Модель прогноза погоды с переменным разрешением

М.А. Толстых
Институт вычислительной математики РАН

30 декабря 2003 г.

Рассмотрены вопросы реализации глобальной полулагранжевой модели численного прогноза погоды с переменным разрешением. Особое внимание уделяется параметризации стока энергии для сетки с переменным разрешением по широте. Результаты прогнозов по территории России показывают преимущество модели с переменным разрешением в течение 3,5 суток.

Повышение качества прогноза погоды - важная задача, имеющая большое практическое значение.

Модель прогноза должна адекватно описывать атмосферные процессы синоптического масштаба с периодами от нескольких часов до нескольких дней, особенно процессы цикло- и фронтогенеза. Модель краткосрочного прогноза погоды должна также описывать часть процессов мезометеорологического масштаба с характерными периодами от десятков минут до нескольких часов.

Точность прогноза фактически является точностью предсказания траектории модельной атмосферы в фазовом пространстве, имеющем размерность 10^7 и выше. В этом состоит отличие гидродинамического прогноза погоды от моделирования климата, где главным является описание статистики атмосферных процессов.

Одним из основных общепринятых путей решения задачи повышения качества прогноза являются повышение пространственного разрешения численных моделей. Это позволяет явно описывать процессы все более мелкого масштаба, особенно взаимодействие с неоднородной подстилающей поверхностью и передачу энергии по спектру. Численный прогноз погоды с пространственным разрешением, необходимым для адекватного описания процессов синоптического и мезо- масштаба, является задачей, требующей больших вычислительных ресурсов. Кроме того, оперативный прогноз налагает ограничение на допустимое время счета модели. Поэтому для краткосрочного прогноза в ограниченной области используются модели более высокого разрешения, чем для среднесрочного прогноза.

На практике существуют два подхода к формулировке моделей регионального прогноза, прогноз по которым осуществляется на срок до трех суток:

- Модель с постоянно высоким разрешением, сформулированная в ограниченной области. В этом случае, как правило, боковые граничные условия берутся из другой модели, их необходимо интерполировать не только по пространству, но и по времени. При этом возникает плохо обусловленная задача. Методы разработки граничных условий для таких моделей исследуются в [1]. В качестве примера такой модели можно привести модель HIRLAM, используемую для оперативного прогноза погоды скандинавскими странами, Ирландией и Данией, а также разработанную совместно французской метеослужбой и метеослужбами стран Восточной Европы региональную версию модели ARPEGE-ALADIN. Отметим, что для такого подхода нужно иметь две модели - глобальную, с более грубым разрешением, и региональную, а также блок интерполяции боковых граничных условий.

- Глобальная модель с локально высоким разрешением. Такой подход самодостаточен, так как не требует постановки граничных условий на боковых границах, а также при этом упрощается задача построения системы усвоения данных наблюдений. Канадская модель среднесрочного прогноза GEM и французская модель ARPEGE/IFS основаны именно на таком подходе.

В условиях ограниченных ресурсов преимущество имеет второй подход, который принят за основу в данной работе.

Локально высокое разрешение может быть достигнуто путем использования либо горизонтальной сетки модели с переменным разрешением по долготе и широте, либо сетки с переменным разрешением по широте одновременно с поворотом полюсов сферической координатной системы. При этом за счет сходимости меридианов к полюсу разрешение по долготе повышается по мере приближения к полюсу. Первый путь применяется в модели GEM, разработанной в Канаде [2], второй применяется во французской модели ARPEGE [3].

В данной работе исследуется эффект применения переменного разрешения по широте без поворота полюсов сферической системы координат для краткосрочных прогнозов по территории России. Действительно, большая часть России расположена к северу от 50 градуса с.ш. Модель на широтно-долготной сетке с переменным разрешением по широте может обеспечить локальный рост разрешения в этой области примерно в 2 раза без существенной деформации сетки в этой области.

Отметим, что в данном подходе область высокого разрешения не может быть существенно увеличена, так как разрешение по долготе понижается по мере удаления от полюса. Ряд тестов показал, что область высокого разрешения по широте может простираться от полюса до широты, на которой соотношение шагов сетки по широте и долготе снизится до величины порядка 0,78.

