# Российская Академия наук Сибирское отделение

## ИНСТИТУТ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГЕОФИЗИКИ

УДК 551.51+519.6	УТВЕРЖДАЮ	УТВЕРЖДАЮ	
	Члкорр., д.фм.н., профессор		
	Михайленко Б. Г.		
	«»2007 г.		
О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАНИЕ В ПРИМЕСИ ОТ ТОЧЕ Государственный конг в рамках ФЦНТП «Исследования и разработки п	ЧЕТ ВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ ЛИЯНИЯ ВОДОЕМА НА ПЕРЕНОС ЧНОГО ИСТОЧНИКА гракт № 02.517.11.9011 по приоритетным направлениям развития научна са России на 2007-2012 годы	HC	
Научный руководитель,	Пьянова Э.А. подпись, дата		

Новосибирск 2007

## СПИСОК ОСНОВНЫХ ИСПОЛНИТЕЛЕЙ

Научный руководитель,		Пьянова Э.А.
<уч. степень, уч. звание>	подпись, дата	(раздел(ы)
Исполнители темы		
<должность, уч. степень, уч. звание >		< Фамилия И.О.>
	подпись, дата	(раздел(ы))
<должность, уч. степень, уч. звание >		<Фамилия И.О.>
	подпись, дата	(раздел(ы))
<должность, уч. степень, уч. звание >		<Фамилия И.О.>
	подпись, дата	(раздел(ы)

#### РЕФЕРАТ

Отчет \_15\_\_ с., \_1\_\_ ч., \_\_8\_ рис., \_\_\_ табл., \_12\_\_ источников, \_\_\_ прил.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ГИДРОТЕРМОДИНАМИКИ АТМОСФЕРЫ, ЛОКАЛЬНЫЕ ЦИРКУЛЯЦИИ АТМОСФЕРЫ, ТЕРМИЧЕСКАЯ И ОРОГРАФИЧЕСКАЯ НЕОДНОРОДНОСТЬ ПОДСТИЛАЮЩЕЙ ПОВЕРХНОСТИ, АТМОСФЕРНЫЙ ПЕРЕНОС ПАССИВНОЙ ПРИМЕСИ, МЕТОД ФИКТИВНЫХ ОБЛАСТЕЙ

В работе представлена модель для решения трехмерной мезомасштабной задачи переноса пассивной примеси. Для расчета характеристик гидродинамического фона атмосферы как несущей среды, используется негидростатическая мезомасштабная модель динамики атмосферы в областях со сложным рельефом подстилающей поверхности. Учет рельефа осуществляется на базе метода фиктивных областей.

Кроме того, в работе рассматривается вопрос о влиянии водного объекта на распределение пассивной примеси. Приводятся результаты моделирования гидротермодинамики атмосферы и переноса примеси для летнего периода в двух вариантах: над орографически однородной поверхностью и в горно-долинной области.

Приводится алгоритм численной реализации модели атмосферного переноса пассивной примеси, разрабатываемой в ИВМиМГ СО РАН. Для решения уравнения переноса примеси в работе используются устойчивые, монотонные, балансные и транспортивные разностные схемы, обеспечивающие неотрицательность концентраций, выполнение закона сохранения массы и перенос примеси по направлению потока несущей среды.

Предложенная модификация численной модели реализована в виде комплекса программ, согласованного на уровне информационных массивов и адаптированного для работы с моделью гидротермодинамики атмосферы.

На базе созданного комплекса выполнена серия сравнительных численных экспериментов по расчету эволюции процессов переноса примесей в областях над термически и орографически неоднородной подстилающей поверхностью.

Сравнительный анализ полученных результатов позволяет сделать вывод о том, что наличие водоема на исследуемой территории заметно влияет на формирование локальных циркуляций и, соответственно, на распределение примесей в атмосфере. Зона заметного влияния простирается от водоема на расстояния, сравнимые с размерами водного объекта.

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение	6
1. Постановка задачи	8
2. Построение численных схем для модели переноса примесей в атмосфере	9
3. Учет рельефа	11
4. Численные эксперименты	12
4.1. Область с плоской орографией	13
4.2. Горно-долинная область	16
Заключение	19
Список использованных источников	20

## ОПРЕДЕЛЕНИЯ

В настоящем отчете о НИР применяют следующие термины с соответствующими определениями:

Подстилающая поверхность – поверхность земли (почвы или воды, или снега и т.д.), взаимодействующая с атмосферой в процессе тепло- и влагообмена [Метеоролог. словарь, с. 374].

Рельеф местности – совокупность форм горизонтального и вертикального расчленения земной поверхности, т.е. поднятий и понижений, гор, низменностей. Синоним: орография [Метеоролог. словарь, с. 435].

Орография – совокупность форм земной поверхности в данной местности, имеющая, между прочим, большое влияние на общую и местные циркуляции атмосферы, а стало быть и на климат [Метеоролог. словарь, с. 338]

## ВВЕДЕНИЕ

Состояние атмосферы и ее качество, факторы, на них влияющие, издавна интересовали человека. Человечество накапливало наблюдения за атмосферой и процессами в ней, пытаясь строить прогнозы о ее состоянии на ближайшее будущее. С развитием фундаментальных наук и накоплением априорной информации решение этой и множества других, связанных с нею, задач было поставлено на новый, более высокий уровень. Были разработаны различные подходы для моделирования динамики атмосферы, созданы разнообразные по сложности и полноте математические модели. Рост антропогенного воздействия на естественные природные процессы и желание общества знать и контролировать последствия этого вмешательства стимулировали дальнейшие исследования и разработки в этой области. С начала прошлого века активно разрабатываются математические модели для описания процессов переноса, диффузии и турбулентного обмена атмосферных примесей. Появление и развитие вычислительной техники позволило решать эти задачи с применением более полных математических моделей.

