

# Схема замыкания турбулентности, подходящая для вычисления загрязненности атмосферы города\*

А.Ф. КУРБАЦКИЙ

*Институт теоретической и прикладной механики СО РАН,  
Новосибирский госуниверситет*

Л.И. КУРБАЦКАЯ

*Институт вычислительной математики  
и математической геофизики СО РАН*

27 декабря 2003 г.

Явление городского острова тепла и связанная с ним циркуляция, обусловленная энергией, генерируемой антропогенными источниками, наиболее интенсивна в ночное время при ясном небе и слабом окружающем ветре. Термический факел порожден протяженным источником тепла, расположенным на подстилающей поверхности. Фундаментальными характеристиками ночного острова тепла являются его высота перемешивания, интенсивность, распределения кинетической энергии и температуры, а также, индуцируемая островом тепла циркуляция. При моделировании городского острова тепла необходимо аккуратное описание турбулентной конвекции в случае слабого окружающего ветра, когда турбулентное движение в центре города обусловлено главным образом архимедовой силой плавучести. В большинстве существующих математических моделей турбулентность городского острова тепла параметризуется. Основная цель настоящего исследования состояла в развитии турбулентной модели переноса для описания структуры городского острова тепла и рассеяния примесей в условиях устойчиво стратифицированной окружающей среды. Сформулирована новая четырехпараметрическая модель турбулентного переноса для описания эволюции полностью турбулентного плума над протяженным поверхностным источником тепла и распределения примеси от поверхностных источников. Эта новая четырехпараметрическая модель обладает высокой вычислительной эффективностью.

## 1. Введение

Большая часть урбанизированных территорий в результате антропогенной деятельности, например, промышленных процессов, функционирования транспорта, сельского хозяйства и др., представляет собой непрерывный источник тепла и загрязняющих

---

\*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты No.03-05-64005,01-05-65313) и Президиума Сибирского Отделения РАН, проект No.130.

окружающую среду вредных примесей. Действительно, высокий процент городских площадей покрыт бетоном и асфальтом, которые запасают и затем отражают проходящую радиацию, вызывая значительное нагревание поверхностного слоя воздуха по сравнению с их естественным окружением. В результате городские территории образуют локальные острова тепла в окружающей среде [1]. Городской ландшафт с высокими зданиями и улицами различных размеров и окружающая орография, создают очень сложную локальную геометрию поверхности. Эти локальные граничные условия вместе с наложенной термической стратификацией образуют сложный механизм взаимодействия между переносом тепла и сопутствующей атмосферной эмиссией загрязняющих примесей. Описание этого сложного механизма взаимодействия жизненно важно как для оценивания возможного распределения токсичных загрязнений, которое может создать риск здоровью людей, так и для контроля качества воздуха, планирования будущего развития города и оптимального размещения промышленных зон, конструирования транспортных городских систем, контроля трафика и промышленной активности в течение критических метеорологических периодов. Существующая практика [2,3] описания распространения примесей в окружающей среде основывается на полуэмпирических методах и простом интегральном моделировании с предписанными ветровыми условиями, в то время как ситуации на микро и мезомасштабах, находящиеся под доминирующим воздействием плавучести, оказываются вне пределов досягаемости таких моделей. Метод моделирования с выделением крупных вихрей (Large Eddy Simulation, или LES-метод) может рассматриваться в качестве возможного выбора, но традиционные LES-технологии все еще неприменимы для крупномасштабных задач с высокими числами Рейнольдса и Пекле. Трехпараметрическая теория турбулентного переноса может рассматриваться как потенциально эффективный, вычислительно ясный и физически корректный метод учета комбинированных эффектов орографии и термической стратификации при моделировании рассеяния примесей в атмосфере. Эффекты термической стратификации при формировании крупномасштабной циркуляции над городским островом тепла воспроизводятся с помощью трехпараметрической теории турбулентного переноса в согласии с данными лабораторных и полевых измерений [4,5]. В настоящей работе приводятся результаты тестирования эйлеровой модели атмосферной диффузии пассивной примеси, основанной на четырехпараметрической теории турбулентного переноса импульса, тепла [6] и скаляра в термически стратифицированном пограничном слое атмосферы. Анализ эффектов термической стратификации на турбулентную диффузию проведен на основе численного моделирования распространения пассивной примеси от поверхностного непрерывного источника для критического метеорологического периода (слабый ветер, устойчивая стратификация атмосферы, запирающая инверсия).

