
Международная школа молодых ученых
«Вычислительно-информационные технологии для наук об окружающей среде:
CITES – 2003», Томск, 1-7 сентября 2003 г.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КЛИМАТА

Лекция 2. Модели климатической системы

В.Н. ЛЫКОСОВ

**Институт вычислительной математики РАН,
119991, Москва, ГСП-1, ул. Губкина, 8
e-mail: lykossov@inm.ras.ru**

Принципы построения климатических моделей

- Учитывается, что движения в атмосфере и Мировом океане происходят на вращающейся Земле.
- Предполагается, что для описания динамики атмосферы и океана справедливы уравнения Навье-Стокса.
- В отличие от атмосферы океан рассматривается как несжимаемая жидкость.
- Используются уравнения Рейнольдса (осредненные по некоторым пространственным и временным масштабам уравнения Навье-Стокса).
- Считается, что существует принципиальная возможность их замыкания.
- При достаточно большом масштабе осреднения (~ 100 км) справедливо приближение гидростатики: вертикальный градиент давления приблизительно уравнивается силой тяжести.
- Это требует дополнительных упрощений (постоянный радиус Земли, пренебрежение составляющими силы Кориолиса с вертикальной компонентой скорости) с тем, чтобы в системе уравнений при отсутствии внешних источников энергии и диссипации выполнялся закон сохранения энергии.
- Считается, что локально справедливы уравнения классической равновесной термодинамики.

Уравнения гидротермодинамики атмосферы

$$\frac{du}{dt} - \left(f + \frac{u}{a} \operatorname{tg} \varphi \right) v + \frac{1}{a \cos \varphi} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} + \frac{RT}{\pi} \frac{\partial \pi}{\partial \lambda} \right) = F_u,$$

$$\frac{dv}{dt} + \left(f + \frac{u}{a} \operatorname{tg} \varphi \right) u + \frac{1}{a} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \varphi} + \frac{RT}{\pi} \frac{\partial \pi}{\partial \varphi} \right) = F_v,$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \sigma} = - \frac{RT}{\sigma},$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial t} + \frac{1}{a \cos \varphi} \left(\frac{\partial \pi u}{\partial \lambda} + \frac{\partial \pi v \cos \varphi}{\partial \varphi} \right) + \frac{\partial \pi \dot{\sigma}}{\partial \sigma} = 0,$$

$$\frac{dT}{dt} - \frac{RT}{c_p \sigma \pi} \left[\pi \dot{\sigma} + \sigma \left(\frac{\partial \pi}{\partial t} + \frac{u}{a \cos \varphi} \frac{\partial \pi}{\partial \lambda} + \frac{v}{a} \frac{\partial \pi}{\partial \varphi} \right) \right] = F_T + \varepsilon,$$

$$\frac{dq}{dt} = F_q - (C - E),$$

где

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \frac{u}{a \cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \lambda} + \frac{v}{a} \frac{\partial}{\partial \varphi} + \dot{\sigma} \frac{\partial}{\partial \sigma}.$$

В качестве краевых условий для системы уравнений предполагается периодичность решения по долготе, а также условие ограниченности решения на полюсах. Подстилающая поверхность как твердое тело одновременно является σ – координатной поверхностью ($\sigma=1$). Соответствующее кинематическое условие записывается в виде:

$$\dot{\sigma} = 0 \quad \text{при} \quad \sigma = 1.$$

Аналогичное условие ставится на верхней границе атмосферы ($p=0$):

$$\dot{\sigma} = 0 \quad \text{при} \quad \sigma = 0.$$

При $\sigma=1$, кроме условия (2.8), задается также распределение геопотенциала: $\Phi = \Phi_s \equiv gz_s$ при $\sigma=1$, где z_s - заданная функция горизонтальных координат, описывающая рельеф подстилающей поверхности.

Дивергентная форма уравнений

Уравнения гидротермодинамики атмосферы могут быть представлены в так называемой дивергентной форме. Умножим эти уравнения на π и воспользуемся уравнением неразрывности. В результате придем к следующей системе уравнений:

$$\begin{aligned}\frac{D}{Dt}(\pi u) - \left(f + \frac{u}{a} \operatorname{tg} \varphi\right) \pi v + \frac{\pi}{a \cos \varphi} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} + \frac{RT}{\pi} \frac{\partial \pi}{\partial \lambda}\right) &= \pi F_u, \\ \frac{D}{Dt}(\pi v) + \left(f + \frac{u}{a} \operatorname{tg} \varphi\right) \pi u + \frac{\pi}{a} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \varphi} + \frac{RT}{\pi} \frac{\partial \pi}{\partial \varphi}\right) &= \pi F_v, \\ \frac{D}{Dt}(\pi T) - \frac{RT}{c_p \sigma} \left[\pi \dot{\sigma} + \sigma \left(\frac{\partial \pi}{\partial t} + \frac{u}{a \cos \varphi} \frac{\partial \pi}{\partial \lambda} + \frac{v}{a} \frac{\partial \pi}{\partial \varphi}\right)\right] &= \pi (F_T + \varepsilon), \\ \frac{D}{Dt}(\pi q) &= \pi [F_q - (C - E)],\end{aligned}$$

где
$$\frac{D}{Dt}(\dots) = \frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{a \cos \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \lambda} u \cdot (\dots) + \frac{\partial}{\partial \varphi} v \cos \varphi \cdot (\dots) \right) + \frac{\partial}{\partial \sigma} \dot{\sigma} \cdot (\dots).$$

Интегральные законы сохранения

1. Полная масса атмосферы. Проинтегрируем уравнение неразрывности по всему объему атмосферы. В силу граничных условий

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_G \rho dG = 0, \quad dG = a^2 \cos \varphi d\varphi d\lambda.$$

Это соотношение означает, что в модели сохраняется полная масса атмосферы.

2. Угловой момент $M = a \cos \varphi (u + a\Omega \cos \varphi)$.