Наличие орографических и термических неоднородностей (горы, горные хребты и долины, водные объекты на исследуемой территории) на исследуемых территориях приводит к появлению локальных циркуляций атмосферы и перераспределению примесей. Учет этих и других факторов, связанных с подстилающей поверхностью, значительно усложняет численную модель. В связи с этим разрабатываются новые методы и технологии решения таких задач.

В настоящее время существуют различные способы моделирования динамики атмосферы и происходящих в ней процессов. Накоплен значительный опыт применения этих моделей для целей диагностики и прогнозирования изменений качества атмосферы, обусловленных факторами естественного и антропогенного характера. Достаточно обширные обзоры основных подходов к решению данного класса задач можно найти в работах [Ошибка! Источник ссылки не найден., 2, 3].

Основными факторами, влияющими на характер распространения атмосферной примеси, являются физико-химические свойства самой примеси и метеорологические особенности несущей среды. Вариации гидротермодинамических характеристик атмосферы очень разнообразны. Они зависят от взаимодействия факторов различного масштаба: например, фоновых полей метеоэлементов и локальных атмосферных циркуляций, вызванных термической и орографической неоднородностью подстилающей поверхности. Термическая неоднородность поверхности, в свою очередь, является следствием неравномерной инсоляции склонов, чередования водных поверхностей и суши, различий в альбедо, и др.

Модель, учитывающая эти факторы и взаимодействия, создается и в ИВМиМГ СО РАН. Она базируется на вариационных принципах с использованием прямых и сопряженных задач и

методов теории чувствительности для моделей переноса и трансформации примесей [4, 5, 6]. В зависимости от постановок конкретных задач строятся различные модификации этой модели в режиме прямого и обратного моделирования.

В данной работе представлена модификация модели для решения трехмерной мезомасштабной задачи переноса пассивной примеси в режиме прямого моделирования. Для расчета характеристик гидродинамического фона атмосферы как несущей среды, используется негидростатическая мезомасштабная модель динамики атмосферы в областях со сложным рельефом подстилающей поверхности. Учет рельефа осуществляется на базе метода фиктивных областей.

Кроме того, в работе рассматривается вопрос о влиянии водного объекта на распределение пассивной примеси. Приводятся результаты моделирования гидротермодинамики атмосферы и переноса примеси для летнего периода в двух вариантах: над орографически однородной поверхностью и в горно-долинной области. Для оценки влияния водоема на эти процессы были проведены параллельные расчеты сценариев с водоемом и без него.

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Для моделирования пространственно-временной изменчивости пассивной однокомпонентной примеси исходным является уравнение переноса с турбулентной диффузией:

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u \frac{\partial c}{\partial x} + v \frac{\partial c}{\partial y} + (w - w_c) \frac{\partial c}{\partial z} = \Delta_c c + f(\mathbf{x}, t) \tag{1}$$

с начальными и граничными условиями

$$c(\overset{\mathbf{r}}{x},0) = c^{0}(\overset{\mathbf{r}}{x}), \quad t = 0,$$

$$\frac{\partial c}{\partial x} = 0, \quad x = 0, X, \qquad \frac{\partial c}{\partial y} = 0, \quad y = 0, Y, \qquad \frac{\partial c}{\partial z} = 0, \quad z = H,$$
(2)

$$\mathbf{n}_c \frac{\partial c}{\partial z} = (\mathbf{b}_c - \mathbf{w}_c) c - f_0(x, y, t), \quad z = \mathbf{d}(x, y),$$

где  $c(\overset{\mathbf{1}}{x},t)$  – концентрация примеси, t – время,  $\overset{\mathbf{1}}{x}=(x,y,z)$  – декартовы координаты,  $\overset{\mathbf{1}}{u}=(u,v,w)$  - вектор скорости воздушных масс,  $w_c$  – скорость оседания примеси,  $\boldsymbol{b}_c$  – величина, характеризующая взаимодействие примеси с подстилающей поверхностью;  $f,f_0$  – функции источников,  $\boldsymbol{d}(x,y)$  – функция, описывающая рельеф местности,  $c^0(\overset{\mathbf{r}}{x})$  – поле концентрации примеси в начальный момент времени.

Входными параметрами задачи (1)-(2) являются метеоэлементы (вектор скорости ветра, коэффициенты турбулентности и др.), которые рассчитываются с помощью мезомасштабной негидростатической модели динамики атмосферы [5, 6]:

$$\frac{\partial ru}{\partial t} + div \, ru \overset{\mathbf{r}}{u} = -\frac{\partial p'}{\partial x} + l \, rv + \Delta_{u} u \,, \quad \frac{\partial rv}{\partial t} + div \, rv \overset{\mathbf{r}}{u} = -\frac{\partial p'}{\partial y} - l \, ru + \Delta_{v} v \,, \\
\frac{\partial rw}{\partial t} + div \, rw \overset{\mathbf{r}}{u} = -\frac{\partial p'}{\partial z} + l \, rJ' + \Delta_{w} w \,, \quad \frac{\partial rJ'}{\partial t} + div \, rJ' \overset{\mathbf{r}}{u} = -S \, rw + \Delta_{q} J' \,, \quad div \, r\overset{\mathbf{r}}{u} = 0 \,.$$
(3)