## 2. Мезомасштабная модель

Мезомасштабная модель включает следующие определяющие уравнения:

■ сохранения массы

$$\partial U_i / \partial x_i = 0, \quad (1)$$

где  $U_i$ -вектор средней скорости ветра.

■ импульса

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + F_i, \quad (2)$$

где  $F_i = -\frac{\partial U_i U_j}{\partial x_j} - \frac{\partial \langle u_i w \rangle}{\partial z} - \rho \theta' / \theta_0 g \delta_{i3} - 2\epsilon_{ijk} \Omega_j (U_k - U_k^G)$ . Второй член в правой части представляет вертикальный турбулентный поток импульса;  $P$ -давление,  $\theta_0$ -потенциальная температура предписанного "стандартного" состояния,  $g$ -ускорение силы тяжести,  $\Omega_j$ -угловая скорость вращения Земли и  $U_k^G$ -геострофический ветер.

■ притока тепла

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\frac{\partial \theta U_i}{\partial x_i} - \frac{\partial \langle w \theta \rangle}{\partial z} - \frac{\partial F}{\partial z}, \quad (3)$$

где  $\theta$ - потенциальная температура и  $F$ -поток длинноволновой радиации.

■ влажности воздуха

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = -\frac{\partial Q U_i}{\partial x_i} - \frac{\partial \langle w q \rangle}{\partial z}, \quad (4)$$

с  $Q$ -средним отношением смеси водяного пара и  $q$ - турбулентной флуктуацией. Для турбулентных потоков импульса, тепла и массы в уравнениях (1)-(4) развиты полностью явные анизотропные алгебраические параметризации, физически корректно учитывающие воздействие плавучести на турбулентный перенос:

★ турбулентный поток тепла

$$\begin{aligned} -\langle u_i \theta \rangle = & C_T \frac{E^2}{\epsilon} \sqrt{2R} \frac{\partial T}{\partial x_i} - \frac{\sqrt{R} E}{C_{1\theta} \epsilon} [2\nu_t + (1 - C_{2\theta}) k_t S_{ij} + \\ & (1 - C_{2\theta}) k_t \Omega_{ij}] (\partial T / \partial x_j) + [(1 - C_{2\theta}) / C_{1\theta}] (E / \epsilon) \sqrt{R} g_i \beta \langle \theta^2 \rangle, \end{aligned} \quad (5)$$

★ турбулентный поток массы

$$\begin{aligned} -\langle u_i c \rangle = & C_T \frac{E^2}{\epsilon} \sqrt{2R} \frac{\partial C}{\partial x_i} - \frac{\sqrt{R} E}{\alpha_{1c} \epsilon} [2\nu_t + (1 - \alpha_{2c}) D_t S_{ij} + \\ & (1 - \alpha_{2c}) D_t \Omega_{ij}] (\partial C / \partial x_j) + [(1 - \alpha_{2c}) / C_{1\theta}] (E / \epsilon) \sqrt{R} g_i \beta \langle c \theta \rangle, \end{aligned} \quad (6)$$

где  $S_{ij} = (1/2)(\partial U_i / \partial x_j + \partial U_j / \partial x_i)$  - средний тензор скоростей деформации,  $\Omega_{ij} = (1/2) \times$