Первое уравнение движения можно переписать относительно величины M в следующем виде:

$$\frac{\partial \pi M}{\partial t} + \frac{1}{a \cos \varphi} \left(\frac{\partial u \pi M}{\partial \lambda} + \frac{\partial v \cos \varphi \pi M}{\partial \varphi} \right) + \frac{\partial \dot{\sigma} \pi M}{\partial \sigma} + \frac{\partial \pi \Phi}{\partial \lambda} - \frac{\partial \pi}{\partial \lambda} \frac{\partial \Phi \sigma}{\partial \sigma} = a \cos \varphi \pi F_u.$$

Интегрируя теперь полученное уравнение по всему объему атмосферы и используя граничные условия, получим следующий закон сохранения углового момента:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_0^1 \int_G \pi M dG d\sigma = \int_G \Phi_s \frac{\partial \pi}{\partial \lambda} dG + \int_0^1 \int_G a \cos \varphi \pi F_u dG d\sigma.$$

Горизонтальные компоненты рейнольдсовских напряжений не приводят к изменению суммарного углового момента. В последнем слагаемом остается только составляющая, описывающая трение о Землю $\tau_{\lambda, \sigma=1}$. Тогда

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_0^1 \int_G \pi M dG d\sigma = \int_G \left(\Phi_s \frac{\partial \pi}{\partial \lambda} + a \cos \varphi \tau_{\lambda, \sigma=1} \right) dG.$$

Осредняя это соотношение по достаточно большому интервалу времени, получаем приближенное соотношение

$$\int_G \overline{\cos \varphi \tau_{\lambda, \sigma=1}} dG \cong 0$$

Это означает, что преимущественно западный перенос в средних и высоких широтах сбалансирован восточным переносом в тропических пассатах.

3. Водяной пар. Аналогичным образом можно получить закон сохранения суммарной концентрации водяного пара

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_0^1 \int_G \pi q dG d\sigma = \int_G \left[E_s - \pi \int_0^1 (C - E) d\sigma \right] dG,$$

где E_s – турбулентный поток влаги с поверхности Земли. Правая часть этого соотношения выражает климатический баланс количества выпавшей в виде осадков влаги и количества влаги, испарившейся с поверхности суши и океана.

4. Полная энергия. Уравнение для плотности кинетической энергии $K = (u^2 + v^2)/2$:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \pi K}{\partial t} + \frac{1}{a \cos \varphi} \left(\frac{\partial u \pi K}{\partial \lambda} + \frac{\partial v \cos \varphi \pi K}{\partial \varphi} \right) + \frac{\partial \dot{\sigma} \pi K}{\partial \sigma} + \\ & + \frac{1}{a \cos \varphi} \left(\frac{\partial u \pi \Phi}{\partial \lambda} + \frac{\partial v \cos \varphi \pi \Phi}{\partial \varphi} \right) + \frac{\partial}{\partial \sigma} \left(\sigma \frac{\partial \pi}{\partial t} + \pi \dot{\sigma} \right) \Phi + \\ & + \frac{RT}{\sigma} \left[\pi \dot{\sigma} + \sigma \left(\frac{\partial \pi}{\partial t} + \frac{u}{a \cos \varphi} \frac{\partial \pi}{\partial \lambda} + \frac{v}{a} \frac{\partial \pi}{\partial \varphi} \right) \right] = \pi (u F_u + v F_v). \end{aligned}$$

Используя уравнений притока тепла и интегрируя по σ от 0 до 1 и по всей поверхности земного шара, получим:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_G \pi \left[\Phi_s + \int_0^1 \left(\frac{u^2 + v^2}{2} + c_p T \right) d\sigma \right] dG = \\ = \int_G \pi \int_0^1 (uF_u + vF_v + F_T + \varepsilon_r + \varepsilon_f) d\sigma dG . \end{aligned}$$

В адиабатическом приближении ($F_u = F_v = F_T = \varepsilon = 0$) выполняется закон сохранения полной энергии атмосферы.

Если в уравнении притока тепла множитель $RT/c_p\sigma$ заменим на $RT^*/c_p\sigma$, где T^* - среднее значение температуры, то

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_G \pi \left[\Phi_s + \int_0^1 \left(\frac{u^2 + v^2}{2} + \frac{c_p T^2}{2T^*} \right) d\sigma \right] dG = 0 .$$

При $\Phi_s \equiv 0$ выражение для энергии в этом случае имеет вид квадратичной формы по отношению к величинам $\sqrt{\pi u}, \sqrt{\pi v}, \sqrt{\pi T}$.

Уравнения гидротермодинамики океана

$$\frac{du}{dt} - \left(f + \frac{u}{a} \operatorname{tg} \varphi \right) v + \frac{1}{a \cos \varphi \rho_0} \left(\frac{\partial p}{\partial \lambda} - \frac{\sigma}{H} \frac{\partial H}{\partial \lambda} \frac{\partial p}{\partial \sigma} \right) = F_u ,$$

$$\frac{dv}{dt} + \left(f + \frac{u}{a} \operatorname{tg} \varphi \right) u + \frac{1}{a \rho_0} \left(\frac{\partial p}{\partial \varphi} - \frac{\sigma}{H} \frac{\partial H}{\partial \varphi} \frac{\partial p}{\partial \sigma} \right) = F_v ,$$

$$\frac{\partial p}{\partial \sigma} = g \rho' ,$$

$$\frac{1}{a \cos \varphi} \left(\frac{\partial u H}{\partial \lambda} + \frac{\partial v \cos \varphi H}{\partial \varphi} \right) + \frac{\partial \dot{\sigma}}{\partial \sigma} = 0 ,$$

$$\frac{d(T, S)}{dt} = F_{(T, S)} .$$

Специфика модели океана

- Система уравнений гидродинамики океана записана для цилиндрической неодносвязной области, ограниченной сверху невозмущенной поверхностью океана, а снизу - его дном.
- Краевые условия для аналога вертикальной скорости на этих горизонтах имеют тот же вид, что и для атмосферы.
- Приближение "твердой крышки" позволяет ввести функцию тока для плоской (баротропной) циркуляции океана.
- Модельная область охватывает весь Мировой океан, простираясь по широте от берегов Антарктиды до 89 с.ш.
- Эта область включает в себя также следующие "острова": Австралию, Антарктиду, Исландию, Кубу, Мадагаскар, Новую Зеландию, Шпицберген и Японию.
- На твердых границах Евразии, Африки, Северной и Южной Америки, объединенных в один континент, задается нулевое значение функции тока.
- Для бароклинных составляющих скорости на твердых границах (в том числе, и на дне) ставится условие прилипания, а для температуры и солености принимаются условия отсутствия их потоков.
- На границе раздела "атмосфера - океан" записываются условия теплового и водного баланса, а вертикальные потоки импульса считаются непрерывными.