1. Глобальная модель с переменным разрешением по широте

В качестве исходной модели использовалась полулагранжева модель численного прогноза погоды, подробно изложенная в [4]. Отличительными особенностями данной модели являются применение компактных разностей четвертого порядка для аппроксимации неадвективных слагаемых и использование вертикальной компоненты абсолютного вихря и горизонтальной дивергенции в качестве прогностических переменных. Численные алгоритмы, примененные в модели, подробно описаны в [5]. В этой модели используется набор параметризаций процессов подсеточного масштаба из французской оперативной модели ARPEGE/IFS [6], который адаптирован к применению переменного разрешения.

Задачу реализации сетки с переменным шагом по широте в полулагранжевой модели атмосферы можно условно разделить на две части: реализация такой сетки в блоке полулагранжевой адвекции и в остальных блоках модели.

В блок полулагранжевой адвекции требуется внести непринципиальные изменения, связанные с алгоритмом поиска исходных точек траекторий и интерполяцией на неравномерной сетке. Остальные блоки модели, в которых вычисляются частные производные по широте (например, вычисление операторов градиента, вихря и дивергенции, алгоритм восстановления поля скоростей из вихря и дивергенции) требуют более серьезных модификаций. Основной задачей здесь является сохранение высокого порядка аппроксимации по широте в сочетании с минимизацией дополнительных вычислительных затрат.

В [4] было показано, что высокий порядок аппроксимации необходим в алгоритме восстановления поля горизонтальной скорости из вертикальной компоненты абсолютного вихря и горизонтальной дивергенции, которые являются прогностическими переменными модели.

Наиболее эффективным решением оказалось введение вспомогательной координаты - псевдошироты с равномерной сеткой. Тогда частная производная от некоторой функции по широте может быть записана как частная производная этой функции на равномерной сетке, умноженная на производную вспомогательной координаты по исходной. Производная вспомогательной координаты по исходной должна дискретизироваться согласованно с дискретизацией производной на равномерной сетке:

$$\frac{\partial f}{\partial \varphi} = \frac{\partial \varphi'}{\partial \varphi}\frac{\partial f}{\partial \varphi'}, \tag{1}$$

где φ' - псевдоширота (с постоянным разрешением), а $\frac{\partial f}{\partial \varphi'}$ дискретизируется так же, как в случае постоянного разрешения. $\frac{\partial \varphi'}{\partial \varphi} = m$ называют локальным множителем проекции.

Все производные в этом выражении дискретизируются с помощью схем четвертого порядка, следовательно, при этом сохраняется высокий порядок аппроксимации. Производные по долготе дискретизируются так же, как и в случае постоянного разрешения по широте.

В практической реализации был учтен опыт других моделей с переменным разрешением, свидетельствующий, что отношение длин соседних сеточных интервалов не должно превышать 1,1.

Результаты проверки алгоритма восстановления поля горизонтальной скорости из вертикальной компоненты абсолютного вихря и горизонтальной дивергенции приведены в [7]. Был сделан вывод, что в случае переменного разрешения по широте ошибки выше, а глобальная сходимость решений несколько хуже - для v-компоненты ветра получена сходимость третьего порядка, а для u-компоненты достигнута сходимость лишь второго порядка. Напомним, что в терминах коэффициентов Фурье по долготе v-компонента сохраняет гладкость на полюсе, в то время как u-компонента имеет разрыв на полюсе. Анализ географического распределения ошибок показывает, что в основном они сконцентрированы у полюса низкого разрешения. Так как версия модели с переменным разрешением предназначена в основном для прогноза на срок 3-4 суток, эти ошибки не оказывают влияния на решение в области высокого разрешения.