$(\partial U_i / \partial x_j - \partial U_j / \partial x_i)$ -средний тензор вращения,  $\nu_t = C_\mu E^2 / \epsilon$  - турбулентная вязкость,  $k_t = C_T \sqrt{2R} E^2 / \epsilon$ - турбулентная температуропроводность,  $R = \tau_\theta / \tau$ -отношение характерных временных масштабов турбулентных полей температуры ( $\tau_\theta$ ) и скорости ( $\tau$ ). Коэффициенты в (10) имеют "стандартные" значения, откалиброванные при моделировании турбулентных стратифицированных течений,  $C_\mu = 0,09$ ;  $C_{1\theta} = 3,28$ ;  $C_{2\theta} = 0,4$ ;  $C_T = 0,095$ ;  $\alpha_{1c} = 4,0$ ;  $\alpha_{2c} = 0,4$ ;  $R = 0,6$ . Для турбулентного потока влажности  $\langle w q \rangle$  может быть записано выражение аналогичное (6). Градиентная модель Буссинеска выбирается для вычисления турбулентных напряжений, которая в случае осесимметричной геометрии теплового факела над городским островом тепла сохраняет некоторую анизотропию нормальных напряжений:

$$\langle v^2 \rangle = \frac{2}{3} - 2\nu_T \frac{\partial V}{\partial r}, \langle w^2 \rangle = \frac{2}{3} - 2\nu_T \frac{\partial W}{\partial r}, \langle u^2 \rangle = \frac{2}{3} - 2\nu_T \frac{V}{r}. \quad (7)$$

Для касательного напряжения Рейнольдса модель Буссинеска в случае осесимметричной геометрии дает:

$$- \langle vw \rangle = \nu_T (\partial V / \partial z + \partial W / \partial r). \quad (8)$$

В более общем случае атмосферного пограничного слоя алгебраические выражения для турбулентных потоков также могут быть получены в приближении локально равновесной турбулентности, но при этом требуется разрешить совместную систему алгебраических уравнений для турбулентных потоков с помощью символьной алгебры. Модели для потоков (5), (6) позволяют представить определяющие уравнения мезомасштабной модели в форме, включающей три параметра для полей скорости и температуры (кинетическую энергию турбулентности  $E = 1/2 \langle u_i u_i \rangle$ , скорость ее диссипации  $\epsilon$  и дисперсию турбулентных флуктуаций температуры  $\langle \theta^2 \rangle$ ) и четыре параметра для диффузионной модели, с определяющим уравнением для средней концентрации примеси

$$\frac{\partial C}{\partial t} = - \frac{\partial C U_i}{\partial x_i} - \frac{\partial \langle w c \rangle}{\partial z}; \quad (9)$$

к трем перечисленным выше параметрам добавляется ковариация между турбулентными флуктуациями температуры и концентрации  $\langle c \theta \rangle$ .

### 3. Трехпараметрическая $E$ - $\epsilon$ - $\langle \theta^2 \rangle$ модель турбулентности

Для вычисления параметров  $E$ ,  $\epsilon$  и  $\langle \theta^2 \rangle$  используются замкнутые уравнения баланса:

$$DE/Dt = D_k + P_k + G_k - \epsilon \quad (10)$$

$$D\epsilon/Dt = D_\epsilon + P_\epsilon + G_\epsilon - Y \quad (11)$$

$$D \langle \theta^2 \rangle / Dt = D_\theta + P_\theta - \epsilon_\theta. \quad (12)$$

### 4. Четырехпараметрическая $E$ - $\epsilon$ - $\langle \theta^2 \rangle$ - $\langle c \theta \rangle$ модель турбулентности

Параметры модели вычисляются из уравнений баланса

$$DE/Dt = D_k + P_k + G_k - \epsilon \quad (13)$$

$$D\epsilon/Dt = D_\epsilon + P_\epsilon + G_\epsilon - Y \quad (14)$$

$$D \langle \theta^2 \rangle / Dt = D_\theta + P_\theta - \epsilon_\theta. \quad (15)$$

$$\frac{D \langle c \theta \rangle}{Dt} = D_{\langle c \theta \rangle} - \langle u_j \theta \rangle \frac{\partial C}{\partial x_j} - \langle u_j c \rangle \frac{\partial \Theta}{\partial x_j} - \epsilon_{\langle c \theta \rangle}. \quad (16)$$

