей ошибок прогноза. Предложен субоптимальный алгоритм оценки систематической ошибки модели в процедуре усвоения данных наблюдений о концентрации примеси, основанные на теории фильтра Калмана.

- Разработана система усвоения данных наблюдений, представляющая собой комплекс прикладных программ, предназначенных для решения задачи оценки концентрации пассивной примеси. Комплекс программ основан на модели переноса и диффузии пассивной примеси для Северного полушария. Он реализует предложенный в работе субоптимальный алгоритм усвоения данных наблюдений о концентрации, и позволяет выполнять математическое моделирование процесса распространения пассивной примеси в атмосфере.

- Проведены численные эксперименты по оценке концентрации метана, а также систематической ошибки модели, которые показали эффективность предложенных в работе алгоритмов.

Разработанные численные алгоритмы и реализующие их комплексы программ имеют практическую значимость и могут быть использованы для решения задач усвоения данных наблюдения о концентрации пассивной примеси. Рассмотренные алгоритмы позволяют улучшить точность полей концентрации пассивной примеси и обладают важным свойством экономичности. Предложенные в работе алгоритмы усвоения и оценки систематической ошибки модели могут быть также использованы при моделировании процессов в атмосфере и океане.

Список использованных источников

1. Ghil M., Malanotte-Rizzolli P. Data assimilation in meteorology and oceanography // In: Advances in Geophysics, Academic Press, 1991. Vol.33, p.141-266.
2. Ghil M. Meteorological data assimilation for oceanographers. Part 1: description and theoretical framework // Dynamics of Atmospheres and Oceans, 1989. Vol.13. P.171-218.
3. Menard R., Cohn S.E., Chang L.-P., Lyster P.M. Assimilation of stratospheric chemical tracer observations using a Kalman filter. Part 1: Formulation // Mon. Wea. Rev., 2000. Vol.128. P.2654-2671.
4. Menard R., Chang L.-P. Assimilation of stratospheric chemical tracer observations using a Kalman filter. Part 2: χ^2 -validated results and analysis of variance and correlation dynamics // Mon. Wea. Rev., 2000. Vol.128. P. 2672-2686.
5. Collins W.D., Rasch P.J., Eaton B.E., Khattatov B.V., Lamarque J.-F., Zander C. S. Forecasting aerosols using a chemical transport model with assimilation of satellite aerosol retrievals: methodology for INDOEX // Journal of Geophys. Res., 2000. Vol.106, p.7313-7336.
6. Khattatov, B. V., Gille J. C., Lyjak L. V., Brasseur G. P., Dvortsov V. L., Roche A. E., Waters J. Assimilation of photochemically active species and a case analysis of UARS data // Journal of Geophys. Res., 1999. Vol.104, p.18715-18737.
7. Khattatov B. V., Lamarque J.-F., Lyjak L. V., Menard R., Levelt P. F., Tie X. X., Gille J. C., Brasseur G. P. Assimilation of satellite observations of long-lived chemical species in global chemistry-transport models // Journal of Geophys. Res., 2000. Vol.105, p.29135-29144.
8. Марчук Г.И., Алоян А.Е. Глобальный перенос примеси в атмосфере // Изв. АН. Физика атмосферы и океана. 1995. Т.31, №5. С.597-606.
9. Марчук Г.И. Математическое моделирование в проблеме окружающей среды. М.: Наука, 1982. 319 с.
10. Толстых М.А. Полулагранжева модель атмосферы с высоким пространственным разрешением для численного прогноза погоды // Метеорология и гидрология. 2001. №4. С.5-16.
11. R.Bermejo, A.Staniforth The conversion of semi-Lagrangian advection scheme to quasi-monotone scheme // Mon. Wea. Rev. 1992. Vol.120. P.2622-2632.
12. Климова Е.Г., Киланова Н.В. Усвоение данных наблюдений в задаче переноса и диффузии пассивной примеси.// География и природные ресурсы. 2004. Спец. выпуск Тр. Междунар. конф. ENVIROMIS-2004. Новосибирск, 2004. С.175-180.
13. Киланова Н.В., Климова Е.Г. Оценка полей концентрации метана над Северным полушарием по данным измерений и модели переноса и диффузии пассивной примеси // Вычислительные технологии. 2005. Спец. выпуск Тр. Междунар. конф. CITES-2005. Новосибирск, 2005. С.132-137.
14. Климова Е.Г., Киланова Н.В. Усвоение данных наблюдения в задаче совместного оценивания концентрации и эмиссии пассивной примеси. // V Международный симпозиум “Контроль и реабилитация окружающей среды”, Г.Томск, 2006. Материалы симпозиума, с.113-115.
15. Menard R., Cohn S.E., Chang L.-P., Lyster P.M. Assimilation of stratospheric chemical tracer observations using a Kalman filter. Part 1: Formulation // Mon. Wea. Rev. 2000. Vol.128. P.2654-2671.
16. Menard R., Chang L.-P. Assimilation of stratospheric chemical tracer observations using a Kalman filter. Part 2: χ^2 -validated results and analysis of variance and correlation dynamics // Mon. Wea. Rev. 2000. Vol.128. P.2672-2686.
17. Климова Е.Г. Упрощенные модели для расчета ковариационных матриц в алгоритме фильтра Калмана // Метеорология и гидрология. 2000. №6. С.18-30.

18. Климова Е.Г. Модель для расчета ковариаций ошибок прогноза в алгоритме фильтра Калмана, основанная на полных уравнениях // Метеорология и гидрология. 2001. №11. С.11-21.
19. Климова Е.Г. Численные эксперименты по усвоению метеорологических данных с помощью субоптимального фильтра Калмана. // Метеорология и гидрология. 2003. №10. С.54-67.
20. Jazwinski A.H. Stochastic processes and filtering theory. New York, Academic Press, 1970. 377 p.
21. Todling R., Cohn S. Suboptimal schemes for atmospheric data assimilation based on the Kalman filter // Mon. Wea. Rev. 1996. Vol.124. P.2530-2557.
22. Балакришнан А.В. Теория фильтрации Калмана. М.: Мир, 1988. 168 с.
23. Сонечкин Д.М. Динамико-стохастический подход к задаче объективного анализа данных разнородных метеорологических наблюдений. // Труды Гидрометцентра СССР, 1976. Вып.181, с.54-76.
24. Яглом А.М. Корреляционная теория стационарных случайных функций. Л.: Гидрометеиздат, 1981. 280 с.
25. <http://www.haloedata.larc.nasa.gov>