2. Реализация горизонтальной диффузии с переменным коэффициентом по широте

В реальных атмосферных течениях из-за нелинейных взаимодействий имеется каскад энергии, направленный в сторону коротких масштабов. Но в моделях атмосферы мы пока в состоянии разрешить лишь масштабы много больше инерционного. Таким образом, необходима параметризация взаимодействия горизонтальных масштабов, не описываемых дискретной моделью, селективно подавляющая коротковолновую часть спектра. В уравнениях динамики атмосферы эта параметризация обычно входит в правые части уравнений движения и притока тепла. В ранних моделях преимущественно использовалась параметризация на основе оператора Лапласа. Однако практика показала, что такая параметризация недостаточно селективна и подавляет также и физически значимую среднечастотную часть спектра. В настоящее время большинство моделей атмосферы использует параметризацию стока энергии на основе бигармонического оператора.

Правильное описание каскада энергии по спектру является особенно важной задачей для модели с переменным разрешением. Действительно, при неправильной формулировке горизонтальной диффузии возможна ситуация, когда мелкомасштабное возмущение, прибывающее из зоны высокого разрешения в область низкого разрешения, где оно не может быть воспроизведено, будет генерировать вычислительный “шум” в модели.

Рассмотрим сначала алгоритм решения уравнения горизонтальной диффузии четвертого порядка в случае постоянного разрешения по широте.

Уравнение диффузии четвертого порядка для некоторой функции u записывается как

$$\frac{\partial u}{\partial t} + K\nabla^4 u = 0$$

и дискретизируется по времени с помощью неявной схемы

$$u^{n+1} - u^n = -K\triangle t\nabla^4 u^{n+1}, \tag{2}$$

где $\triangle t$ - величина шага по времени.

Применение условно устойчивой явной схемы по времени привело бы к серьезным ограничениям на значение коэффициента диффузии K, особенно из-за сходимости меридианов в модели на регулярной широтно-долготной сетке при использовании большого шага по времени, типичного для полулагранжева метода.

Численное решение уравнения (2) на сфере требует локально консервативной аппроксимации бигармонического оператора ∇^4 и соответствующих граничных условий. Чтобы избежать этих трудностей, а также проблем при дискретизации смешанных производных, в [8] было предложено свести уравнение (2) к системе двух уравнений с оператором Лапласа:

$$\nabla^2 z + ru^{n+1} = u^n, \tag{3}$$

$$\nabla^2 u^{n+1} - z = 0, \tag{4}$$

$r = K\triangle t$, ∇^2 - оператор Лапласа на сфере.

Система уравнений (3 - 4) решается в пространстве коэффициентов Фурье по долготе. Для дискретизации оператора Лапласа на сфере мы применяем конечно-объемную аппроксимацию второго порядка. Способ получения такой дискретизации описан, например, в [9]. Значение переменной в дискретной постановке трактуется не как точечное значение, а как среднее по конечному объему. Вводя конечный “объем” (элемент площади), определяемый близлежащими полуцелыми узлами сетки, интегрируя исходный оператор Лапласа на сфере по этому элементу и заменяя интеграл по объему на интеграл по границе объема, мы получаем аппроксимацию второго порядка, формально при постоянном разрешении по широте лишь незначительно отличающуюся от конечно-разностной дискретизации, примененной в [8]. Аппроксимация уравнения (4) для коэффициента Фурье по долготе k без индекса по времени $n+1$ записывается в следующем виде :

$$-\left(\frac{\sin^2\left(\frac{k\triangle\lambda}{2}\right)}{2\left(\cos\varphi_{j+1/2}+\cos\varphi_{j-1/2}\right)\left(\frac{\triangle\lambda}{2}\right)^2}+\frac{\cos\varphi_{j+1/2}}{\triangle\varphi_{j+1/2}}+\frac{\cos\varphi_{j-1/2}}{\triangle\varphi_{j-1/2}}\right)\hat{u}_j^k+$$
$$+\frac{\cos\varphi_{j+1/2}}{\triangle\varphi_{j+1/2}}\hat{u}_{j+1}^k+\frac{\cos\varphi_{j-1/2}}{\triangle\varphi_{j-1/2}}\hat{u}_{j-1}^k-a^2\triangle\varphi_j(\sin\varphi_{j+1/2}-\sin\varphi_{j-1/2})\hat{z}_j^k,$$

где

$$\triangle\varphi_{j+1/2}=\varphi_{j+1}-\varphi_j,\qquad \triangle\varphi_j=\varphi_{j+1/2}-\varphi_{j-1/2},$$
$$\sin\varphi_{j+1/2}-\sin\varphi_{j-1/2}=\int_{j-1/2}^{j+1/2}\cos\varphi d\varphi.$$

Уравнение (3) дискретизируется аналогичным образом.