## 5. Численные тесты

Алгебраические выражения для турбулентных потоков тепла (5) и массы (6) совместно с трехпараметрической (10)-(12) и четырехпараметрической (13)- (16) моделями турбулентности, соответственно, были использованы при моделировании критической метеорологической ситуации, возникающей над городом в условиях устойчивой термической стратификации атмосферы и слабого окружающего ветра (ситуация, возникающая преимущественно в ночные часы, когда значителен потока тепла от урбанизированной поверхности в атмосферу; влажность воздуха не учитывается). Мезомасштабная модель реализована численно на смещенной сетке с использованием полунейвной схемы метода переменных направлений и "второй схемы с разностями против потока" (по терминологии Роуча [7]) для адвективных членов. Данные измерений и численные результаты показывают [4,6], что над городом формируется крупномасштабная турбулентная циркуляция с куполообразной вершиной теплового факела. Исследование эффектов плавучести на распределение концентрации в перемешанном слое было основной целью тестовых экспериментов в настоящей работе. Следует отметить, что данные измерений распределения трасера для рассмотренной метеорологической ситуации отсутствуют и нет возможности для количественной верификации результатов компьютерного моделирования. Вместо этого, на рис.1 представлен результат, иллюстрирующий интересное свойство дисперсии трасера. Интенсивный восходящий поток, создаваемый двумя крупномасштабными вихрями (рис.2), переносит примесь от подстилающей поверхности в перемешанный слой и затем в слой инверсии, где примесь диффундирует в пределах слоя инверсии, но примесь также проникает и за пределы пограничного слоя. Такое поведение было недавно зафиксировано в лабораторных экспериментах [8]. Экспериментальные данные ясно показывают проникновение плавучего факела в инверсию и выше конвективного пограничного слоя.

## 6. Различие коэффициентов турбулентного обмена теплом и массой

Главное допущение в моделях градиентно-диффузионного типа Буссинеска состоит в том, что турбулентные потоки тепла и массы пропорциональны локальным градиентам средней температуры и концентрации:

$$\langle w\theta \rangle = -K_H \frac{\partial \Theta}{\partial z} \quad (17)$$

$$\langle wc \rangle = -K_C \frac{\partial C}{\partial z} \quad (18)$$

При использовании таких моделей обычно полагается, что коэффициенты турбулентного обмена теплом и массой равны друг другу в термически стратифицированных течениях. Однако, в [9] на основе модели турбулентности второго уровня замыкания для транспортируемых скаляров тепла и влажности показано, что эти коэффициенты не равны друг другу. Различие в коэффициентах действительно легко усмотреть. Для этого из (5) и (6) можно записать выражения для вертикальных потоков тепла

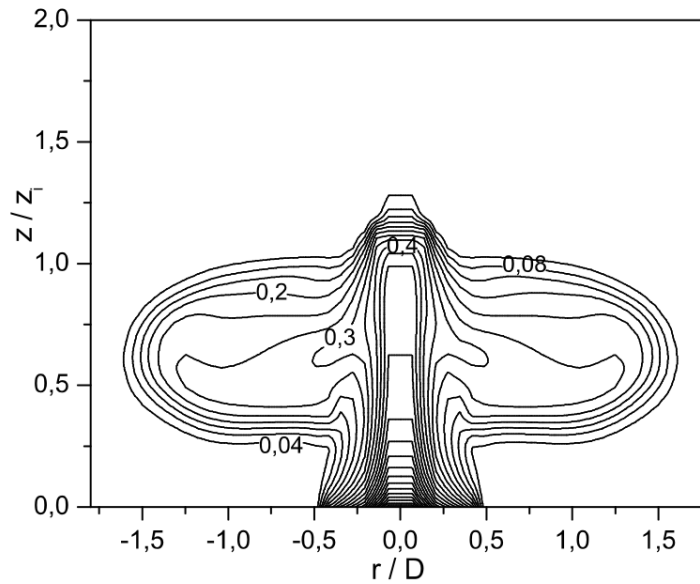


Рис.1. Контуры концентрации трасера от непрерывного источника с линейным размером, равным  $0.5 \text{ г/Д}$ ; источник расположен в центре острова тепла,  $z_i$  - высота слоя перемешивания.