Параметризация процессов подсеточных масштабов

- Соответствующие слагаемые в правых частях уравнений гидротермодинамики атмосферы и океана возникают в результате реализации процедуры замыкания и отражают эффекты процессов подсеточных масштабов.
- К ним относятся:
- турбулентность в пограничном слое атмосферы, в верхнем и придонном слоях океана,
- конвекция и орографические волны в атмосфере,
- расчет неадиабатических источников тепла, связанных с радиационными и фазовыми процессами, облачности и осадков,
- цикл углерода и фотохимические трансформации,
- тепловлагоперенос в растительном и снежном покрове,
- образование и перенос метана в почве и т.п.
- Основные идеи, используемые при параметризации процессов подсеточных масштабов, иллюстрируются на примере климатической модели, разрабатываемой в Институте вычислительной математики РАН (Марчук и др., 1984, Алексеев и др., 1998, Дымников и др., 2003).

Горизонтальная диффузия

Скорости изменения импульса, температуры и удельной влажности (солености), обусловленные подсеточной турбулентностью, представлены в виде суммы:

$$F_{\psi} = F_{\psi}^h + F_{\psi}^v,$$

где ψ – любая из переменных u, v, T, q или S , а верхними индексами h и v обозначены вклады горизонтальной диффузии и вертикального перемешивания, соответственно.

При описании турбулентной горизонтальной диффузии целесообразно потребовать выполнения двух условий:

- 1) соответствующее слагаемое в уравнениях должно обеспечивать интегральную диссипацию энергии;
- 2) угловой момент системы должен сохраняться.

Как это обычно делается в статистической гидромеханике, представим компоненты вектора скорости u, v в виде $\bar{u} + u', \bar{v} + v'$, где черта сверху означает осреднение по интересующей нас спектральной области (временной или пространственной). Опуская далее для простоты записи эту черту, получим уравнения

$$\begin{aligned} \frac{D}{Dt}(\pi u) - \left(f + \frac{u}{a} \operatorname{tg} \varphi \right) \pi v + \frac{\pi}{a \cos \varphi} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} + \frac{RT}{\pi} \frac{\partial \pi}{\partial \lambda} \right) = \\ = - \frac{1}{a \cos \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \lambda} \pi \overline{u'u'} + \frac{\partial}{\partial \varphi} \pi \cos \varphi \overline{v'u'} \right) - \frac{\partial}{\partial \sigma} \pi \overline{\dot{\sigma}'u'} + \frac{\operatorname{tg} \varphi}{a} \pi \overline{u'v'}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{D}{Dt}(\pi v) + \left(f + \frac{u}{a} \operatorname{tg} \varphi \right) \pi u + \frac{\pi}{a} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \varphi} + \frac{RT}{\pi} \frac{\partial \pi}{\partial \varphi} \right) = \\ = - \frac{1}{a \cos \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \lambda} \pi \overline{u'v'} + \frac{\partial}{\partial \varphi} \pi \cos \varphi \overline{v'v'} \right) - \frac{\partial}{\partial \sigma} \pi \overline{\dot{\sigma}'v'} - \frac{\operatorname{tg} \varphi}{a} \pi \overline{u'v'}. \end{aligned}$$

Слагаемые $\pi F_{(u,v)}^v = - \frac{\partial}{\partial \sigma} \pi \overline{\dot{\sigma}'(u', v')}$ ответственны за вертикальный перенос импульса в пограничном слое атмосферы.

Для слагаемых, описывающих горизонтальную диффузию, имеем следующие выражения

$$\pi F_u^h = \frac{1}{a \cos \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \lambda} \pi \tau_{\lambda\lambda} + \frac{\partial}{\partial \varphi} \pi \cos \varphi \tau_{\lambda\varphi} \right) - \frac{\operatorname{tg} \varphi}{a} \pi \tau_{\lambda\varphi},$$

$$\pi F_v^h = \frac{1}{a \cos \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \lambda} \pi \tau_{\lambda\varphi} + \frac{\partial}{\partial \varphi} \pi \cos \varphi \tau_{\varphi\varphi} \right) + \frac{\operatorname{tg} \varphi}{a} \pi \tau_{\lambda\lambda},$$

где $\tau_{\lambda\lambda} = -\overline{u'u'}$, $\tau_{\varphi\varphi} = -\overline{v'v'}$, $\tau_{\lambda\varphi} = -\overline{u'v'}$.

Выражение для πF_u^h можно свернуть к виду

$$\pi F_u^h = \frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \lambda} \pi \tau_{\lambda\lambda} + \frac{1}{a \cos^2 \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} \pi \cos^2 \varphi \tau_{\lambda\varphi}.$$

Эта формула независимо от гипотез замыкания для $\tau_{\lambda\lambda}$ и $\tau_{\lambda\varphi}$ дает условие сохранения глобального углового момента.

Выражения для напряжений Рейнольдса $\tau_{\lambda\lambda}, \tau_{\varphi\varphi}, \tau_{\lambda\varphi}$ можно получить, используя для этой цели теорию двумерной турбулентности (Kraichnan, 1967):

$\tau_{\lambda\lambda} = -\tau_{\varphi\varphi} = k^h D_T$, $\tau_{\lambda\varphi} = k^h D_S$, где D_T, D_S - деформации

$$D_T = \frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial u}{\partial \lambda} - \frac{\cos \varphi}{a} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{v}{\cos \varphi} \right),$$

$$D_S = \frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial v}{\partial \lambda} + \frac{\cos \varphi}{a} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{u}{\cos \varphi} \right).$$

а k^h - коэффициент горизонтальной турбулентности. В результате

$$\begin{aligned} \pi F_u^h &= \frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \lambda} \pi k^h \left[\frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial u}{\partial \lambda} - \frac{\cos \varphi}{a} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{v}{\cos \varphi} \right) \right] + \\ &+ \frac{1}{a \cos^2 \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} \cos^2 \varphi \pi k^h \left[\frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial v}{\partial \lambda} + \frac{\cos \varphi}{a} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{u}{\cos \varphi} \right) \right] \equiv \\ &\equiv \frac{1}{a^2 \cos^2 \varphi} \left[\frac{\partial}{\partial \lambda} \pi k^h \frac{\partial u}{\partial \lambda} + \frac{\partial}{\partial \varphi} \cos^3 \varphi \pi k^h \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{u}{\cos \varphi} \right) \right] + \\ &+ \frac{1}{a^2 \cos^2 \varphi} \left[\frac{\partial}{\partial \varphi} \cos^2 \varphi \pi k^h \frac{\partial}{\partial \lambda} \left(\frac{v}{\cos \varphi} \right) - \frac{\partial}{\partial \lambda} \cos^2 \varphi \pi k^h \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{v}{\cos \varphi} \right) \right], \end{aligned}$$