Преимуществом конечно-объемной аппроксимации является ее локальная консервативность, которая особенно важна в случае применения переменного разрешения сетки по широте.

Полученная система дискретных уравнений (3-4) переписывается в матричном блок-трехдиагональном виде с матрицами 2×2 и решается векторной прогонкой. Поскольку в представленной модели уравнение диффузии четвертого порядка решается только для скалярных переменных, ненулевые граничные условия на полюсе задаются только для нулевого коэффициента Фурье по долготе (являющегося зональным средним поля на данной широте). Для нулевого коэффициента Фурье используется аппроксимация Лапласиана, имеющая второй порядок точности. Ее можно получить, например, интегрируя по полярной шапке радиуса $\triangle\varphi$. На полюсе оператор Лапласа для нулевого коэффициента Фурье записывается как

$$\left(\frac{2}{a\triangle\varphi}\right)^2(u_{N/S\pm1}-u_{N/S}),$$

где индекс N/S соответствует значению на Северном либо Южном полюсе соответственно, знак + в индексе используется вблизи Южного полюса, а знак минус - вблизи Северного.

Исходя из опыта аналогичных моделей [10], в модели с переменным разрешением необходима модификация параметризации горизонтальной диффузии (введение зависимости коэффициента горизонтальной диффузии от "вычислительной"широты). Действительно, хотя применяемая формулировка горизонтальной диффузии уже содержит зависимость локального числа диффузии от локального разрешения, она не является оптимальной. Будем называть оптимальной зависимость, обеспечивающую характер наклона кривой спектра энергии в коротковолновом участке разрешимых волн, близкий к теоретическому.

Прямое вычисление спектра в глобальной модели с переменным разрешением невозможно. При разработке французской модели с переменным разрешением ARPEGE/IFS для контроля спектра использовалась переинтерполяция прогностических полей на сетку региональной модели ALADIN с разрешением 9-12 км (в два раза выше, чем у модели ARPEGE). Так как модель ALADIN использует двойное преобразование Фурье для решения эллиптических уравнений (с эллиптическим урезанием двойного ряда Фурье), дальнейший анализ спектра не вызывает затруднений. Для настройки спектра глобальной модели необходимо проанализировать спектры в областях высокого и низкого разрешения, а также в переходной зоне. Полученные спектры можно затем сравнивать со спектрами полей прогностических переменных, получаемых при прогнозе по региональной модели постоянного разрешения ALADIN, чьи спектры были тщательно настроены. Очевидно, что спектры модели с переменным разрешением должны быть близки к спектрам ALADIN в интервале волновых чисел, разрешаемых моделью с переменным разрешением в данном регионе. Из многочисленных экспериментов, выполненных в Метео-Франс, Ж.-Ф. Желейном был сделан вывод о том, что время затухания самой короткой моды, описываемой сеткой в данной части вычислительной области, должно быть пропорционально длине этой моды.

В исходной постановке задачи ослабление Фурье гармоники k в дискретном случае описывается уравнением

$$f_k^{n+1} = \frac{f_k^n}{1 + \frac{16K\triangle t}{(\triangle x)^4}\sin^4(k\triangle x/2)}, \tag{5}$$

где знаменатель правой части определяет коэффициент затухания данной гармоники.