Здесь  $\vartheta'$ , p' – отклонения потенциальной температуры и атмосферного давления от их фоновых значений, r=r(z) – заданная функция плотности воздуха, l – параметр Кориолиса, S,  $\lambda$  – параметры стратификации и плавучести. Оператор  $\Delta_{\alpha}$  ( $\alpha=u,v,w,\theta,c$ ) имеет вид  $\Delta_{a}=\frac{\partial}{\partial x}\textit{m}_{ax}\frac{\partial}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial y}\textit{m}_{ay}\frac{\partial}{\partial y}+\frac{\partial}{\partial z}\textit{n}_{a}\frac{\partial}{\partial z}$ , где  $\mu_{\alpha x},\mu_{\alpha y},\nu_{\alpha}$  – коэффициенты турбулентной диффузии в направлении координат x, y, z соответственно.

Граничные условия для задачи (3) задавались следующим образом. На боковых границах области ставятся однородные условия Неймана. На верхней границе задается затухание возмущений метеоэлементов. Влияние орографических и термических неоднородностей подстилающей поверхности учитывается в краевых условиях на нижнем расчетном уровне модели, который совпадает с верхней границей приземного слоя. Применение теории приземного слоя приводит к условиям третьего рода в задачах для расчета метеоэлементов. Таким образом,

уравнения гидротермодинамики атмосферы и уравнение модели переноса (1),(2) интегрируются в области  $D_t = D \times [0,T]$ , где  $D = \{0 \le x \le X, 0 \le y \le Y, \delta(x,y) + h \le z \le H\}$ , а  $0 \le t \le T$  – интервал времени, h – высота приземного слоя.

В модели также рассчитывается поток солнечной радиации, получаемый земной поверхностью, с учетом наклона и ориентации склонов относительно азимута Солнца, и температура подстилающей поверхности. Затем в блоке параметризации приземного слоя вычисляются потоки тепла на верхней границе слоя, которые участвуют в нижних краевых условиях в численной модели динамики атмосферы. Для учета рельефа применялись идеи метода фиктивных областей. Метод реализации модели (3) описан в [6]. С полученными полями скорости ветра решается задача переноса пассивной примеси (1) - (2).

## 2. ПОСТРОЕНИЕ ЧИСЛЕННЫХ СХЕМ ДЛЯ МОДЕЛИ ПЕРЕНОСА ПРИМЕСЕЙ В АТМОСФЕРЕ

Для решения поставленной задачи (1)-(2) применялась трехмерная детерминированная модель в Эйлеровой постановке

Поскольку концентрация примесей, по физическому смыслу, не может быть отрицательной, большое значение в реализации численных моделей, основанных на уравнении переноса с турбулентной диффузией, играют конечно-разностные схемы, обладающие свойством монотонности. В данной работе построение численного алгоритма для модели переноса примеси (1)-(2) осуществляется с помощью аппроксимации интегрального тождества вариационной формулировки модели, где в качестве весовых функций используются аналитические решения локальных сопряженных задач в пределах трехточечных шаблонов по каждому из координатных направлений [7]. Вариационный принцип использовался в сочетании с методом расщепления: исходная многомерная задача на каждом шаге по времени аппроксимировалась совокупностью последовательно решаемых одномерных задач.

Для построения дискретных аппроксимаций введем в  $D_t$  сеточную область  $D_t^h$  как прямое произведение одномерных сеток в направлении t, x, y, z, т.е.  $D_t^h = \omega_t^h \times \omega_x^h \times \omega_y^h \times \omega_z^h$ , где

$$\begin{aligned} & \omega_{t}^{h} = \{t_{j}, t_{j+1} = t_{j} + \Delta \tau_{j} (j = 0, J), t_{0} = 0, t_{J+1} = T\}, \\ & \omega_{x}^{h} = \{x_{i}, x_{i+1} = x_{i} + \Delta x_{i} (i = 0, N), x_{0} = 0, x_{N} = X\}, \\ & \omega_{y}^{h} = \{y_{m}, y_{m+1} = y_{m} + \Delta y_{m} (m = 0, M), y_{0} = 0, y_{M} = Y\}, \\ & \omega_{z}^{h} = \{z_{k}, z_{k+1} = z_{k} + \Delta z_{k} (k = 0, K), z_{0} = 0, z_{K} = H\}. \end{aligned}$$

$$(4)$$

Здесь  $\Delta \tau_j$ ,  $\Delta x_i$ ,  $\Delta y_m$ ,  $\Delta z_k$  — шаги сеточных областей по соответствующим координатным направлениям.

Функции u, v, w,  $\mu_{cx}$ ,  $\mu_{cy}$ ,  $\nu_c$  аппроксимируем так, чтобы они в ячейках  $\Delta D_{imk} = \{x_i \leq x \leq x_{i+1}, y_m \leq y \leq y_{m+1}, z_k \leq z \leq z_{k+1}\}$  были кусочно-постоянными. Запишем задачу (1)-(2) в операторном виде и поставим ей в соответствие интегральное тождество:

$$I(c,c^*) = \int_0^T \iint_D \left( \frac{\partial c}{\partial t} - Lc - f \right) c^* dD dt = \int_0^T \left( \frac{\partial c}{\partial t}, c^* \right) dt + \int_0^T a \left( c, c^* \right) dt - \int_0^T \left( f, c^* \right) dt = 0,$$