Если производные от $\cos^2 \varphi \pi k^h$ существенно меньше, чем производные от других величин, то

$$F_u^h = \frac{1}{a^2 \cos^2 \varphi \pi} \left[\frac{\partial}{\partial \lambda} \pi k^h \frac{\partial u}{\partial \lambda} + \frac{\partial}{\partial \varphi} \cos^3 \varphi \pi k^h \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{u}{\cos \varphi} \right) \right],$$

$$F_v^h = \frac{1}{a^2 \cos^2 \varphi} \pi \left[\frac{\partial}{\partial \lambda} \pi k^h \frac{\partial v}{\partial \lambda} + \frac{\partial}{\partial \varphi} \cos^3 \varphi \pi k^h \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{v}{\cos \varphi} \right) \right].$$

Легко убедиться, что

$$\int_G \pi F_u^h \cos \varphi dG = 0,$$

$$\int_G \pi F_u^h u dG = \int_G \pi F_u^h u a^2 \cos \varphi d\varphi d\lambda = -\frac{1}{a^2} \int_{\lambda} \int_{\varphi} \pi k^h \left[\cos \varphi \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{u}{\cos \varphi} \right) \right]^2 dG \leq 0,$$

т.е. замыкание для зональной составляющей напряжений Рейнольдса сохраняет угловой момент и диссипативно.

Ошибки, возникающие при воспроизведении каких-либо физических процессов и обусловленные как недостаточным их знанием или чересчур упрощенным описанием, так и имеющие вычислительный характер, могут приводить к ложному каскаду энергии в коротковолновой части ее спектра.

Необходимо правильно воспроизвести не только уровень генерации вихревой кинетической энергии (и цикл преобразований энергии в целом), но и перераспределение этой энергии по спектру. Использование в этом случае замыканий с оператором Лапласа может оказаться не эффективным для подавления избыточного накопления энергии в коротких масштабах.

В работе Алексеева и др. (1998) для описания горизонтальной диффузии использован оператор типа бигармонического. Введем оператор Δ_k

$$\Delta_k \psi = \frac{1}{a^2 \cos^2 \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \lambda} k \frac{\partial \psi}{\partial \lambda} + \cos \varphi \frac{\partial}{\partial \varphi} k \frac{\partial \psi}{\partial \varphi} \right),$$

где $k(\lambda, \varphi)$ - коэффициент горизонтальной диффузии. Обозначим через Δ_1 оператор ~~Δ_k с тождественно единичным коэффициентом k .~~ Соответствующее замыкание для импульса имеет вид $F_{(u,v)}^h = -\Delta_{k_1} \Delta_1(u, v)$.

При моделировании общей циркуляции океана в настоящее время также используется диффузия четвертого порядка для составляющих скорости течений (Дианский и др., 2002). В то же время для скалярной субстанции ψ (температуры и солёности) оказалась предпочтительным использование оператора диффузии второго порядка, который в принятой сферической σ – системе координат может быть записан в следующей форме:

$$F_{\psi}^h = \frac{1}{H} \operatorname{div}(\mathbf{K} \operatorname{grad} \psi),$$

где H – функция, описывающая рельеф дна океана. В принятой системе координат операторы градиента и дивергенции имеют вид:

$$\operatorname{grad} = \left(\frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \lambda}, \frac{1}{a} \frac{\partial}{\partial \varphi}, \frac{1}{H} \frac{\partial}{\partial \sigma} \right), \quad \operatorname{div} = \left(\frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \lambda}, \frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} \cos \varphi, \frac{1}{H} \frac{\partial}{\partial \sigma} \right),$$

а оператор \mathbf{K} есть

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} A_{\lambda} & 0 & -A_{\lambda} \frac{\sigma}{a \cos \varphi} \frac{\partial H}{\partial \lambda} \\ 0 & A_{\varphi} & -A_{\varphi} \frac{\sigma}{a} \frac{\partial H}{\partial \varphi} \\ -A_{\lambda} \frac{\sigma}{a \cos \varphi} \frac{\partial H}{\partial \lambda} & -A_{\varphi} \frac{\sigma}{a} \frac{\partial H}{\partial \varphi} & A_{\lambda} \left(\frac{\sigma}{a \cos \varphi} \frac{\partial H}{\partial \lambda} \right)^2 + A_{\varphi} \left(\frac{\sigma}{a} \frac{\partial H}{\partial \varphi} \right)^2 \end{pmatrix}.$$

Пограничные слои

Пограничный слой атмосферы располагается вблизи поверхности Земли, имеет характерный вертикальный размер ~ 1 км и является ключевым звеном климатической системы, обеспечивая:

- (1) преобразование энергии солнечной радиации, поглощенной подстилающей поверхностью, в энергию крупномасштабных движений в атмосфере и океане (с помощью турбулентного переноса),
- (2) тепловлагоперенос в системе "растительность - снег - почва" и
- (3) контроль уровня диссипации кинетической энергии всей климатической системы.

Напомним, что $F_{\psi}^v = -\frac{1}{\pi} \frac{\partial}{\partial \sigma} \overline{\pi \dot{\sigma}' \psi'}$. Учитывая, что с хорошей точностью

$\dot{\sigma}' = -\frac{g\rho}{\pi} w'$, где w' - пульсация вертикальной скорости в z - системе координат,

и вспоминая, что $p = \pi\sigma$ и $\partial p / \partial z = -g\rho$, находим $F_{\psi}^v = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} \overline{\rho \psi' w'}$.

Вертикальный турбулентный поток $\overline{\psi'w'}$ должен быть выражен через характеристики осредненного течения. Наиболее распространенным является следующее, восходящее к работе Буссинеска (Boussinesq, 1877), турбулентное замыкание:

$$\overline{\psi'w'} = -K_{\psi} \frac{\partial \psi}{\partial z},$$

где предполагающиеся положительными коэффициенты K_{ψ} имеют смысл коэффициентов турбулентной вязкости, теплопроводности и диффузии.

В слое постоянных потоков наблюдаемые вертикальные распределения метеорологических величин имеют логарифмические асимптотики при приближении к поверхности Земли. При подходящем выборе коэффициентов турбулентного обмена эти асимптотики обеспечиваются, но при их численном решении возникают чрезвычайно жесткие ограничения на вертикальное разрешение.