Отсюда следует (при $\triangle t = const$), что для обеспечения предложенной зависимости времени затухания от разрешения эффективное значение K должен расти по мере уменьшения $\triangle x$ как $(\triangle x)^{-1/4}$. При использовании формулировки диффузии, как она реализована в модели с постоянным разрешением, эта зависимость имеет вид $K \sim (\triangle x)^{-1}$. Непосредственное применение переменного коэффициента диффузии в (2) приведет к нарушению локальной консервативности алгоритма, формулировка же коэффициента диффузии в полуцелых узлах изменит вид оператора диффузии с

$$K\frac{\partial^4}{\partial x^4} \qquad \text{на} \qquad \frac{\partial}{\partial x}K\frac{\partial^3}{\partial x^3}.$$

Для реализации произвольной зависимости коэффициента диффузии от широты вычислительной области, в алгоритме, представленном выше, применяется фиктивная широта. Чтобы ее задать, сначала определяется последовательность шагов сетки для $j = 1,..,N_j$ как

$$\triangle\varphi'_j = \left(\frac{\triangle\varphi_j}{\triangle\varphi_0}\right)^{1/4}\triangle\varphi_0,$$

где $\triangle\varphi_0$ - шаг равномерной сетки, $\frac{\triangle\varphi}{\triangle\varphi_0}$ - аппроксимация второго порядка масштабного множителя проекции (см. (1)). Затем мы нормируем сумму этих шагов сетки на π (длину расчетной области по широте). Отметим, что мы можем задать таким образом достаточно произвольную зависимость коэффициента затухания от локального разрешения.

Результаты расчетов с различными зависимостями времени затухания от разрешения в основном подтвердили гипотезу Ж.-Ф. Желейна. В приведенных далее расчетах по модели с переменным разрешением применяется именно такая зависимость.

3. Результаты прогнозов

Результаты проверки двумерной версии модели с переменным разрешением, основанной на уравнениях мелкой воды, приведены в [7]. Оказалось, что нормализованные ошибки, вычисленные во всей расчетной области, растут примерно так же, как и в модели с постоянным разрешением по широте. В то же время, в первые трое суток прогноза уровень ошибок в зоне высокого разрешения ниже, чем в целом по сфере, затем наблюдается их быстрый рост. Известно, что применимость подхода с переменным разрешением ограничена сравнительно краткосрочными прогнозами. Действительно, спустя некоторое время область высокого разрешения попадет под влияние атмосферных возмущений, которые в начальный момент находились в зоне низкого разрешения и, следовательно, были представлены с невысокой точностью.

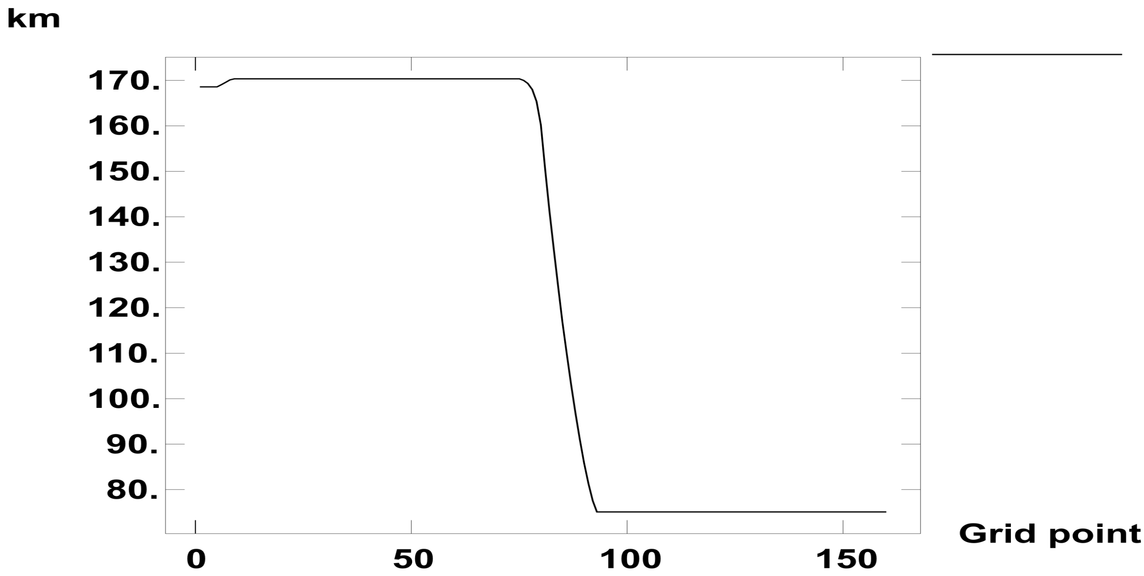

Рис. 1. Разрешение по широте как функция номера узла сетки (от Южного к Северному полюсу).