$$\text{ГДе } Lc = -u \frac{\partial c}{\partial x} - v \frac{\partial c}{\partial y} - \frac{\partial c}{\partial z} + \left( \frac{\partial}{\partial x} \mu_{cx} \frac{\partial c}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \mu_{cy} \frac{\partial c}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} v_c \frac{\partial c}{\partial z} \right), \\ \left( \frac{\partial c}{\partial t}, c^* \right) = \int_D \frac{\partial c}{\partial t} c^* dD, \quad \left( f, c^* \right) = \int_D f c^* dD, \quad a \left( c, c^* \right) = \sum_{k=1}^3 a_k \left( c, c^* \right), \quad a_1 \left( c, c^* \right) = \int_D \left( u \frac{\partial c}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} \mu_{cx} \frac{\partial c}{\partial x} \right) c^* dD,$$

$$a_2 \left( c, c^* \right) = \int_D \left( v \frac{\partial c}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial y} \mu_{cy} \frac{\partial c}{\partial y} \right) c^* dD, \quad a_3 \left( c, c^* \right) = \int_D \left( w \frac{\partial c}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial z} v_c \frac{\partial c}{\partial z} \right) c^* dD.$$

с\* – произвольная достаточно гладкая функция.

Проведя преобразование выражения (5) с помощью операций интегрирования по частям и выбирая весовые функции  $c^*$  в виде произведения решений одномерных сопряженных задач как в [7]:  $c^*_{imk}(\overset{\mathbf{r}}{x}) = c^*_{imk}c^*_{x_i}(x)c^*_{y_m}(y)c^*_{z_k}(z)$ , построим дискретный аналог интегрального тождества (5). Обозначим его:

$$I^{h}(c^{h},c^{*}) = \sum_{j=0}^{J} \left\{ \sum_{k=1}^{3} \int_{\substack{t_{j+\frac{(k-1)\Delta t}{3}}}}^{t_{j+\frac{k\Delta t}{3}}} \left( \frac{\partial c}{\partial t},c^{*} \right)^{h} dt + \int_{t_{j}}^{t_{j+1}} \sum_{k=1}^{3} a_{k} \left( c,c^{*} \right)^{h} dt + \int_{t_{j}}^{t_{j+1}} \left( f,c^{*} \right)^{h} dt \right\} = 0,$$
 (6)

где индексом h отмечены дискретные пространственные аналоги соответствующих выражений.

Каждая из  $c_s^*(s)$  есть совокупность фундаментальных решений одномерных уравнений  $L_s^*c_s^*(s) = \frac{\partial}{\partial s}\rho\mu_{cs}\frac{\partial c_s^*(s)}{\partial s} + \rho u_s\frac{\partial c_s^*(s)}{\partial s} = 0, \quad s\in[s_\alpha,s_{\alpha+1}],$   $s=x,y,z,u_s=u,v, \text{М, } \mu_{cs}=\mu_{cx},\mu_{cy},\nu_c, \ \alpha=i,j,k,$ 

Из всех линейных комбинаций выбирались такие, чтобы  $c_s^*(s)$  удовлетворяли условиям  $c_s^*(s_\alpha)=1, c_s^*(s_{\alpha+1})=0$  и  $c_s^*(s_\alpha)=0, c_s^*(s_{\alpha+1})=1$ .

Окончательно, выполнив дискретизацию тождества (6) по времени и вычислив производные  $\frac{\partial I^{h\tau}(c_{imk}^{\,j},c_{imk}^{\,*\,j})}{\partial c_{imk}^{\,*\,j}}=0$  для всех j, i, m, k, получим системы разностных уравнений для каждого координатного направления, которые решаются методом прогонки. Выпишем систему, получающуюся для направления по z:

$$\begin{split} &\frac{c_{imk}^{j+1}-c_{imk}^{j+2/3}}{\Delta t}(R_{k+1/2}+R_{k-1/2})+(\text{WA})_{k-1/2}(c_{imk}^{j+1}-c_{i-1mk}^{j+1})-(\text{WA}B)_{k+1/2}(c_{i+1mk}^{j+1}-c_{imk}^{j+1})=0,\\ &\frac{c_{im0}^{j+1}-c_{im0}^{j+2/3}}{\Delta t}R_{1/2}-(\text{WA}B)_{1/2}(c_{im1}^{j+1}-c_{im0}^{j+1})+(b_c-w_c)c_{im0}^{j+1}=(f_0)_{im}^{j+1},\quad j=\overline{0,J-1}\\ &\frac{c_{imK}^{j+1}-c_{imK}^{j+2/3}}{\Delta t}R_{K-1/2}+(\text{WA})_{K-1/2}(c_{imK}^{j+1}-c_{imK-1}^{j+1})=0,\quad i=\overline{0,N}, m=\overline{0,M}, k=\overline{1,K-1}, \end{split}$$

Аналогичные системы уравнений получаются и для двух других координатных направлений, для x и у.

$$-(u_{s}AB)_{a+1/2} = (\mathbf{m}_{s}[\mathbf{h}(1-cth\mathbf{h})]/\Delta s)_{a+1/2}, \quad (u_{s}A)_{a-1/2} = (\mathbf{m}_{s}[\mathbf{h}(1+cth\mathbf{h})]/\Delta s)_{a-1/2},$$

$$R_{a\pm 1/2} = (\Delta s[1 \mathbf{m}\mathbf{x}(\mathbf{h})]/2)_{a\pm 1/2}, \quad h_{a\pm 1/2} = (u_{s}\Delta s/2\mathbf{m}_{s})_{a\pm 1/2}, \quad \mathbf{x}(\mathbf{h}) = (\mathbf{h} \ cth\mathbf{h} - 1)/\mathbf{h}.$$
(8)

Положительность всех коэффициентов (8) обеспечивает монотонность и устойчивость разностных схем. Схемы также являются транспортивными по отношению к направлению потока воздушных масс. Разностные выражения (7) удовлетворяют соотношениям баланса массы [7].