В моделях принят компромиссный подход: для расчета эволюции переходного слоя используются разностные аналоги формул замыкания, а решение в слое постоянных потоков выражается в виде аналитических зависимостей, полученных в результате анализа экспериментальных данных на основе теории подобия Монина – Обухова (1954).

Слой постоянных потоков

- Согласно теории подобия Монина-Обухова, безразмерные вертикальные профили скорости ветра, температуры и влажности в приземном слое описываются некоторыми универсальными функциями, зависящими от безразмерной переменной z/L , где L - так называемый масштаб длины Монина - Обухова.
- В практическом плане, эта процедура эквивалентна аэродинамическому методу, сводящемуся к расчету приповерхностных потоков импульса, тепла и влаги с помощью коэффициентов обмена, значений скорости ветра и дефицитов соответствующих субстанций.
- Асимптотическое поведение универсальных функций (при сильно устойчивой или сильно неустойчивой стратификации плотности) изучено достаточно подробно, но требуются данные наблюдений, чтобы восстановить их поведение для промежуточных режимов.
- Этот подход хорошо зарекомендовал себя в условиях статистически однородной подстилающей поверхности, прост в реализации и было вполне естественным использовать его в моделях общей циркуляции атмосферы.
- Вместе с тем, в размерах элементарной ячейки сетки модели подстилающая поверхность редко бывает однородной.
- Наличие растительного и снежного покрова, специфика турбулентного перемешивания внутри растительности, особенно, в лесу, радиационные процессы, сальтация и диффузия частиц почвы и снега в атмосферу, перенос брызг с поверхности океана в штормовых условиях - все это существенно воздействует на процессы турбулентного взаимодействия атмосферы с подстилающей поверхностью.

Турбулентные потоки импульса $\tau_\lambda, \tau_\varphi$, явного тепла H_s и влаги E_s на поверхности земли определяются с помощью аэродинамического метода:

$$\begin{aligned}\tau_{(\lambda, \varphi)} &= \overline{\rho(u', v')w'} = -\rho_h C_d U_h (u_h, v_h), \\ H_s &= c_p \overline{\rho w' \theta'} = -c_p \rho_h C_H U_h (\theta_h - \theta_s), \\ E_s &= \overline{\rho w' q'} = -\rho_h C_E U_h [q_h - r_s q_{\max}(\pi, T_s)]\end{aligned}$$

где $U = \sqrt{u^2 + v^2}$ - модуль скорости ветра; $\theta = (1 + 0.61q)T(p_0/p)^{R/c_p}$ - потенциальная температуры ($p_0=1000$ гПа); r - относительная влажность; q_{\max} - насыщающее значение удельной влажности.

Коэффициенты сопротивления C_d и тепловлагообмена C_H, C_E связаны с интегральными коэффициентами переноса импульса C_m , тепла C_θ и влаги C_q соотношениями $C_d = C_m^2, C_H = C_m C_\theta, C_E = C_m C_q$. В свою очередь, интегральные коэффициенты переноса $C_i (i = m, \theta, q)$ в соответствии с теорией подобия Монина-Обухова представляются в виде

$$C_i = \frac{K}{\ln(h/z_{0i}) - \Psi_i(\zeta)},$$

где $\zeta = z/L_{mo}$ - безразмерная высота, Ψ_i - соответствующие универсальные функции, z_{0i} - параметр шероховатости, K - постоянная Кармана.

По определению, масштаб Мони́на-Обухова имеет вид

$$L_{mo} = \frac{\rho_0}{g} \frac{u_*^3}{\overline{\rho'w'}}$$

где $u_* = \sqrt[4]{\overline{u'w'^2} + \overline{v'w'^2}}$ - скорость трения, $\overline{\rho'w'}/\rho_0$ - поток плавучести, ρ_0 - некоторое стандартное значение плотности. В модели общей циркуляции ИВМ РАН (Марчук и др., 1984, Алексеев и др., 1998) использованы универсальные функции, представляющие собой комбинацию (Казаков и Лыкосов, 1982) получивших широкое распространение эмпирических интерполяционных функций Бусинджера-Дайера (Businger et al., 1971) с законом "степени -1/3". Эти функции асимптотически описывают режим свободной конвекции и позволяют избежать нереально заниженных значений турбулентных потоков при малых скоростях ветра.

Взаимодействие атмосферы с подстилающей поверхностью в высоких широтах в зимний период времени происходит на фоне как правило устойчивой стратификации пограничного слоя. В условиях дефицита коротковолновой радиации поверхность снега выхолаживается (особенно интенсивно - при безоблачном небе), что приводит к дальнейшему усилению устойчивости приземного слоя и, как следствие, к ослаблению компенсирующего этот процесс турбулентного переноса явного и скрытого тепла.

В рамках традиционного подхода интегральные универсальные функции Ψ_i при устойчивой стратификации, то есть при $\zeta \geq 0$, задаются следующим образом:

$$-\Psi_i = \beta(\zeta - \zeta_{0i}),$$

где $\zeta_{0i} = z_{0i} / L_{mo}$, а $\beta \approx 5$ - эмпирический безразмерный коэффициент. Особый интерес представляет так называемое потоковое число Ричардсона Rf

$$Rf = \frac{\zeta}{1 - \zeta d\Psi_m / d\zeta}.$$

Легко убедиться, что $\lim_{\zeta \rightarrow \infty} Rf = Rf_\infty$, причем "критическое значение" $Rf_\infty = \beta^{-1}$.

Согласно теоретическим представлениям (Монин и Обухов, 1954), стационарная развитая турбулентность над статистически однородной подстилающей поверхностью не может существовать $Rf > 1$. В реальных условиях подстилающая поверхность редко бывает однородной, а происходящие над ней процессы - стационарными. Поэтому часто вместо теоретических универсальных функций используются «подгоночные» зависимости от характеристик состояния атмосферы (скорости ветра, в первую очередь) или от

динамического числа Ричардсона $Ri = \frac{g}{\theta_0} \frac{\partial \theta / \partial z}{(\partial u / \partial z)^2 + (\partial v / \partial z)^2}$.