В [7] был сделан вывод, что модель с переменным разрешением вполне способна обеспечить улучшение качества прогнозов на срок примерно трое суток. Очевидно, что если зона высокого разрешения модели больше, чем область, в которой оценивается качество прогноза, срок полезности модели с переменным разрешением будет выше.

Используя разработанные методы реализации переменного разрешения по широте в модели мелкой воды, была реализована трехмерная версия модели, представленной в предыдущих разделах, с переменным разрешением. Она была проверена с помощью серии 12 пятидневных прогнозов, начинающихся 15 числа каждого месяца 1996 года в полночь всемирного времени (данные ЕЦСПП). Сравнивались версии с постоянным и переменным разрешением по широте. Разрешение по вертикали и по долготе в обоих случаях были одинаковым - 28 уровней по вертикали и 1,40625 градусов соответственно. Шаг по времени также был одинаков - 36 мин. Для версии с постоянным разрешением по широте оно составляло 1,125 градусов, для версии с переменным разрешением оно задавалось как функция номера узла сетки (рис. 1). Зона высокого разрешения расположена между 30 градусом северной широты и Северным полюсом. Отношение длин соседних сеточных интервалов не превышало 1,065.

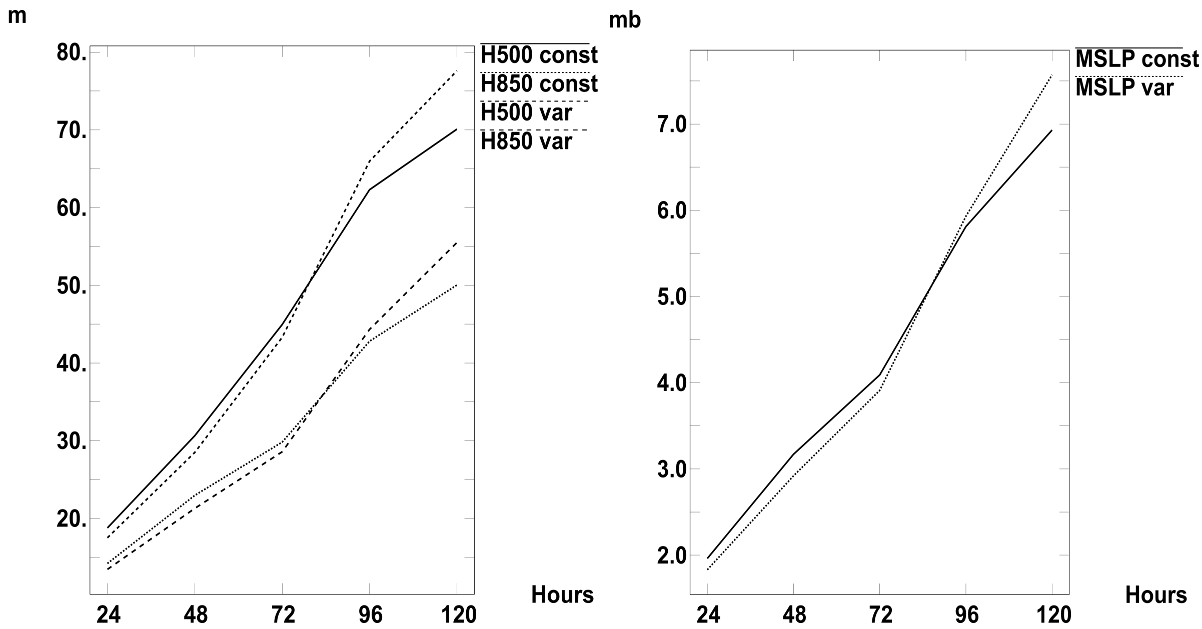

Рис. 2. Осредненные среднеквадратичные ошибки прогноза высоты поверхностей 500 и 850 гПа (слева) и давления на уровне моря (справа) для версии с постоянным и переменным разрешением по широте в области 50-90 градусов с.ш.