Таким образом, для решения уравнения переноса примеси в работе используются устойчивые, монотонные, балансные и транспортивные разностные схемы, обеспечивающие неотрицательность концентраций, выполнение закона сохранения массы и перенос примеси по направлению потока несущей среды. Система уравнений (7) и аналогичные системы для остальных координатных направлений решаются экономичным методом прогонки.

#### 3. УЧЕТ РЕЛЬЕФА

Как упоминалось выше, неоднородный рельеф местности существенно влияет на развитие локальных атмосферных циркуляций. В связи с этим возникает вопрос о выборе способа учета орографии в численной модели. Для этого можно использовать:

- **§** специальную криволинейную систему координат, преобразующую исходную область интегрирования к прямоугольному параллелепипеду;
- § метод фиктивных областей, суть которого состоит в том, чтобы дополнить фактическую область фиктивными областями до более удобной для интегрирования формы, а систему уравнений доопределить в фиктивные области специальными условиями.

Выбор криволинейных координат для «выпрямления» нижней границы области интегрирования достаточно широк. Но переход от декартовых координат к криволинейным приводит к усложнению вида уравнений гидротермодинамики, так как уравнения теперь будут включать в себя смешанные производные и производные от функции рельефа. Тем самым усложняется процесс получения конечно-разностных аппроксимаций заданного порядка точности.

Применение метода фиктивных областей [8, 9, 10] для учета рельефа не приводит к изменению вида системы уравнений. В данной работе выбор был остановлен на этом подходе.

Общая схема метода фиктивных областей применительно к поставленной задаче состоит в следующем. Запишем систему (1) - (2) в операторном виде

$$B\frac{\partial c}{\partial t}+Ac=F$$
 , где функция  $c(x,t)$  определена на области  $D$ . Дополним область  $D$  до

прямоугольного параллелепипеда  $\Pi$  и рассмотрим в нем следующую задачу

$$\mathbf{B} \stackrel{\partial \mathcal{H}}{\partial t} + \mathbf{A} \stackrel{\partial \mathcal{H}}{\partial t} = \mathbf{B} \stackrel{\partial \mathcal{H}}{\partial t}, \quad \partial e \quad \mathbf{A} \stackrel{\partial \mathcal{H}}{\partial t} = \begin{cases} A & \partial \pi g & \overset{\mathbf{\Gamma}}{x} \in D \\ 0 & \partial \pi g & \overset{\mathbf{\Gamma}}{x} \in D_1 \end{cases}, \quad \mathbf{B} \stackrel{\partial \mathcal{H}}{\partial t} = \begin{cases} F & \partial \pi g & \overset{\mathbf{\Gamma}}{x} \in D \\ 0 & \partial \pi g & \overset{\mathbf{\Gamma}}{x} \in D_1 \end{cases}. \tag{9}$$

Через  $D_1$  обозначено дополнение области D до параллелепипеда  $\Pi$ . Нижняя граница области D стала границей раздела между областями D и  $D_1$ . Условия на границе не меняются. Использование вариационно-разностного подхода для решения задачи позволяет учитывать условия на границах автоматически, так как они являются естественными для вариационного функционала. Задание фиктивных областей позволяет достаточно легко менять рельеф подстилающей поверхности и делает модель почти универсальной для изучения атмосферных процессов в областях со сложным рельефом.

В данном случае фиктивные области позволяют избежать вычислительных трудностей при учете рельефа. Интегральное тождество для системы (9) по-прежнему будет соответствовать исходной задаче (1) – (2), позволяя практически полностью воспроизвести схему построения конечно-разностных конструкций, которая применяется в случае прямоугольной области.

## 4. ЧИСЛЕННЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ

Для исследования процесса распространения загрязнения в атмосфере над территориями с разным рельефом был проведен ряд численных экспериментов: моделировался перенос пассивной примеси от точечного источника над орографически плоской поверхностью и в горно-долинной местности в летний период.

Для исследования влияния водоема проводились параллельные расчеты: с водоемом и без. Сначала для каждого из вариантов по модели динамики атмосферы (3) рассчитывались метеорологические поля. Затем с полученными метеополями, как входными данными для задачи переноса и турбулентной диффузии (1)-(2), находились поля концентрации примеси. Для иллюстрации различий в распределении загрязнения в параллельных расчетах вычислялись поля разностей концентраций. Т. е. для каждого момента времени в каждой расчетной точке области была посчитана разность значений концентрации примеси, когда водоем в области есть, и когда его нет. Разности приведены к  $c_{\max}(t)$  — максимальному значению, найденному среди значений концентраций обоих расчетов в данный момент времени по всей области.

## 4.1. Область с плоской орографией

Размеры области: X=40 км, Y=40 км, H=3 км. Пространственные шаги сетки: по горизонтали –  $\Delta x=\Delta y=500$  м, по вертикали –  $\Delta z_1=20$  м,  $\Delta z_k=80$  м,  $k=\overline{2,K}$ ; шаг по времени  $\Delta t=60$  с, коэффициенты турбулентной диффузии  $\mu_{\rm cx}=\mu_{\rm cy}$  вычислялись по модели Смагоринского [11], вертикальный коэффициент  $v_{\rm c}=3$  м $^2/{\rm c}$ .