Конвекция и конденсация

- Решение проблемы параметризации процессов выделения тепла при конденсации в случае кучковой конвекции и нагревания атмосферы за счет этого тепла (особенно, в низких широтах) является одной из ключевых задач в моделировании климата.
- Можно выделить три основных подхода к решению этой проблемы.
- Первый из них (Manabe & Bryan, 1969) базируется на идее согласования полей метеорологических элементов, исходя из некоторых энергетических принципов.
- Вторым методом основан на принципе условной неустойчивости второго рода (Кюо, 1974).
- Третий подход (по-видимому, наиболее перспективный) связан с описанием ансамбля кучевых облаков (Arakawa & Schubert, 1974).

Мелкая конвекция

Пусть кучевая облачность формируется в области между двумя уровнями с индексами $k + 1$ (нижний уровень) и k (верхний уровень). Следуя работе (Arakawa, 1972), предположим, что в облаке сохраняется статическая энергия

$$h = c_p T + \Phi + Lq.$$

Поскольку облачный воздух насыщен паром, то $h = h^* \equiv c_p T + \Phi + Lq_{max}$.

Предполагая, что воздух в облако поступает только через его основание, запишем необходимое условие его существования: $h_{k+1} \geq h_k^*$, или

$$c_p T_{k+1} + \Phi_{k+1} + Lq_{k+1} \geq c_p T_k + \Phi_k + Lq_{max}(T_k, p_k).$$

Учитывая, что $\Phi_k = gz_k$, это соотношение можно привести к следующему виду

$$(\gamma_{ma} - \text{влажноадиабатический градиент}): -\frac{\partial T}{\partial z} \geq \gamma_{ma} + \frac{L(1-r)q_{max,k+1}}{c_p(z_k - z_{k+1})}.$$

Если ввести понятие критической относительной влажности r_{cr} из условия, что градиент температуры не может быть больше сухоадиабатического ($\gamma_a = g/c_p$), то будем иметь

$$\gamma_a = \gamma_{ma} + \frac{L(1-r_{cr})q_{max,k+1}}{c_p(z_k - z_{k+1})}$$

и, следовательно,

$$r_{cr} = 1 - \frac{c_p}{Lq_{max,k+1}}(\gamma_a - \gamma_{ma})(z_k - z_{k+1}).$$

В результате, условие возникновения влажной конвекции можно записать следующим образом:

$$-\frac{\partial T}{\partial z} \geq \frac{1-r}{1-r_{cr}}\gamma_a + \frac{r-r_{cr}}{1-r_{cr}}\gamma_{ma} \equiv \gamma_{cr}.$$

Для описания состояния атмосферы после окончания конвекции можно воспользоваться следующими уравнениями, представляющими собой

1. баланс полного влагосодержания:

$$(\tilde{q}_{k+1} - q_{k+1})\Delta\sigma_{k+1} + (\tilde{q}_k - q_k)\Delta\sigma_k + P_{conv} = 0,$$

где волной сверху отмечены величины, полученные в результате конвективного согласования, P_{conv} - суммарное количество выпавших осадков;

2. закон сохранения полной энергии:

$$(\tilde{T}_{k+1} - T_{k+1})\Delta\sigma_{k+1} + (\tilde{T}_k - T_k)\Delta\sigma_k - \frac{L}{c_p}P_c = 0,$$

3. «перемешивание» температуры и относительной влажности: $-\frac{\partial T}{\partial z} = \gamma_{cr}$,

$$r = r_{cr}.$$

Из выписанной системы уравнений получаем

$$P_c = \sum_{i=k}^{k+1} (q_i - \tilde{q}_i) \Delta \sigma_i = \sum_{i=k}^{k+1} [q_i - r_{cr} q_{max}(\tilde{T}_i)] \Delta \sigma_i ,$$

а с помощью разложения в ряд Тейлора находим

$$P_c = \frac{1}{1 + \frac{L r_{cr}}{c_p} \frac{\partial q_{max}}{\partial T_{k+1/2}}} \sum_{i=k}^{k+1} (r_i - r_{cr}) q_{max}(T_i) \Delta \sigma_i .$$

Поскольку $r_{k+1} > r_{cr}$ и $r_k > r_{cr}$, то величина P_c всегда положительна. Более того, алгоритм параметризации сухой конвекции представляет собой частный случай вышеприведенного с $\gamma_{cr} = \gamma_a$ и $P_c = 0$.

Крупномасштабная конденсация

Если в каком-либо узле сетки модели влажность воздуха q превышает значение насыщенной, то вычисляется количество выпавших осадков P_{ls} (измеряемое в метрах) и изменения температуры ΔT и влажности Δq :

$$\Delta q = -\frac{q - q_{max}(T, p)}{1 + \frac{L}{c_p} \frac{\partial q_{max}}{\partial T}}, \quad \Delta T = -\frac{L}{c_p} \Delta q, \quad P_{ls} = -\frac{100}{g} \sum_k \Delta q_k \Delta \sigma_k p_k.$$

Рассчитывается также испарение осадков: $E = \gamma \frac{q_{max}(T, p) - q}{1 + \frac{L}{c_p} \frac{\partial q_{max}}{\partial T}}$. При этом

количество выпавшей влаги уменьшается: $P_{ls}^{new} = P_{ls} - E$ и изменяются температура и влажность воздуха:

$$T^{new} = T - \frac{L}{c_p} E, \quad q^{new} = q + E.$$

Радиация

- Радиационные источники тепла формируются в результате взаимодействия теплового и солнечного излучения с атмосферными газами, аэрозолем, облаками и с подстилающей поверхностью.
- Из поглощающих газовых компонент атмосферы в модели включают водяной пар H_2O , углекислый газ CO_2 , озон O_3 , кислород O_2 , метан CH_4 , закись азота N_2O .
- Как правило, в настоящее время только водяной пар является элементом динамического моделирования; остальные же газовые компоненты и аэрозоль присутствуют, главным образом, в качестве фоновых распределений.
- В то же время, тенденция развития климатических моделей такова, что и для расчета остальных радиационно активных компонент все чаще начинают привлекаться прогностические уравнения (Галин и др., 2003).
- При расчете радиационных потоков требуется информация об облачности, формирование которой обусловлено конвективными и крупномасштабными процессами, причем следует иметь в виду как жидкокапельные, так и кристаллические или смешанные типы облаков.
- Радиационные процессы в современных моделях описываются на основе многоспектральных представлений. Так например, в радиационном блоке (Галин, 1998) климатической модели ИВМ РАН (Алексеев и др., 1998) в коротковолновой части спектра рассматриваются 18 спектральных интервалов, а в длинноволновой части - 10 спектральных интервалов.