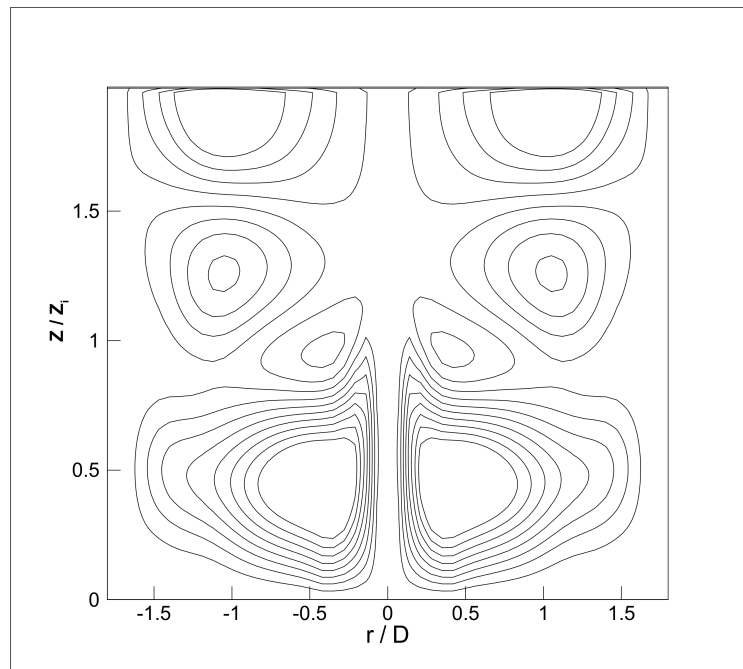


Рис.2. Контуры линий тока циркуляции над городским островом тепла малого относительного удлинения, формирующейся в виде двух крупномасштабных вихрей (в нижней части рисунка);  $z_i$  - высота слоя перемешивания.

и массы (17) и (18), сохраняя лишь ведущие члены с вертикальными градиентами температуры и концентрации, а также члены плавучести:

$$- \langle w\theta \rangle = C_T \frac{E^2}{\epsilon} \left[ (1 + C_{3\theta}) \frac{\langle w^2 \rangle}{(2/3)E} - C_{3\theta} \right] \frac{\partial \Theta}{\partial z} - \frac{1 - C_{2\theta}}{C_{1\theta}} \beta g \sqrt{2R} \frac{E}{\epsilon} \langle \theta^2 \rangle, \quad (19)$$

$$- \langle wc \rangle = C_D \frac{E^2}{\epsilon} \left[ (1 + \alpha_{3C}) \frac{\langle w^2 \rangle}{(2/3)E} - \alpha_{4C} \right] \frac{\partial C}{\partial z} - \frac{1 - \alpha_{2C}}{\alpha_{1C}} \beta g \sqrt{2R} \frac{E}{\epsilon} \langle c\theta \rangle, \quad (20)$$

где  $C_{3\theta} = (1 - C_{2\theta})\sqrt{2R}/4$ ,  $\alpha_{4C} = (1 - \alpha_{2C})\sqrt{2R}/4$ . Деление (20) на (19) дает для отношения коэффициентов:

$$\frac{K_C}{K_H} = \frac{1 - \frac{1 - \alpha_{2C}}{\alpha_{1C} C_D} \Delta_1^{-1} \beta g \langle c\theta \rangle / E (\partial C / \partial z)^{-1}}{1 - \frac{1 - C_{2\theta}}{C_{1\theta} C_T} \Delta_2^{-1} \beta g \langle \theta^2 \rangle / E (\partial \Theta / \partial z)^{-1}}, \quad (21)$$