На модельной территории задавался город, ограниченный областью  $\{18.5\ \text{км} < x \le 26.5\ \text{км}, 17.5\ \text{км} \le y \le 22.5\ \text{км}\}$ . Источник выброса загрязнения полагался постоянно действующим и выбрасывающим единицу массы за один интервал времени  $\Delta t$ . Примесь предполагалась невесомой, т. е.  $w_c=0$  м/с. Фоновый ветер, предполагалось, отсутствует.

Для указанной области были проведены 4 сценария, отличающихся расположением источника выбросов. В каждом эксперименте проводилось два параллельных расчета: с наличием и отсутствием водоема, расположение которого задавалось следующим образом:  $\{13.5\ \text{км} \le x \le 18.5\ \text{км},\ 17.5\ \text{кm} \le y \le 22.5\ \text{кm}\}.$ 

Распределения приведенных разностей концентраций в некоторые моменты времени представлены на рисунках в виде горизонтальных разрезов на высоте источника (z = 20 м). Левый прямоугольник на всех рисунках изображает положение водоема, правый прямоугольник – город.

**Эксперимент 1**. Координаты источника  $-\{x = 13.5 \text{ км}, y = 20 \text{ км}, z = 20 \text{ м}\}.$ 

Рисунок 1а иллюстрирует различия в распределениях примеси в дневное время, когда бризовый ветер направлен от водоема, а на окраинах города потоки направлены к центру городского острова тепла. Видно, что дневная бризовая циркуляция, вызванная наличием водоема, способствует большему выносу примеси за пределы его территории, в том числе и в направлении города. Ночная атмосферная циркуляция, наоборот, способствует накоплению примеси над водоемом, так как вода ночью теплее окружающей подстилающей поверхности (рис. 1б). Так как движение трехмерное, то горизонтальные разрезы отражают только часть сложной структуры полей концентрации примеси.

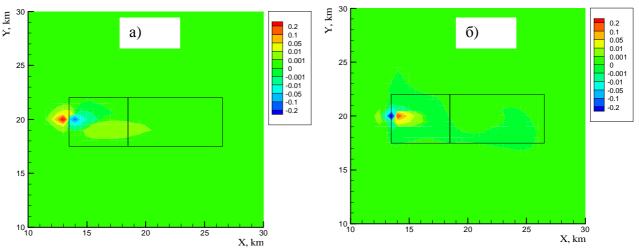


Рис. 1. Горизонтальные разрезы при z=20 м полей разности концентраций примеси:

а) — при 
$$t = 12$$
 час,  $c_{\text{max}}(t) = 370$ ,

б) - при 
$$t = 24$$
 час,  $c_{\text{max}}(t) = 401$ .

Эксперимент 2. Координаты источника —  $\{x = 19 \text{ км}, y = 20 \text{ км}, z = 20 \text{ м}\}$ , т. е. источник находится на границе между городом и водоемом. Как и в эксперименте 1, дневная циркуляция над городским островом тепла, усиленная бризом от водоема, способствует увеличению переноса загрязнения в сторону города (рис. 2а). Ночью, наоборот, ветер направлен к водоему и выносит примесь из города, поэтому уровень загрязнения на территории города, примыкающей к воде, меньше, чем, если бы водного объекта не было (рис. 2б).

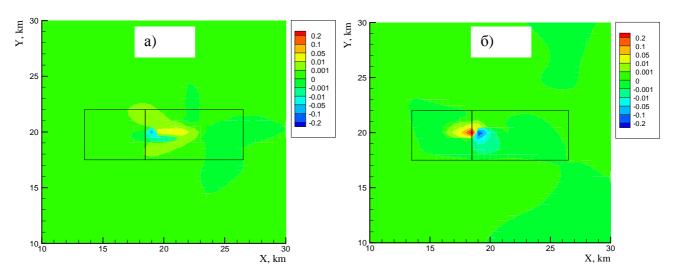
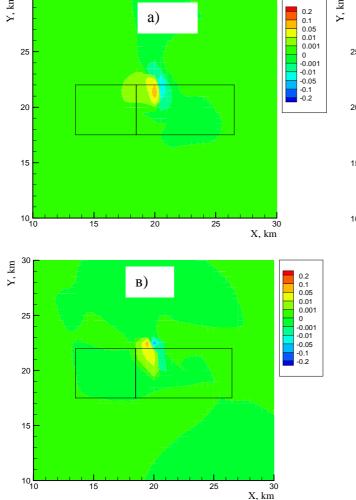


Рис. 2. Горизонтальные разрезы при z=20 м полей разности концентраций примеси:

а) – при 
$$t = 13$$
 час,  $c_{\text{max}}(t) = 220$ ,

б) - при 
$$t = 24$$
 час,  $c_{\text{max}}(t) = 370$ .

**Эксперимент 3**. Координаты источника –  $\{x = 26.5 \text{ км}, y = 20 \text{ км}, z = 20 \text{ м}\}$ , т. е. источник расположен на северной границе города, недалеко от водоема. Результаты этого эксперимента также говорят о том, что для области с плоской орографией наличие водоема является фактором, как усиливающим, так и ослабляющим накопление примеси в черте города (рис. 3 а, б, в).