Тепловое излучение

Для расчета нисходящих и восходящих потоков теплового излучения в модельной атмосфере используются следующие формулы:

$$F_{\Delta\nu}^{\downarrow}(p) = -\int_0^p B_{\Delta\nu}[T(p')] \frac{\partial \tau_{\Delta\nu}(p, p')}{\partial p'} dp',$$

$$F_{\Delta\nu}^{\uparrow}(p) = B_{gr} \tau_{\Delta\nu}(p, p_s) + \int_p^{p_s} B_{\Delta\nu}[T(p')] \frac{\partial \tau_{\Delta\nu}(p, p')}{\partial p'} dp',$$

$$B_{gr} = \delta_{\Delta\nu} B_{\Delta\nu}(T_s) + (1 - \delta_{\Delta\nu}) F_{\Delta\nu}^{\downarrow}(p_s),$$

где p и p_s - давление в атмосфере и на подстилающей поверхности, T_s и $\delta_{\Delta\nu}$ - температура и излучательная способность этой поверхности, $B_{\Delta\nu}(T)$ - функция Планка, проинтегрированная по спектральному участку $\Delta\nu$, $\tau_{\Delta\nu}(p, p')$ - функция пропускания диффузного излучения между уровнями p и p' .

Рассчитав потоки нисходящего и восходящего излучений в каждом из спектральных участков тепловой области и просуммировав их по всем участкам, получим потоки F_n^\downarrow и F_n^\uparrow для всего теплового диапазона, что позволит рассчитать полные (эффективных) потоки $\Delta F = F^\uparrow - F^\downarrow$, а затем и притоки длинноволновой радиации к слоям

$$\varepsilon_{lw} = 0.97617 \cdot 10^{-4} \frac{\Delta F}{\Delta p},$$

где размерности переменных таковы: $[F] = \text{Вт/м}^2$, $[p] = \text{гПа}$, $[\varepsilon_{lw}] = \text{К/сек}$.

Вместе с функцией ε_{lw} вычисляется также величина нисходящего потока излучения на подстилающей поверхности $F_g = F^\downarrow(p_s)$.

Солнечное нагревание

- Для расчета потоков радиации в солнечном спектре целесообразно использовать приближенные схемы учета эффектов рассеяния и поглощения в атмосфере на основе метода δ -Эдингтона (Joseph et al., 1976).
- Поглощающие компоненты в атмосфере представлены H_2O , CO_2 , O_3 , O_2 , аэрозолем и облаками.
- В модель должны быть включены рэлеевское и аэрозольное рассеяние, рассеяние в облаках и отражение от подстилающей поверхности.
- Солнечный спектр разбивается на несколько (как правило, 4) интервалов.
- Предполагается, что в каждом из интервалов известны вертикальные распределения оптических толщин атмосферных слоев (τ) для рэлеевского рассеяния и аэрозольного ослабления.
- Для учета селективного поглощения газовых компонент атмосферы H_2O , CO_2 , O_3 и O_2 вводится дополнительное разбиение каждого из интервалов на частичные подинтервалы в зависимости от поглощающих свойств рассматриваемых газов.

Если оптические характеристики атмосферных слоев определены, то для расчета потоков и притоков радиации в солнечной части спектра используется система двух линейных дифференциальных уравнений для потоков нисходящей D и восходящей U радиации в отдельном спектральном интервале:

$$\begin{aligned}\frac{dD}{d\tau} &= \gamma_2 U - \gamma_1 D + f_1, \\ \frac{dU}{d\tau} &= \gamma_1 U - \gamma_2 D + f_2,\end{aligned}$$

где $f_1 = \pi S_0 \omega \gamma_4 e^{-\tau/\mu_0}$, $f_2 = -\pi S_0 \omega \gamma_3 e^{-\tau/\mu_0}$.

Граничные условия для этой системы уравнений записываются при $\tau = 0$ ($p = 0$) и $\tau = \tau_0$ ($p = p_s$) и имеют, соответственно, вид:

$$D(0) = 0, \quad U(\tau_0) = A_{dif} D(\tau_0) + A_{dir} \pi S_0 \mu_0 e^{-\tau_0/\mu_0},$$

где A_{dif} и A_{dir} - альbedo подстилающей поверхности для диффузного и прямого излучений, S_0 - доля солнечной энергии в рассматриваемом интервале, μ_0 - косинус зенитного угла Солнца, τ_0 - полная оптическая толщина атмосферы, а ? – оптическая толщина атмосферы, рассчитываемая от верхней границы атмосферы до данного уровня.

В результате решения системы находятся направленные потоки U и D , а затем можно вычислить полные потоки

$$S = U - D,$$

а также притоки тепла к отдельным слоям:

$$\varepsilon_{sw} = 0.97617 \cdot 10^{-4} \frac{\Delta S}{\Delta p},$$

где размерности переменных такие же, что и в тепловом диапазоне. Вместе с функцией ε_{sw} рассчитывается также величина полного потока солнечного излучения на подстилающей поверхности

$$S_g = D(\tau_0) - U(\tau_0).$$

Тепловлагоперенос в почве

Уравнения тепловлагопереноса в почве с учетом корневой системы растительности могут быть записаны следующим образом:

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \lambda_T \frac{\partial T}{\partial z} + \rho(L_i F_i - L_v F_v),$$

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \lambda_w \left(\frac{\partial W}{\partial z} + \delta \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \frac{\partial \gamma}{\partial z} - F_i - F_v - \dot{R}_f - \dot{R}_r,$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \lambda_v \frac{\partial V}{\partial z} + F_v,$$

$$\frac{\partial I}{\partial t} = F_i.$$

Здесь γ - скорость инфильтрации воды под действием силы тяжести; F_i - скорость изменения количества жидкой влаги и льда за счет процессов замерзания/таяния; F_v - скорость изменения содержания водяного пара и воды за счет процессов испарения/конденсации; \dot{R}_f - скорость изменения влагосодержания за счет горизонтального стока воды; \dot{R}_r - скорость всасывания воды корневой системой растительности.

Если поверхность почвы покрыта снегом толщиной h , то для описания процессов тепло- и влагопереноса в слое $(-h,0)$ привлекаются следующие уравнения

$$\rho_{sn} C_{sn} \frac{\partial T_{sn}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \lambda_{T_{sn}} \frac{\partial T_{sn}}{\partial z} + \rho_{sn} L_i F_{sn} ,$$

$$\frac{\partial W_{sn}}{\partial t} = \frac{\partial \gamma_{sn}}{\partial z} - F_{sn} ,$$

в которых T_{sn} - температура снега, W_{sn} - его суммарное (вода и лед) влагосодержание, а ρ_{sn} , C_{sn} , λ_{sn} и γ_{sn} представляют собой плотность, теплоемкость, коэффициент теплопроводности и гидравлическую проводимость, соответственно. Слагаемое F_{sn} аналогично по своему физическому смыслу слагаемому F_i в уравнениях для почвы.