На рис. 2 представлены осредненные по 12 прогнозам среднеквадратичные ошибки прогноза высоты поверхностей 500 и 850 гПа и давления на уровне моря в полосе 50-90 градусов с.ш. для двух версий модели.

Можно видеть, что версия модели с переменным разрешением дает более точный прогноз в интересующем нас регионе на сроки до 84 часов (3,5 суток). В то же время, среднеквадратичные ошибки для сроков 24, 48 и 72 часа лучше на 1-2 м, чем для версии с постоянным разрешением.

Улучшение прогнозов особенно заметно в градиентной ошибке S1, которая характеризует воспроизводимость мелкомасштабных структур (если прогноз равен климату, эта ошибка составляет 100 %) (рис. 3). Прогноз считается полезным, если градиентная ошибка меньше, чем 60 %.

Важно отметить, что за пределами срока в 84 часа ошибки остаются на приемлемом уровне вплоть до пятого дня прогноза.

Необходимо также заметить, что улучшение прогноза с помощью версии модели с переменным разрешением достигнуто практически без увеличения вычислительных затрат.

Таким образом, созданная модель с переменным разрешением может быть использована для улучшения краткосрочного прогноза погоды по территории России. В настоящее время создана и представлена на испытания версия модели с переменным разрешением по широте от 48 до 130 км и разрешением по долготе 0,9 градуса. В будущем планируется также испытать вариант модели с переменным разрешением по широте и поворотом полюсов сферической системы координат.

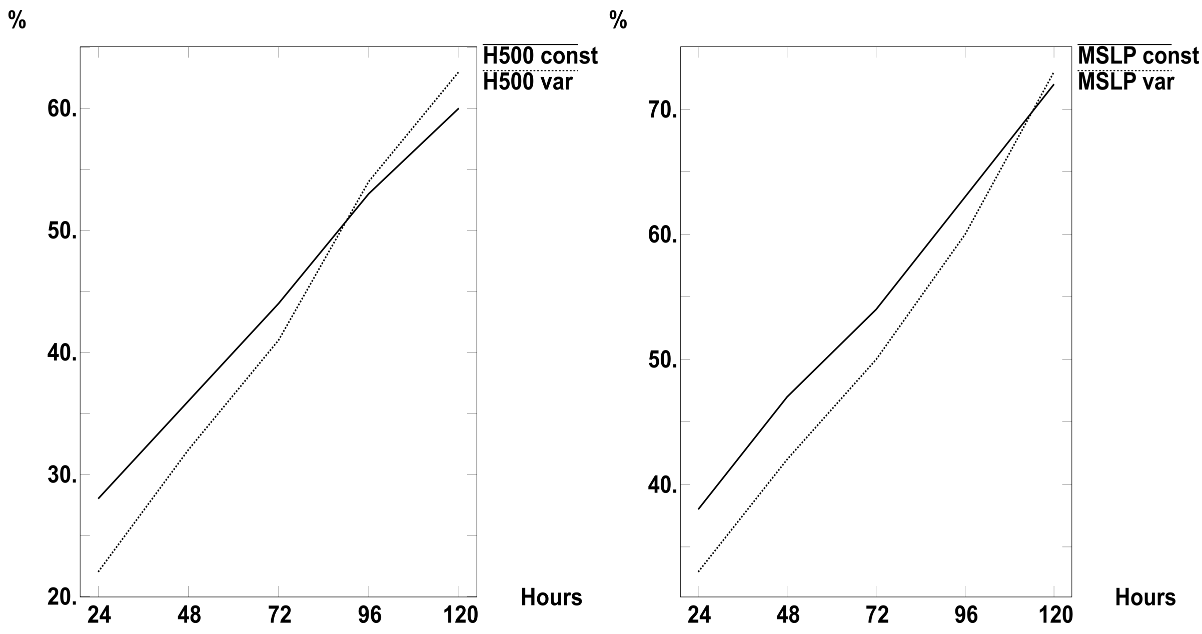

Рис. 3. Осредненные градиентные ошибки прогноза высоты поверхностей 500 гПа (слева) и давления на уровне моря (справа) для версии с постоянным и переменным разрешением по широте в области 50-90 градусов с.ш.