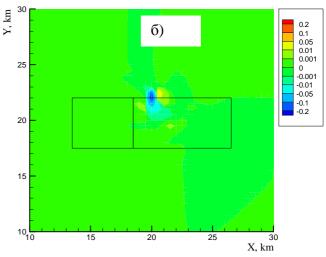


Рис. 3. Горизонтальные разрезы при z=20 м полей разности концентраций примеси:

- а) при t = 9 час,  $c_{\text{max}}(t) = 248$ ,
- б) при t = 12 час,  $c_{\text{max}}(t) = 216$ ,
- в) при t = 20 час,  $c_{\text{max}}(t) = 302$

Эксперимент 4. Координаты источника –  $\{x = 20 \text{ км}, y = 22.5 \text{ км}, z = 20 \text{ м}\}$ . В этом варианте расчетов источник находился на противоположной от водоема границе города. Влияние водоема на усиление переноса загрязнения в сторону города прослеживалось в основном в утренние часы (рис. 4).

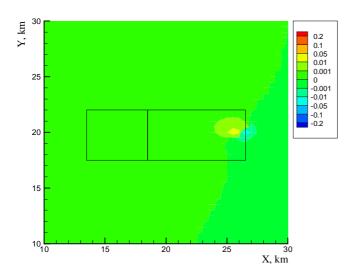


Рис. 4. Горизонтальный разрез при z = 20 м поля разности концентраций примеси при t = 6 час,  $c_{\rm max}(t)$  = 305

## 4.2. Горно-долинная область

В качестве модельной области была выбрана конкретная территория с существующими на ней городом и водоемом – Читино-Ингодинская впадина с г. Чита и оз. Кенон.

Модельная область (рис. 5) представляет собой долину, вытянутую с юго-запада на северовосток. Точечный источник пассивной примеси располагается в центре долины на северозападном берегу озера. Высота источника рельефом составляет 100 м.

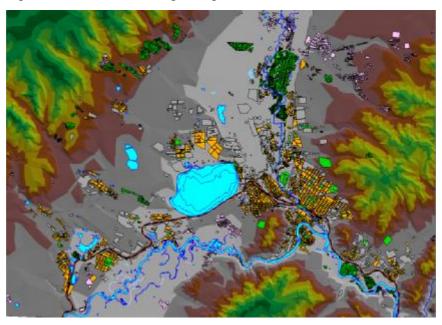


Рис. 5 Модельная область с термически и орографически неоднородным рельефом

Как и в предыдущих экспериментах, для горно-долинной области были проведены два параллельных расчета с озером и без. На рис. 6 изображена расчетная область с нанесенной на ней равномерной горизонтальной сеткой.

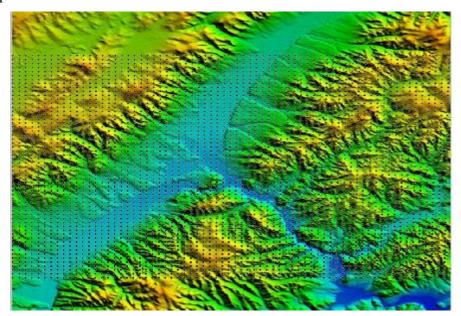


Рис. 6. Рельеф модельной области и узлы горизонтальной сетки

Размеры расчетной области: X=68 км, Y=56 км, H=2.9 км, шаги сеточной области по горизонтали  $\Delta x=\Delta y=1000$  м, по вертикали  $\Delta z=100$  м, шаг по времени  $\Delta t=60$  с, коэффициенты турбулентной диффузии  $\mu_{\rm cx}=\mu_{\rm cy}$  вычислялись по модели Смагоринского, вертикальный коэффициент задавался  $\nu_{\rm c}=3$  м $^2$ /с.

На рисунках 7 и 8 представлены горизонтальные разрезы полей ветра и изолинии приведенных разностей концентраций примеси на высоте 100 м над рельефом. Рельеф местности обусловливает развитие долинного ветра, который взаимодействует с бризовыми циркуляциями над водоемом и городом. Ночью и утром, когда температура водоема выше окружающей подстилающей поверхности, и при явно выраженном долинном ветре (рис. 7), примесь переносится вдоль долины, и влияние водоема больше сказывается с его подветренной стороны, где наблюдается увеличение концентраций. Когда долинный ветер стихает, картина распределения разностей концентраций примеси напоминает вариант расчетов с однородным рельефом (рис. 8).

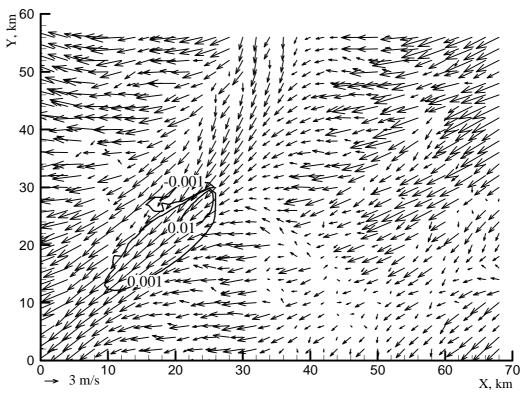


Рис. 7 Горизонтальный разрез поля ветра и изолинии разностей концентраций примеси на высоте 100 м над рельефом при t=3 часа,  $c_{\max}(t)=154$ 

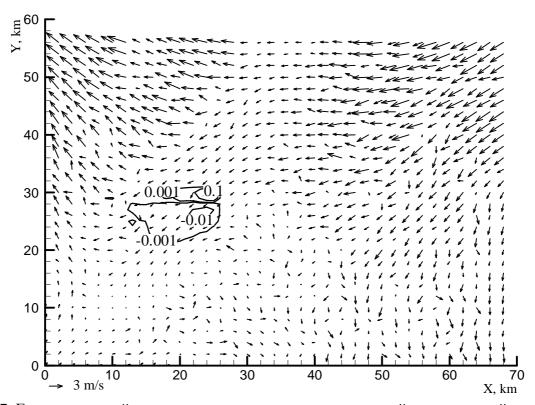


Рис. 7 Горизонтальный разрез поля ветра и изолинии разностей концентраций примеси  ${\rm на\ высотe\ 100\ m\ над\ pельефом\ при\ t=17\ vacob},\ c_{\rm max}(t)=489$ 

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе приводится описание алгоритма численной реализации модели переноса пассивной примеси в атмосфере, разрабатываемой в ИВМиМГ СО РАН.