где через  $\Delta_1$  и  $\Delta_2$  обозначены выражения в квадратных скобках (20) и (19) соответственно. Из (21) следует, что если оба скаляра (тепло и масса) являются пассивными примесями (члены плавучести пренебрежимо малы), отношение коэффициентов равно единице. Очевидно, что различие между коэффициентами  $K_H$  и  $K_C$  может возникать, когда один из скаляров (тепло) действует как активная примесь. Величина отклонения зависит от соотношения корреляций  $\langle \theta^2 \rangle$  и  $\langle c\theta \rangle$ . Большие отклонения будут возникать, когда  $\langle \theta^2 \rangle$  оказывается много больше  $\langle c\theta \rangle$  (точнее говоря в таком соотношении должны находиться соответствующие корреляционные коэффициенты), т.е. когда турбулентные флуктуации полей активного и пассивного скаляров плохо коррелированы. Для неоднородных термически стратифицированных течений нет экспериментальных данных о поведении корреляции  $\langle c\theta \rangle$ , и потому об относительной величине обеих корреляций и, следовательно, различии в поведении коэффициентов  $K_H$  и  $K_C$  можно судить по результатам численного моделирования. Вычисленное по (5) и (6) поведение (здесь не приведенное) вертикальных потоков тепла и массы в циркуляционном течении над городским островом тепла показывает, что отношение коэффициентов (21), полученное по формулам (17) и (18), свидетельствует о их сильном различии не столько количественном, сколько качественном: вертикальный турбулентный поток тепла изменяет знак в области инверсионного слоя (противоградиентный перенос тепла, вследствие процесса вовлечения), то время как вертикальный турбулентный поток массы остается положительным по всей высоте перемешанного слоя.

## Список литературы

- [1] *Pielke R.A.* Mesoscale Meteorological Modeling. Academic Press, 1984.
- [2] *Byun D.W., Arya S.P.S.* A two-dimensional mesoscale numerical model of an urban mixed Layer.-I. Model formulation, surface energy budget, and mixed Layer dynamis. // Atmos. Environ. 1990. V.24A, No.4. P. 829-844.
- [3] *Byun D.W., Arya S.P.S.* A two-dimensional mesoscale numerical model of an urban mixed Layer.-I. Model formulation, surface energy budget, and mixed Layer dynamis. // Atmos. Environ. 1990. V.24A, No.4. P. 829-844.
- [4] *Lu J., Araya S.P., Snyder W.H., Jr Lawson R.E.* A Laboratory Study of the Urban Heat Island in a Calm and Stably Stratified Environment. Part I: Temperature Field; Part II: Velocity Field. // J. Appl. Meteor. 1997. V.36. P. 1377-1402.
- [5] *Noto K.* Dependence of heat island phenomena on stable stratification and heat quantity in a calm environment. // Atmos. Environ. 1996. V.30, No. P.475-485.

- [6] *Kurbatskii A. F.* Computational Modeling of the Turbulent Penetrative Convection above the Urban Heat Island in Stably Stratified Environment. // *J. Appl. Meteor.* 2001. V.40, No.10. P. 1748-1761.
- [7] *П. Роуч.* Вычислительная гидродинамика (пер. с англ. под ред. П.И. Чушкина). Москва. Мир, 1980.
- [8] *Snyder W. H., R. E. Lawson, JR., Shipman M. S., Lu J.* Fluid Modeling of Atmospheric Dispersion in the Convective Boundary Layer. // *Bound. -Layer Meteor.* 2002. V. 102. P. 335-366.
- [9] *Warhaft Z.* Heat and moisture flux in the stratified boundary layer. // *Q. J. Royal Meteor. Soc.* 1976. V. 102. P. 703.