Высота снежного покрова связана с его водноэквивалентной толщиной, которая, в свою очередь, определяется осадками, испарением и таянием снега. При этом учитывается, что в течение всего периода существования снежного покрова плотность снега может значительно изменяться со временем вследствие процессов метаморфизма и гравитационного оседания. Кроме того, при расчете потока влаги за счет испарения приняты во внимание эффекты растительности.

Растительность и испарение с поверхности суши

Предполагается, что какая-либо приписанная к суше ячейка конечно-разностной сетки в модели общей циркуляции атмосферы может включать участки оголенной почвы, покрытые снегом, занятые внутренними водами, содержащие сухую и увлажненную растительность различных типов. Расчет потока влаги E за счет испарения рассчитывается по формуле

$$E = \rho_a \sum_i \mu_i (q_i - q_a) / R_i .$$

Здесь μ_i - доля площади ячейки, занятая i -ым видом поверхности, q_i - эффективная влажность на поверхности, R_i - сопротивление. Для заснеженной и водной поверхности, а также увлажненного растительного покрова, величина q_i равна насыщающему значению удельной влажности, рассчитанному при температуре поверхности $q_{max}(T_s)$. В случае же открытой почвы q_i вычисляется как

$$\frac{q_i}{q_{max}} = \max \left[\frac{1}{2} \left(1 - \cos \frac{\pi W_s}{W_{s,max}} \right), \min \left(1, \frac{q_a}{q_{max}} \right) \right].$$

В обоих этих случаях величина $R_i = 1/(C_H U)$, где U – модуль скорости ветра на ближайшем к поверхности расчетном уровне в модели атмосферы, а C_H - коэффициент тепловлагообмена.

Для сухой растительности также предполагается, что $q_i = q_{max}$, но сопротивление R_i определяется согласно (Sellers et al., 1986) в виде

$$R_i = \frac{1}{C_H U} + \frac{R(S_{ph})}{F_T F_q F_W},$$

где

$$\frac{1}{R(S_{ph})} = \frac{1}{kc} \left[\frac{b_i}{d_i S_{ph}} \ln \left(\frac{d_i e^{kL_i + 1}}{d_i + 1} \right) - \ln \left(\frac{d_i + e^{-kL_i}}{d_i + 1} \right) \right]$$

и

$$d_i = \frac{a_i + b_i c_i}{c_i S_{ph}}, \quad k = 0.9.$$

Здесь S_{ph} - часть достигающей поверхности коротковолновой радиации (в модели 55 процентов от S), используемая в процессе фотосинтеза; a_i, b_i, c_i - параметры, зависящие от типа растительности, L_i - листовой индекс.

Численная реализация

Характерные времена термической релаксации атмосферы и океана отличаются на два порядка. Время релаксации совместной модели должно быть не меньше максимального из этих двух времен и требуются значительные вычислительные ресурсы.

В первых климатических моделях использовался метод искусственной синхронизации времен термической релаксации атмосферы и океана (Manabe & Bryan, 1969, Марчук и др., 1984), исходя из предположения, что один модельный атмосферный год соответствует примерно ста модельным океаническим годам.

Характерное время обмена информацией между атмосферой и океаном выбирается равным характерному времени (примерно 14 суток) перемешивания в верхнем квазиоднородном слое океана. Для того, чтобы синхронизировать характерные времена обмена информацией в атмосфере и океане, используется эквивалент экспоненциального фильтра:

$$\tilde{\psi}^j = \left(1 - \frac{\Delta t}{\lambda}\right) \tilde{\psi}^{j-1} + \frac{\Delta t}{\lambda} \psi^j,$$

где j – номер величины во временном ряду, λ – постоянная времени (7 сут.),
 Δt – шаг по времени, волной сверху отмечена сглаженная величина.

При использовании метода синхронизации несогласованность приводных потоков тепла, влаги и импульса (H_s, E_s и τ_s , соответственно), вычисляемых в атмосферном блоке климатической модели, и потоков, которые требует модель океана для адекватного воспроизведения океанической циркуляции (в том числе, температуры поверхности океана), порождает так называемый «дрейф климата» - систематическое отклонение модельных характеристик климата от реально наблюдаемых.

Чтобы преодолеть эту трудность, в работе (Sausen et al., 1988) был предложен метод «коррекции потоков»:

$$(\tilde{H}_s, \tilde{E}_s, \tilde{\tau}_s) = (H_s, E_s, \tau_s) + (\delta H_s, \delta E_s, \delta \tau_s),$$

где корректирующие величины $(\delta H_s, \delta E_s, \delta \tau_s)$ выбираются пропорциональными разности между модельными и наблюдаемыми значениями температуры и солёности поверхности океана.

В моделях, не использующие процедуру коррекции потоков, ошибки воспроизведения климата, как правило, превышают те, что генерируют модели без использования таковой процедуры.

Моделирование климата и суперкомпьютеры

- Быстродействие программной реализации модели ИВМ РАН, выполненной на языке программирования FORTRAN-90, составляет приблизительно 18 час процессорного времени на один год модельного времени при расчетах на рабочей станции COMPAQ с тактовой частотой 650 МГц.
- При этом на модель океана затрачивается не более 10 % общего времени расчета.
- Развитие климатических исследований тесно связано с развитием вычислительной техники (созданием суперкомпьютеров) и с проблемой отображения вычислительных алгоритмов на архитектуру ЭВМ.
- В свою очередь, развитие вычислительной техники и вычислительных алгоритмов в настоящее время базируется на параллельных вычислениях.
- Современные оценки вычислительных алгоритмов могут существенно отличаться от устоявшихся оценок, связанных с оценками последовательных вычислений.
- Исследователь, работающий на массивных параллельно - вычислительных системах, вынужден выбирать алгоритм, возможно не самый эффективный для последовательных вычислений, но легко распараллеливаемый.
- Принимая во внимание важность климатических задач и учитывая, что в процессе их решения количество арифметических операций огромно, кажется целесообразным конструировать вычислительные системы, непосредственно ориентированные на решение такого рода задач.