Предложенная модификация численной модели реализована в виде комплекса программ, согласованного на уровне информационных массивов и адаптированного для работы с моделью гидротермодинамики атмосферы.

На базе созданного комплекса выполнена серия сравнительных численных экспериментов по расчету эволюции процессов переноса примесей в областях над термически и орографически неоднородной подстилающей поверхностью.

Для решения задачи переноса примесей (1)-(2) при построении расчетных процедур используются разностные уравнения, совпадающие формально с разностными уравнениями, решаемыми на этапе переноса в гидродинамической задаче нахождения фоновых полей. Это позволяет применять уже имеющиеся процедуры для решения уравнений (1)-(2) с адаптацией их к структуре краевых условий для модели переноса примесей.

Сравнительный анализ полученных результатов позволяет сделать вывод о том, что наличие водоема на исследуемой территории заметно влияет на формирование локальных циркуляций и, соответственно, на распределение примесей в атмосфере. Зона заметного влияния простирается от водоема на расстояния, сравнимые с размерами водного объекта.

Построенная численная модель может быть достаточно быстро и легко настроена для использования над территориями с разного типа орографией.

Предполагается продолжение работы с данной моделью для расчетов распределений атмосферных загрязнений над территориями со сложным рельефом для других сезонов года, а также с учетом фоновых потоков ветра.

Работа выполнена при поддержке проекта РФФИ 07-05-00673 и контракта Европейской Комиссии № 013427

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- 1. Regional and mesoscale meteorological modeling as applied to air quality studies / R.A. Pielke, W.A. Lyons, R.T. McNider, M.D. Moran, D.A. Moon, R.A. Stocker, R.L. Walko, and M. Uliasz // Air Pollution Modelling and its Applications. 1991. VII.
- 2. *Пененко*, *В.В.* Моделирование процессов переноса примесей в прямых и обратных задачах климатоэкологического мониторинга и прогнозирования / *В.В. Пененко*, *Е.А. Цветова* // Оптика атмосф. и океана. − 1999. − Т. 12. − № 6. − С. 482-487.
- 3. *Пененко*, *В.В.* Некоторые аспекты решения взаимосвязанных задач экологии и климата / *В.В. Пененко*, *Е.А. Цветова* // ПМТФ. 2000. Т. 41. № 5. С. 161-170.
- 4. *Пененко*, *В.В.* Методика оценок роли индустриального региона в крупномасштабных процессах загрязнения атмосферы / *В.В. Пененко*, *Е.А. Цветова* // Проблемы физики пограничного слоя атмосферы и загрязнения воздуха. СПб.: Гидрометеоиздат. 2002. С. 10-29.
- 5. *Пененко*, *В.В.* Модели и методы для задач охраны окружающей среды / *В.В. Пененко*, *А.Е. Алоян*. Новосибирск: Наука, 1985. 256 с.
- 6. *Пьянова*, Э.А. Моделирование микроклиматических особенностей межгорных котловин / Э.А. *Пьянова* // Сер. "Математическое моделирование и современные информационные технологии", вып. 4, Современные проблемы математического моделирования. Сб. трудов XI Всероссийской школы-семинара. Ростов-на-Дону, изд-во Ростовского гос. университета. 2005. С. 341-348.
- 7. *Пененко*, *В.В.* Численные схемы для адвективно-диффузионных уравнений с использованием локальных сопряженных задач / *В.В. Пененко* // Препр. РАН. Сиб. Отд-ние. ВЦ. Новосибирск, 1993. № 948. С. 1-50.
- 8. *Алоян, А.Е.* Алгоритм численного решения мезометеорологических задач в случае криволинейной области / *А.Е. Алоян, А.А. Фалейчик, Л.М. Фалейчик* // в кн. Математические модели рационального природопользования. Новосибирск: Наука, 1989. С. 14-35.
- 9. *Boyarshinova*, *E.A.* Model of dynamics of atmosphere with monotone numerical schemes / *E.A. Boyarshinova* // Bull. Nov. Comp. Center, Num. Model. in Atmosph.,etc., 2000. 6. P. 1-8.
- 10. *Фалейчик*, *А.А*. Использование методов математического моделирования при оценке возможных изменений микроклимата / *А.А*. *Фалейчик* // Обозрение прикладной и промышленной математики.— 1996. Т. 3. Вып. 3. С. 434-449.
- 11. *Smagorinsky J.* General Circulation Experiments With the Primitive Equations: Part I. The Basic Experiment / *J.*, *Smagorinsky* // Monthly Weather Review. − 1963. − Vol.91. − №2. − P. 99–164.
- 12. *Хромов С.П.* Метеорологический словарь / *С.П. Хромов и Л.И. Мамонтова.* Л.: Гидрометеоиздат, 1963.– 620 с.