Список литературы

[1] McDonald A. A step toward transparent boundary conditions for meteorological models // Mon. Weather Rev. 2002. V. 130. P. 140-151.

[2] Côté J., Gravel S., Methot A., Patoine A., Roch M., and Staniforth A. The operational CMC-MRB global environmental multiscale (GEM) model. Part I: Design considerations and formulation // Mon. Weather Rev. 1998. V. 126. P. 1373-1395.

[3] Courtier P., Freydier C., Geleyn J.-F., Rabier F. and Rochas M. The ARPEGE project at Météo-France // Procs. of ECMWF seminar on numerical methods in atmospheric models 9-13/09/1991. – Reading, UK: ECMWF. 1992. Vol. 2. P. 192-208.

[4] Толстых М.А. Полулагранжева модель атмосферы с высоким разрешением для численного прогноза погоды // Метеорология и гидрология. 2001. N 4. С. 5-16.

[5] Tolstykh M. Vorticity-divergence semi-Lagrangian shallow-water model on the sphere based on compact finite differences // J. Comput. Phys. 2002. V. 179. 180-200.

[6] Geleyn J.-F., Bazile E., Bougeault P., Dequé M., Ivanovici V., Joly A., Labbé L., Piedelievre J.-P., Piriou J.-M., Royer J.-F. Atmospheric parameterization schemes in Meteo-France's ARPEGE N.W.P. model // Parameterization of subgrid-scale physical processes, ECMWF Seminar proceedings. 1994. 385-402.

[7] Tolstykh M.A. Variable resolution global semi-Lagrangian atmospheric model // Russian J. Num. An. & Math. Mod. 2003. V. 18, N4. P. 347-361.

[8] Li Yong, Moorthi S., and Bates J.R. Direct solution of the implicit formulation of fourth order horizontal diffusion for gridpoint models on the sphere. – NASA GLA Technical

report series in atmospheric modelling and data assimilation, Vol. 2. – Greenbelt, MA(USA), 1994, 32 p.

[9] Barros S.R.M. Multigrid methods for two- and three-dimensional Poisson-type equations on the sphere // J. Comput. Phys. 1991. V. 92. P. 313-348.

[10] Geleyn J.-F. Adaptation of spectral methods to non-uniform mapping (global and local) // Procs. of ECMWF Seminar on Recent developments in numerical methods for atmospheric modelling 7-11/09/1998. – Reading, UK: ECMWF. 1999. P. 226-265.

Модель прогноза погоды с переменным разрешением

М.А.Толстых
Институт вычислительной математики РАН

Рассмотрены вопросы реализации глобальной полулагранжевой модели численного прогноза погоды с переменным разрешением. Особое внимание уделяется параметризации стока энергии для сетки с переменным разрешением по широте. Результаты прогнозов по территории России показывают преимущество модели с переменным разрешением в течение 3,5 суток.

Ключевые слова: модели численного прогноза погоды, сетка с переменным шагом, параметризация горизонтальной диффузии

Variable resolution numerical weather prediction model

Mikhail Tolstykh
Institute of Numerical Mathematics RAS

The problems arising in the implementation of the global semi-Lagrangian numerical weather prediction model with variable resolution are considered. The attention is paid to the papameterization of energy runoff for a grid with variable resolution in latitude. The results of forecasts over Russia show the advantage of the variable resolution model during 3.5 day range.

Keywords: numerical weather prediction models, variable-step mesh, parameterization of the horizontal diffusion